

混沌同步和混沌保密通讯的实验研究¹

尹元昭

(中国科学院电子学研究所 北京 100080)

摘要 本文对变型蔡氏电路的分岔、混沌和同步特性进行实验研究。在此基础上我们利用变型蔡氏电路成功地进行了混沌保密通讯的实验。

关键词 混沌同步，混沌保密通讯，变型蔡氏电路

中图号 TN918, TN710

1 引言

蔡氏电路^[1] 虽是当今最简单的混沌电路，但有丰富复杂的混沌动力学特性，而且它的理论分析，数值模拟和实验演示三者能很好符合，因此受到人们广泛深入的研究。

最近我们提出了一种蔡氏电路的变型^[2,3]，它是在蔡氏电路的 L 臂加入 RC 并联电路。这种变型蔡氏电路虽然比蔡氏电路增加了二个元件，使电路方程由三维提高到四维，但是比之蔡氏电路有三个突出的优点：(1). 蔡氏电路的参数保持不变时，只要改变这个并联电路中的 R 或 C 即可得到各种混沌现象，而且 R 和 C 的变化范围要比蔡氏电路中参数变化范围大得多。这给实验研究带来方便。(2). 变型蔡氏电路比蔡氏电路更易实现混沌的控制和同步，即有更高的鲁棒性(Robustness)。(3). 电感 L 总有内阻 R_0 (广义地， R_0 中可包括外加串联电阻在内)。当 R_0 大时蔡氏电路难以产生混沌，但在变型蔡氏电路中，即使 R_0 很大(本文 $R_0 > 100\Omega$)，通过调整 RC 并联电路，也能产生混沌。因此我们认为这种变型蔡氏电路是研究混沌动力学和混沌通讯的有力工具。

变型蔡氏电路的理论分析和数值计算已发表在我们的前两篇论文^[2,3]中，这里着重对变型蔡氏电路进行实验研究。它分三个部分，首先，演示变型蔡氏电路的混沌特性。其次，演示变型蔡氏电路的混沌控制和同步的特性，最后，在上述基础上，对用变型蔡氏电路实现混沌保密通讯成功地进行了原理性试验。

2 变型蔡氏电路的混沌特性

变型蔡氏电路如图 1 所示。它与蔡氏电路不同之处仅在于在 L 臂中多了一个由 R_3 和 C_3 组成的并联 RC 电路。其中 N_R 是分段直线式非线性电阻^[4]，它具有负阻特性，被称为蔡氏二极管，是由运算放大器做成的。现在，我们取 $C_1 = 9.59\text{nF}$, $C_2 = 99.8\text{nF}$, $C_3 = 0.615\mu\text{F}$, $L = 43.9\text{mH}$, $R_0 = 105.3\Omega$, $R = 1.68\text{k}\Omega$ 。

¹ 1996-06-07 收到， 1997-03-18 定稿
国家自然科学基金资助项目

我们改变 R_3 而保持其它参数不变, 在示波器上拍下电容 C_1 和 C_2 上的电压 V_{C_1} 和 V_{C_2} 组成的相图, 得到经倍周期到混沌的全过程。其典型结果总结在表 1 中, 相应的相图由图 2 中的照片表示。

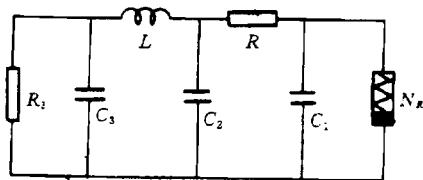
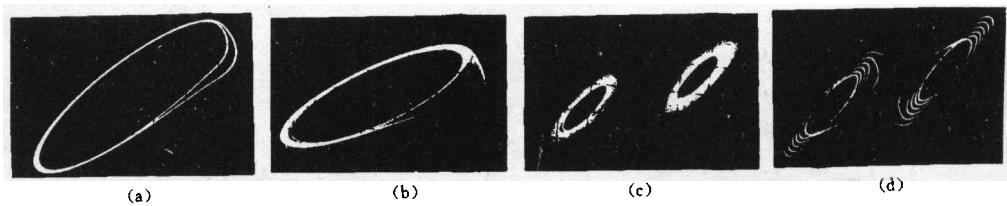


