

# 一种基于周期平稳的上行 OFDMA 系统同步参数盲估计方法

花梦 朱近康

(中国科学技术大学个人通信与扩频实验室 合肥 230027)

**摘要** 该文给出了一种应用于上行正交频分多址(OFDMA)系统的同步参数盲估计方法。该方法利用信号的二阶周期平稳特性,针对不同的子载波分配策略,对信道的频偏和时延进行了估计。性能仿真证明,这种盲估计方法具有较高的精度和很好的抗噪特性。

**关键词** 正交频分多址, 周期平稳, 周期谱, 同步参数

中图分类号: TN929.531

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2006)07-1287-04

## A Blind Uplink OFDMA Synchronization Parameters Estimation Based on Cyclostationarity

Hua Meng Zhu Jin-kang

(PCN&SS Lab, USTC, Hefei 230027, China)

**Abstract** An algorithm for the blind estimation of uplink OFDMA synchronization parameters is introduced in this article. The algorithm exploits the second-order cyclostationarity of the received signal to estimate the frequency offset and time delay, in the different tone assignment schemes. The performance of high resolution and immune to the effect of noise and interference is evaluated through simulation results.

**Key words** OFDMA, Cyclostationarity, Cyclic spectra, Synchronization parameters

### 1 引言

在正交频分多址(OFDMA)系统中,子载波按照一定的分配策略被分割成若干个子频带,供不同用户使用。OFDMA系统的一个重要问题就是时频同步问题。尤其是在上行OFDMA系统中,基站接收到的信号是不同用户发送信号的叠加,各用户和基站间的时频偏差破坏了子载波之间的正交性,会造成用户间的多址干扰(MAI)。

大部分OFDMA系统的同步参数估计都是基于导频或者训练序列的<sup>[1,2]</sup>,这种方法能够比较快速地获得同步参数,但是已知数据的传送会降低信道的频谱利用率。如何在同步性能和频谱利用率之间找到合适的折衷点成为一个难题。近年来,一些盲的OFDMA同步方法的提出试图解决这个问题<sup>[3-5]</sup>。但是,其中大部分文献<sup>[3,4]</sup>分析的是下行OFDMA系统的同步问题,而文献<sup>[5]</sup>仅对上行OFDMA中,每个用户分配一个子载波的情况进行了讨论。

本文主要基于对接收信号的二阶周期平稳统计量的分析和研究,来进行上行OFDMA系统的同步参数估计,该方法是一种全盲的方法。文章首先推导了上行OFDMA系统中,广泛适用于一般子载波分配策略的同步参数估计方法,然后分析了在分段子载波分配、间隔子载波分配和混合子载波分配等3种目前被重点研究的子载波分配策略下<sup>[6,7]</sup>的同步参数估计方法。文章的最后给出了性能仿真,证明了该方法对频偏和时延的估计都具有较高的精度,而且具有很好的抗噪特性。

### 2 OFDMA 系统模型

考虑一个有  $N$  个子载波的 OFDMA 系统,根据某种子载波分配策略,这  $N$  个子载波被分配成  $U$  个子频带,供  $U$  个用户使用。 $m$  表征子载波( $0 \leq m \leq N-1$ ),  $M_i$  为第  $i$  个用户所占用的子载波集合,即子频带,则上行 OFDMA 系统中用户  $i$  的基带发送信号可表示为

$$x_i[n] = \sum_{m \in M_i} \sum_{l=-\infty}^{\infty} s_{i,m,l} g[n-lP] e^{j2\pi \frac{m}{N}(n-lP)}, \quad i \in [0, U-1] \quad (1)$$

其中  $P$  为符号周期长度,  $s_{i,m,l} \in \{\pm 1 \pm j\}$  是用户  $i$  在第  $l$  个符号周期内,在子载波  $m$  上发送的信息数据,满足  $E\{s_{i_1,m_1,l_1} s_{i_2,m_2,l_2}^*\} = \sigma_s^2 \delta(i_1 - i_2) \delta(m_1 - m_2) \delta(l_1 - l_2)$ 。 $g[n]$  是脉冲成型滤波器。这里有  $P \geq N$ ,当且仅当系统不采用循环前缀时,有  $P=N$ 。本文方法对是否采用循环前缀不做要求。

基站端的接收信号可建模为

$$r[n] = \sum_{i=0}^{U-1} \sqrt{P_i} e^{j(2\pi f_i n + \phi_i)} x_i[n - n_i] + v[n] \quad (2)$$

其中  $P_i$ ,  $f_i$ ,  $\phi_i$  和  $n_i$  分别表示第  $i$  个用户的功率、频偏、初始相位和时延,  $v[n]$  是加性高斯噪声,与各用户信号  $x_i[n]$  不相关。

### 3 基于周期自相关的同步参数盲估计方法

#### 3.1 一般子载波分配策略下的同步参数估计

接收信号的自相关函数为

$$\begin{aligned} c_{rr^*}[n, \tau] &= E\{r[n]r^*[n-\tau]\} \\ &= \sigma_s^2 \sum_{i=0}^{U-1} P_i e^{j2\pi f_i \tau} \sum_{m \in M_i} e^{j2\pi \frac{m}{N} \tau} \end{aligned}$$

$$\cdot \sum_{l=-\infty}^{\infty} g[n-n_i-lP]g[n-\tau-n_i-lP] + c_{vv}^*[\tau],$$

$$0 \leq \tau \leq P-1 \quad (3)$$

观察式(3), 易知接收信号的自相关满足:  $c_{rr}^*[n+kP, \tau] = c_{rr}^*[n, \tau]$ , 对任意一个确定的  $\tau$ ,  $c_{rr}^*[n, \tau]$  在  $n$  上是以  $P$  为周期的周期函数。所以接收信号具有周期平稳性, 周期为  $P$  [8]。接收信号的周期自相关函数为

$$C_{rr}^*[k, \tau] = \frac{1}{P} \sum_{n=1}^P c_{rr}^*[n, \tau] e^{-j2\pi \frac{k}{P} n}$$

$$= \sigma_s^2 \sum_{i=0}^{U-1} P_i e^{j2\pi f_i \tau} e^{-j2\pi \frac{n_i}{P} k} \sum_{m \in M_i} e^{j2\pi \frac{m}{N} \tau} G[k, \tau]$$

$$+ c_{vv}^*[\tau] \delta[k], 0 \leq k \leq P-1, 0 \leq \tau \leq P-1 \quad (4)$$

其中  $G[k, \tau] = \frac{1}{P} \sum_{n=1}^P \sum_{l=-\infty}^{\infty} g[n-lP]g[n-\tau-lP] e^{-j2\pi \frac{k}{P} n}$ 。  $G[k, \tau]$

由成型滤波器  $g[n]$  决定, 是一个已知量。  $C_{rr}^*[k, \tau]$  可由接收信号进行估计:

$$\hat{C}_{rr}^*[n, \tau] = E \left\{ r[n] r^*[n-\tau] e^{-j2\pi \frac{k}{P} n} \right\} \square \frac{1}{L} \sum_{n=0}^{L-1} r[n] r^*[n-\tau] e^{-j2\pi \frac{k}{P} n} \quad (5)$$

其中  $L$  是用来进行估计的接收符号个数。

$G[k, \tau]$  的影响可以通过将式(4)两边同乘以  $G^{-1}[k, \tau]$  来消除。对式(4)进行处理, 可以得到用来进行估计的表达式:

$$M[k, \tau] = C_{rr}^*[k, \tau] \frac{1}{\sigma_s^2} G^{-1}[k, \tau]$$

$$= \sum_{i=0}^{U-1} P_i e^{j2\pi f_i \tau} e^{-j2\pi \frac{n_i}{P} k} \sum_{m \in M_i} e^{j2\pi \frac{m}{N} \tau} + \frac{1}{\sigma_s^2}$$

$$\cdot c_{vv}^*[\tau] G^{-1}[k, \tau] \delta[k],$$

$$0 \leq k \leq P-1, 0 \leq \tau \leq P-1 \quad (6)$$

对于每一个固定的  $\tau$ , 由式(6), 可得到一组以  $k$  为变量的表达式:

$$M_\tau[k] = \sum_{i=0}^{U-1} d_\tau[i] e^{-j2\pi \frac{n_i}{P} k} + \frac{1}{\sigma_s^2} c_{vv}^*[\tau] G_\tau^{-1}[k] \cdot \delta[k],$$

$$0 \leq k \leq P-1 \quad (7)$$

其中

$$d_\tau[i] = P_i e^{j2\pi f_i \tau} \sum_{m \in M_i} e^{j2\pi \frac{m}{N} \tau} \quad (8)$$