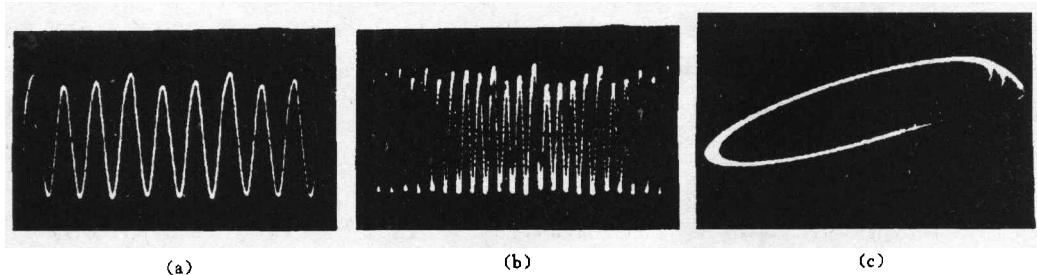
图 1 变型蔡氏电路

表 1 变型蔡氏电路经倍周期到混沌的相图与 R_3 的关系

状态	$R_3(\Omega)$	照片序号(图 2)
平衡点	>131.3	
周期-1 极限环	129.5	
周期-2 极限环	126.2	(a)
周期-4 极限环	124.0	
周期-3 极限环	123.7	
螺旋蔡氏吸引子	120.7	(b)
双涡蔡氏吸引子	113.4	(c)
7-7 周期窗	107.9	
6-6 周期窗	107.3	(d)
4-6 周期窗	104.5	
4-4 周期窗	99.2	
3-3 周期窗	93.5	
3-2 周期窗	89.5	
2-1 周期窗	87.8	
外围周期吸引子	<86.4	

图 2 从倍周期到混沌的过程 (V_{C_1} 和 V_{C_2} 的相图)

这里要特别指出一点, 即在周期-3 附近我们发现有间歇振荡(即周期振荡不时被不可预测的不规则的起伏所破坏)存在和通过间歇振荡发展到混沌的过程(从三周期到螺旋蔡氏吸引子), 这是一个不同于经倍周期到混沌的过程。三周期和间歇振荡波形($V_{C_1} \sim t$)和发生间歇振荡时的相图如图 3 所示。

图 3 V_{C_1} 随时间的变化

(a) 三周期, (b) 间歇振荡 ($R_3 = 122.4\Omega$), (c) 间歇振荡时 V_{C_1} 和 V_{C_2} 的相图

实验中测得的外围周期环是因为电路振荡增强, V_{C_1} 进入蔡氏二极管伏安特性斜率为正(正电阻)区域造成的。在数值模拟时如不考虑这个正电阻区域, 则得到向无穷大发散的相图。

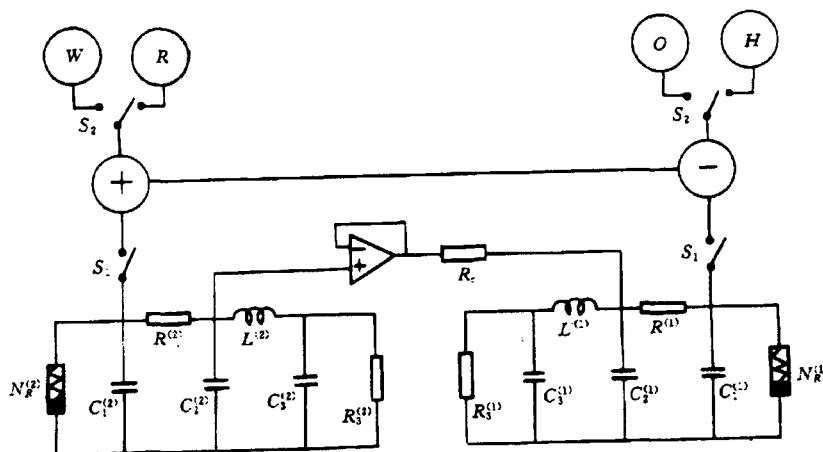


图 4 用变型蔡氏电路进行混沌控制、同步和保密通讯实验的示意图
(图中 W 为方波信号源, R 为收音机, + 为加法器, O 为示波器, H 为喇叭, - 为减法器, S_1, S_2 为选择开关)

3 混沌的控制和同步

混沌控制和同步的概念是 Pecora 和 Carroll 在 1990 年最先提出的^[5]，现在已成为混沌领域中非常活跃的研究课题，并为混沌研究的实用化，如混沌保密通讯奠定了理论基础。现在我们用两个变型蔡氏电路进行混沌控制和同步的实验研究，其线路图如图 4 所示（当开关 S_1 断开时）。我们称第一个电路为响应器或接收机，相应地称第二个电路为驱动器或发射机。这两个电路通过一个运算放大器组成的隔离器和电阻 R_C 实现从第二个电路到第一个电路的单向耦合。这两个电路的元件是完全相同的并与图 1 相同（我们并没有刻意追求它们的一致性，所谓相同只是元件标值上的相同，实测可差 $\pm 1\% \sim \pm 10\%$ ）。