令  $d_\tau[i]$  为谐波幅度,  $\varepsilon_i = n_i/P$  为谐波频率, 则  $M_\tau[k]$  可以看作是  $U$  个谐波和的一组采样, 应用旋转不变技术信号参数估计(ESPRIT)算法, 就可以得到一组谐波频率  $\varepsilon_i$  的估计。对应于  $P$  个不同的  $\tau$  值, 可得到  $P$  组谐波频率的估计, 对这  $P$  组值求平均, 易得时延估计:

$$\hat{\mathbf{n}} = \frac{1}{P} \sum_{\tau=0}^{P-1} \hat{\mathbf{n}}_\tau = \frac{1}{P} \sum_{\tau=0}^{P-1} \hat{\boldsymbol{\varepsilon}}_\tau = \sum_{\tau=0}^{P-1} \hat{\boldsymbol{\varepsilon}}_\tau = [n_0, n_1, \dots, n_{U-1}] \quad (9)$$

由式(7)可见, 在  $k \neq 0$  时, 噪声项  $\frac{1}{\sigma_s^2} c_{vv}^*[\tau] G_\tau^{-1}[k] \delta[k] = 0$ ,

时延估计可以避免噪声的干扰。

下面考虑如何得到频偏的估计。令

$$\rho_\tau[i] = P_i e^{j2\pi f_i \tau} = d_\tau[i] / \sum_{m \in M_i} e^{j2\pi \frac{m}{N} \tau}, i = 0, 1, \dots, U-1 \quad (10)$$

因为用户的子载波分配情况为基站所知, 所以

$\sum_{m \in M_i} e^{j2\pi \frac{m}{N} \tau}, i = 0, 1, \dots, P-1$  已知。定义矢量  $\mathbf{d}_\tau = (d_\tau[0], d_\tau[1], \dots, d_\tau[U-1])^T$ , 如果能得到  $\mathbf{d}_\tau, 0 \leq \tau \leq P-1$  的估计, 那么就得到  $\rho_\tau[i]$ 。固定  $i$ , 由  $\rho_i[\tau], \tau = 0, 1, \dots, P-1$ , 就可利用 ESPRIT 方法, 得到频偏  $f_i$  的估计。

由已得的时延估计  $\hat{\mathbf{n}} = [n_0, n_1, \dots, n_{U-1}]$ , 根据式(7), 矢量  $\mathbf{d}_\tau$  可由最小化函数:

$$f(\mathbf{d}_\tau) = \sum_{k=0}^{P-1} \left| M_\tau(k) - \sum_{i=0}^{U-1} d_\tau[i] e^{-j2\pi \frac{n_i}{P} k} \right|^2 \quad (11)$$

得到。将式(11)对  $d_\tau(l), l \in [0, U-1]$  做偏导, 使该偏导值为 0 时的  $d_\tau(l)$ , 可使式(11)取得极小值。推导可得

$$\mathbf{A} \mathbf{d}_\tau = \mathbf{b} \quad (12)$$

其中  $\mathbf{A}$  和  $\mathbf{b}$  是已知量构成的矩阵和矢量:  $[\mathbf{A}]_{l,i} = \sum_{k=0}^{P-1} e^{j2\pi \frac{n_i - n_l}{P} k}$ ,

$b_l = \sum_{k=0}^{P-1} M_\tau(k) e^{j2\pi \frac{n_l}{P} k}$ 。由式(12)得到  $\mathbf{d}_\tau, 0 \leq \tau \leq P-1$  的估

计后, 根据式(10)求得  $\rho_i[\tau], \tau = 0, 1, \dots, P-1$ , 用 ESPRIT 算法就可得到频偏的估计。但是这种频偏的估计依赖于时延的估计, 会受到时延估计性能的影响。

### 3.2 3种重要的子载波分配策略下的同步参数估计

以上, 我们分析了适用于一般子载波分配策略的上行 OFDMA 系统的同步参数盲估计方法。下面我们将分析目前被重点研究的 3 种子载波分配方式: 块状、间隔和混合子载波分配策略(图 1)下的同步参数估计方法。

块状子载波分配中,  $N$  个子载波被分为  $U$  块, 每个用户分配到  $M = \lfloor N/U \rfloor$  个子载波。  $\lfloor \cdot \rfloor$  为下取整符号。用户  $i$  分配到的子载波为:  $iM + q, q = 0, 1, \dots, M-1$ 。间隔子载波分配中, 子载波被循环间隔分给  $U$  个用户。用户  $i$  分配到的子载波为:  $i + qM, q = 0, 1, \dots, M-1$ 。在混合子载波分配中,  $N$  个子载波被分割成若干段, 每段包含  $T$  个子载波, 再以段为单位, 循环间隔分配给  $U$  个用户。令  $Q = \lfloor N/TU \rfloor$ , 则用户  $i$  分配到的子载波为:  $qTU + iT + t, i = 0, 1, \dots, T-1, q = 0, 1, \dots, Q-1$ 。

在块状子载波分配时, 对式(6)进行推导, 可得

$$M[k, \tau] = \sum_{i=0}^{U-1} P_i e^{-j2\pi \frac{n_i}{P} k} e^{j2\pi \theta_i \tau} \Gamma(\tau) + \frac{1}{\sigma_s^2} c_{vv}^*[\tau] \delta[k] G^{-1}[k, \tau] \quad (13)$$

其中  $\theta_i = f_i + \frac{iM}{N}$ ,  $\Gamma(\tau) = \sum_{q=0}^{M-1} e^{j2\pi \frac{q}{N} \tau}$ 。

同理可得, 在间隔子载波分配和混合子载波分配下, 式(13)也成立。但在间隔子载波分配时  $\theta_i = f_i + \frac{i}{N}$ ,  $\Gamma(\tau) = \sum_{q=0}^{M-1} e^{j2\pi \frac{qU}{N} \tau}$ , 而在混合子载波分配时有  $\theta_i = f_i + \frac{iT}{N}$ ,  $\Gamma(\tau) =$

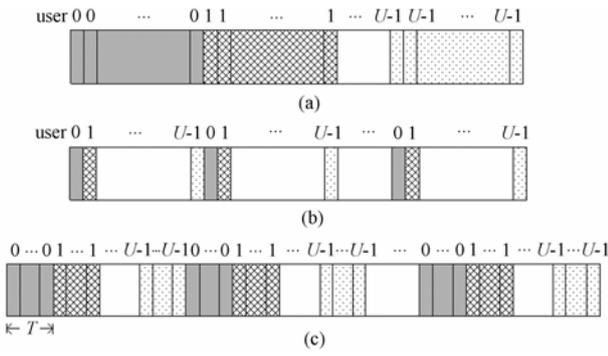


图1 3种子载波分配策略 (a)块状子载波分配 (b)间隔子载波分配 (c)混合子载波分配

Fig. 1 3 subcarrier allocation schemes (a) Block allocation (b) Interleaved allocation (c) Hybrid allocation

$$\sum_{i=0}^{T-1} \sum_{q=0}^{Q-1} e^{j2\pi \frac{qTU+i}{N} \tau}$$

由式(13), 对于每一个固定的  $k$ , 有

$$M_k[\tau] = M[k, \tau] \Gamma^{-1}(\tau) = \sum_{i=0}^{U-1} d_k[i] e^{j2\pi \theta_i \tau} + \frac{1}{\sigma_s^2} c_{vv}^*[\tau] \delta[k] G_r^{-1}[k] \Gamma^{-1}(\tau) \quad (14)$$

其中  $d_k[i] = P_i e^{-j2\pi \frac{h_i}{P} k}$ 。由于  $k$  是固定值, 所以  $d_k[i]$  只随  $i$  变化。应用 ESPRIT 算法, 将  $d_k[i]$  看作谐波幅度, 对于每一个  $k$  可得到一组谐波频率的估计值:  $\hat{\theta}_k = [\theta_{0,k}, \theta_{1,k}, \dots, \theta_{U-1,k}]$ 。最终的频偏估计值可由  $P$  组估计值  $\hat{\theta}_k, k = 0, \dots, P-1$  求平均得到:

$$\hat{\theta} = \frac{1}{P} \sum_{k=0}^{P-1} \hat{\theta}_k \quad (15)$$

由于各用户所用的子载波已知, 所以根据  $\hat{\theta}$ , 由关系式各种子载波分配策略对应的关系式:  $\theta_i = f_i + \frac{iM}{N}$ ,  $\theta_i = f_i + \frac{i}{N}$  或  $\theta_i = f_i + \frac{iT}{N}$ , 就可得到频偏估计  $\hat{f}$ 。这种频偏估计方法独立于时延估计方法, 不受时延估计性能的影响, 具有较高的精度。