典型的实验结果总结在表 2 中，作为一个例子，当驱动器的 $R_3^{(2)} = 130.8\Omega$ 时，由表 2 可知，它产生单周期相图，这时只要耦合电阻 R_C 小于临界值 3.4Ω ，不论响应器的 $R_3^{(1)}$ 为何值（从 0 到 ∞ ），响应器产生与驱动器完全相同的相图，当然在 $R_3^{(1)} = R_3^{(2)}$ 时同步精度最高。但从表 1 可见在 $R_3^{(1)}$ 从 0 变到 ∞ 时，响应器产生的相图可从固定点经倍周期到混沌再到外围周期吸引子的各种状态中。由此可见变型蔡氏电路很容易实现混沌的控制和同步的。又这种控制和同步可双向进行，即驱动器为周期态，响应器为周期态或混沌态时，由于混沌控制响应器都同步到驱动器的周期态。反之，驱动器为混沌态，响应器为周期态或混沌态时，因混沌控制响应器都同步到驱动器的混沌态。

表 2 变型蔡氏电路的同步实验

驱动器状态	$R_3^{(1)}(\Omega)$	$R_C(\Omega)$
周期 -1 极限环	130.8	<3.4
周期 -2 极限环	127.3	<15.1
螺旋蔡氏吸引子	121.2	<34.0
双涡蔡氏吸引子	115.6	<74.0

当同步时， $V_{C_1}^{(2)} = V_{C_1}^{(1)}$ ，在示波图上 $V_{C_1}^{(1)}$ 与 $V_{C_1}^{(2)}$ 的关系为一条通过原点的 45° 直线，如图 5(a) 所示。当不同步时， $V_{C_1}^{(1)}$ 与 $V_{C_1}^{(2)}$ 的关系偏离通过原点的 45° 直线，耦合电阻 R_C 比

其临界值越大，则这种偏离越大即越不同步。当 R_C 很大时驱动器和响应器完全不耦合时 $V_{C_1}^{(1)}$ 与 $V_{C_1}^{(2)}$ 的关系变成混沌的，如图 5(b) 所示。这种混沌态称为超混沌^[6](Hyperchaos)，它在四维和四维以上的系统中发生(在本文的情形是八维)，表示至少有两个 Lyapunov 指数为正值，即轨道至少在两个方向上指数发散。