#### 4 仿真结果和数值分析

这一节中, 将通过数值仿真来分析本文提出的估计方法的性能。系统参数如下:  $P=32, N=32, U=6$ , 采用间隔子载波分配方法,  $M=5$ 。其中各用户的频偏、时延、相移和功率分别为:  $\mathbf{n} = [0, 7, 13, 20, 23, 29]$ ,  $\mathbf{f} = [-0.451, 0.115, -0.36, 0.126, -0.174, 0.22]$ ,  $\boldsymbol{\varphi} = [1, 1.5, -0.4, 0.6, -1.7, 1.9]$ ,  $\mathbf{P} = [0.9, 1, 1, 0.9, 0.95, 0.9]$ 。信息数据是 i.i.d QPSK 数据, 其方差为  $\sigma_s^2 = 2$ , 噪声为功率谱密度为  $\sigma_v^2$  的零均值高斯白噪声, 信噪比定义为  $\text{SNR} = 10 \log(\sigma_s^2 / \sigma_v^2)$ 。所有的结果都是基于对  $I=200$  次 Monto Carlo 试验的平均。性能指标取为平均偏差(Average Bias)和均方误差(MSE), 对于频偏, 定义为:

$$\frac{1}{IU} \sum_{u=0}^{U-1} \left| \sum_{i=0}^{I-1} [\hat{\theta}_u^{(i)} - \theta_u] \right| \text{ 和 } \frac{1}{IU} \sum_{i=0}^{I-1} \left\| \hat{\boldsymbol{\theta}}^{(i)} - \boldsymbol{\theta} \right\|^2$$

$$\text{定义为: } \frac{1}{IU} \sum_{u=0}^{U-1} \left| \sum_{i=0}^{I-1} \left[ \frac{\hat{n}_u^{(i)}}{P} - \frac{n_u}{P} \right] \right| \text{ 和 } \frac{1}{IUP^2} \sum_{i=0}^{I-1} \left\| \hat{\mathbf{n}}^{(i)} \mathbf{n} \right\|^2$$

#### 4.1 符号个数对估计性能的影响

本文方法是一种基于统计量分析的方法, 所以理论上, 用来进行估计的符号数越多, 估计的性能就会越好。图 2 和图 3 给出了估计性能与符号个数的关系。由图可知, 随着用来估计的符号个数的增加, 估计的精度会随之提高。而且可以看出, 与开始提出的依赖时延估计的频偏估计相比较, 随后给出的独立于时延估计的频偏估计精度较高。

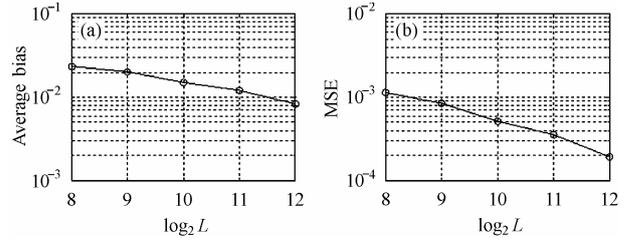


图2 时延估计的平均偏差和 MSE 与符号长度的关系 (a)时延估计的平均偏差 (b)时延估计的 MSE

Fig.2 Average bias and MSE of the time delay estimation as a function of the symbol record length L (a)Average bias of time delay estimation (b)MSE of time delay estimation

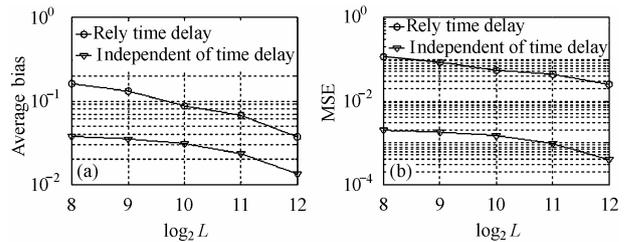


图3 频偏估计的平均偏差和 MSE 与符号长度的关系 (a) 频偏估计的平均偏差 (b) 频偏估计的 MSE

Fig.3 Average bias and MSE of the frequency offset estimation as a function of the symbol record length L (a)Average bias of frequency offset estimation (b)MSE of frequency offset estimation

#### 4.2 信噪比对性能的影响

图 4 和图 5 分别给出了各用户符号个数为 1024 时, 频偏和时延估计的平均偏差和 MSE, 并且给出了估计性能与信噪比的关系。由图可知, 信噪比的变化对同步参数的估计性能影响较小。这表现出了基于周期平稳的盲估计方法优越的抗噪特性。

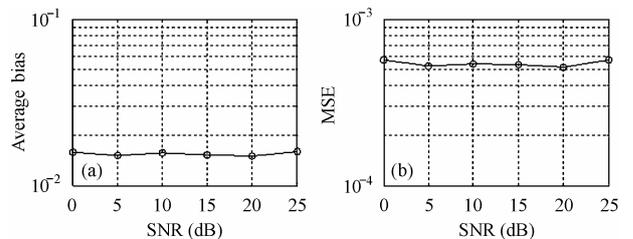


图4 时延估计的平均偏差和 MSE 与 SNR 的关系 (a)时延估计的平均偏差 (b)时延估计的 MSE

Fig.4 Average bias and MSE of the time delay estimation as a function of SNR(dB) (a)Average bias of time delay estimation (b)MSE of time delay estimation

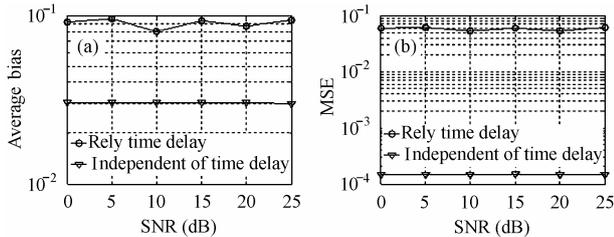


图 5 频偏估计的平均偏差和 MSE 与 SNR 的关系

(a) 频偏估计的平均偏差 (b) 频偏估计的 MSE

Fig.5 Average bias and MSE of the frequency offset estimation as a function of SNR(dB)

(a) Average bias of frequency offset estimation

(b) MSE of frequency offset estimation

## 5 结束语

本文提出了一种基于接收信号的周期平稳特性的, 上行 OFDMA 系统的同步参数盲估计方法。该方法不需要发送端发送导频或者训练序列等已知序列, 而且对是否采用循环前缀或循环前缀的长度不做要求, 节省了频谱资源。文章首先给出了广泛适用于一般子载波分配策略的时延和频偏估计方法。但该方法中, 频偏的估计依赖于时延的估计。随后, 文章针对目前被重点研究的 3 种子载波分配策略, 给出了 1 种独立于时延估计的频偏估计方法, 具有更高的精度。文章的最后给出了性能仿真。结果说明本文提出的盲估计方法具有良好的抗干扰特性和较高的精度。

## 参考文献

- [1] Morelli M. Timing and frequency synchronization for the uplink of an OFDMA system. *IEEE Trans. on Communications*, 2004, 2(52): 296–306.
- [2] Kim Taekwan, Cho Namshin, Cho Jaehee. A fast burst synchronization for OFDM based wireless asynchronous transfer mode systems. *Global Telecommunications Conference, Geneva, Switzerland, 1999, 1A(8): 543 – 547.*
- [3] Bolcskei H. Blind estimation of symbol timing and carrier frequency offset in pulse shaping OFDM systems. *Proceedings, ICASSP '99, Phoenix, Arizona, USA, 1999, 5: 2749 – 2752.*
- [4] Park Byungjoon, Cheon Hyunsoo, Ko Eunseok. A blind OFDM synchronization algorithm based on cyclic correlation. *IEEE Signal Processing Letters*, 2004, 11(2): 83 – 85.
- [5] Bolcskei H. Blind high-resolution uplink synchronization of OFDM-based multiple access schemes. *IEEE Workshop on Signal Processing Advances in Wireless Communications (SPAWC), Annapolis, MD, USA, 1999, 24:166 – 169.*
- [6] Tonello A M, Laurenti N, Pupolin S. Analysis of the uplink of an asynchronous multi-user DMT OFDMA system impaired by time offsets, frequency offsets, and multi-path fading. *VTC'02, Las Vegas, USA, 3(3): 1094 – 1099.*
- [7] Kuang Linling, Lu Jianhua, Ni Zuyao. Non-pilot-aided carrier frequency tracking for uplink OFDMA systems. *IEEE International Conference on Communications, Paris, France, 2004, 6: 3193 – 3196.*
- [8] Gardner W A. *Introduction to Random Process*. New York: McGraw-Hill, 1990, Chapter 11.

花梦: 女, 1978年生, 博士生, 研究方向为个人通信与移动通信, 通信中的信号处理。

朱近康: 男, 1943年生, 教授, 博士生导师, 研究方向是移动通信与无线通信、扩频通信、通信中的信号处理。