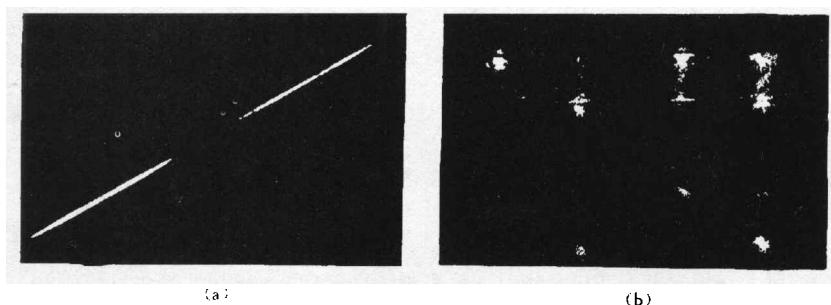


图 5 在同步实验中 $V_{C_1}^{(1)}$ 与 $V_{C_1}^{(2)}$ 的关系

(a) 同步, (b) 不同步

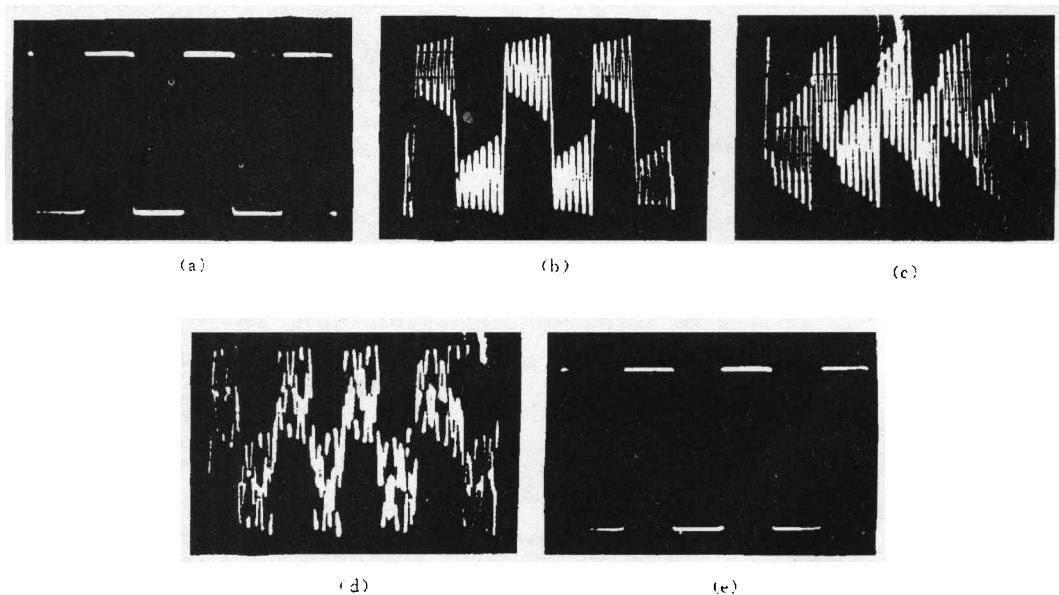


图 6 混沌保密通讯

(a) 输入的方波信号, (b) 发射机产生的用于控制的混沌信号 $V_{C_2}^{(2)}$
 (c) 用于调制的混沌信号 $V_{C_1}^{(2)}$, (d) 混沌调制后的传输信号, (e) 经解调后恢复的方波信号

4 混沌保密通讯

由于混沌具有控制和同步特性，使利用混沌信号进行保密通讯成为可能^[7]。我们基于上述的变型蔡氏电路的混沌控制和同步特性进行了混沌保密通讯试验，其线路图如图 4 所示(当开

关 S_1 和 S_2 都接通时)。输入信号为矩形波或收音机的输出。这个输入信号先与发射机的混沌信号 $V_{C_1}^{(2)}$ 相加(调制)，这个经调制的信号和发射机的混沌信号 $V_{C_2}^{(2)}$ 都送到接收机由于混沌的控制和同步，接收机产生和发射机完全相同的混沌信号。于是将调制信号和接收机的混沌信号 $V_{C_1}^{(1)}$ 相减(解调)后就使原输入信号得到恢复。以矩形波为例，输入信号，发射机混沌信号，经调制的信号和恢复信号如图 6 的(a)~(e) 所示。以收音机信号为例，我们可以将收音机调谐在任一电台，不论是音乐或语言都能从接收机端的喇叭清晰地听到，而在传输过程中只能截获经调制的信号，听到的是一片噪声，可见我们成功地进行了混沌保密通讯的原理性试验，为了实用化当然还有许多技术问题需要解决。例如，如何从有线传输发展到无线传输，对传输信号的频谱有何限制，外界干扰对混沌同步从而对混沌通讯保真度的影响等。

5 结 论

在对变型蔡氏电路的混沌特性，控制和同步功能进行理论分析和数值模拟的基础上^[2,3]，本文进行了实验研究。实验证明变型蔡氏电路有很好的混沌控制和同步特性，并成功地进行了混沌保密通讯的原理性试验。

参 考 文 献

- [1] Chua L O. The genesis of Chua's circuit. Int. J. Electron. Commun., 1992, 46(4): 250~257.
- [2] 尹元昭. 用连续控制法实现变型蔡氏电路的同步. 电子科学学刊, 即将发表.
- [3] Yin Y Z. Synchronization of chaos in a modified chua's circuit using continuous control, Int. J. Bifurcation and Chaos, 1996, 6(11): 2101~2117.
- [4] Kennedy M P. Robust on amp realization of Chua's circuit, Frequez, 1992, 46(3-4): 66~80.
- [5] Pecoral L M, Carroll T L. Synchronization in chaotic system, Phys. Rev. Lett., 1990, 64(8): 821~923.
- [6] Kapitaniak T, Chua L O, Zhong G O. Experimental synchronization of chaos using continuous control, Int. J. Bifurcation and chaos, 1994, 4(2): 477~482.
- [7] Wu C W, Chua L O. A simple way to synchronize chaotic systems with applicatons to secure communication systems, Int. J. Bifurcation and Chaos, 1993, 3(6): 1619~1627.

EXPERIMENTAL STUDY ON CHAOTIC SYNCHRONIZATION AND SECURE COMMUNICATION

Yin Yuanzhao

(Institute of Electronics, Academia Sinica, Beijing 100080)

Abstract In this paper the bifurcation, chaos and synchronization of the modified Chua's circuit are experimentally studied. On the basis of this research the chaotic secure communication has been successfully demonstrated.

Key words Chaotic synchronization, Chaotic secure communication, The modified Chua's circuit

尹元昭：男，1937 年生，研究员，中国电子学会高级会员，主要从事强流电子束产生相干辐射，如自由电子激光器等和电磁理论中的非线性问题，如混沌等的研究工作。