自适应波束形成权递推算法及其脉动阵实现[1]

陈晓初　　冷　梅

(浙江大学信电系信息处理教研室　杭州　310027)

摘　要　本文提出了一种新的自适应波束形成权矢量递推计算的数据域并行实现算法及其脉动阵（ Systolic 阵）实现结构. 算法基于数据矩阵 Q R 分解方法实现, 在脉动阵上实现了完全并行流水处理.

关键词　自适应波束形成, 递推算法, 脉动阵

中图号　TN911.7

1　引　言

自适应波束形成技术对雷达、通信、声纳和地震勘探等领域都具有重要应用价值. 自适应波束形成并行算法及其实现是近年来快速发展、进步的研究领域, 算法的并行脉动阵实现, 是实现实时处理的有效措施, 也是算法研究的热点.

Baird 最早提出的自适应权矢量递推算法 [1], 通过对采样协方差矩阵逆矩阵的递推计算实现自适应权递推计算, 属于均方域算法, 数值特性不好, 且不利于并行实现. Schreiber[2] 通过对采样协方差矩阵的 Cholesky 分解因子, 即对三角矩阵进行递推计算, 实现自适应权递推计算, 算法在数据域进行, 避免了显式计算采样协方差矩阵, 因而具有良好的数值稳定性. 但该算法需进行两次三角方程回代运算, 严重影响并行实现效率, 而不能实现完全的并行流水处理. McWhirter 提出的算法工程的思想 [3], 为实时数字信号处理的脉动阵实现提供了有效的方法, 其基本思想是充分利用已有算法功能模块, 针对具体应用构造高度并行的算法及其并行结构. 本文提出了一种自适应权矢量递推计算的数据域实现算法及其脉动阵实现结构, 算法基于算法工程的思想, 通过数据矩阵 QR 分解方法实现了完全并行流水处理.

2　算法推导

自适应权矢量具有如下形式:

$$\boldsymbol{W}(n) = \boldsymbol{M}^{-1}(n)\boldsymbol{S}_q^*, \tag{1}$$

其中 $\boldsymbol{S}_q$ 为 $N \times 1$ 维静态导向矢量, $\boldsymbol{M}(n)$ 为 $N \times N$ 阶采样协方差矩阵估计, 有

$$\boldsymbol{M}(n) = \boldsymbol{X}^H(n)\boldsymbol{X}(n), \tag{2}$$

其中 $\boldsymbol{X}(n)$ 为 $n \times N$ 阶数据矩阵 (考虑衰减因子 $\lambda, 0 < \lambda \le 1$), 有

$$\boldsymbol{X}(n) = \begin{bmatrix} \lambda^{(n-1)/2}\boldsymbol{X}_N^T(1) \\ \lambda^{(n-2)/2}\boldsymbol{X}_N^T(2) \\ \cdots \\ \cdot \quad \boldsymbol{X}_N^T(n) \end{bmatrix}, \tag{3}$$

[1] 1996-03-12 收到, 1996-10-23 定稿

其中 $\boldsymbol{X}_N(i)$ 为 i 时刻阵列采样数据矢量，维数为 $N\times 1$. 对采样协方差矩阵 $\boldsymbol{M}(n)$ 进行 Cholesky 分解，有

$$\boldsymbol{M}(n)=\boldsymbol{R}^H(n)\boldsymbol{R}(n), \tag{4}$$

其中 $\boldsymbol{R}(n)$ 为上三角矩阵，称 Cholesky 因子. $\boldsymbol{R}(n)$ 可通过对数据矩阵 $\boldsymbol{X}(n)$ 进行递推 QR 分解算得 [4] . 下面，我们推导利用 QR 分解实现权矢量递推计算的并行算法.

我们知道，递推 QR 分解就是由当前数据矢量对上三角矩阵 $\boldsymbol{R}(n-1)$ 进行更新运算，即通过正交变换进行如下计算 [4]

$$\boldsymbol{Q}\begin{bmatrix}\lambda^{1/2}\boldsymbol{R}(n-1)\\ \boldsymbol{X}_N^T(n)\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\boldsymbol{R}(n)\\ \boldsymbol{0}^T\end{bmatrix}. \tag{5}$$

在这里， $\boldsymbol{Q}$ 由一系列 Givens 正交变换矩阵的乘积构成. 在文献 [5, 6] 中又进一步提到，用如上正交变换 $\boldsymbol{Q}$ 也可对 $\boldsymbol{R}^{-H}(n)$ 进行更新变换 (称 QR 逆分解算法) ，有下列关系成立：

$$\boldsymbol{Q}\begin{bmatrix}\lambda^{-1/2}\boldsymbol{R}^{-H}(n-1)\\ \boldsymbol{0}^T\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\boldsymbol{R}^{-H}(n)\\ \boldsymbol{U}^H(n)\end{bmatrix}. \tag{6}$$

其中

$$\boldsymbol{U}(n)=-\frac{\lambda^{-1/2}\boldsymbol{M}^{-1}(n-1)\boldsymbol{X}_N^*(n)}{(\lambda+\boldsymbol{X}_N^T(n)\boldsymbol{M}^{-1}(n-1)\boldsymbol{X}_N^*(n))^{1/2}}. \tag{7}$$

矢量 $\boldsymbol{U}(n)$ 将用于后面的权矢量递推计算.

为了实现权矢量递推计算，构造辅助矢量 $\boldsymbol{V}(n)$ ，令

$$\boldsymbol{V}(n)=\boldsymbol{R}^{-H}(n)\boldsymbol{S}_q^*. \tag{8}$$

则对 (6) 式两边右乘矢量 $\boldsymbol{S}_q^*$ ，并引入 (8) 式的定义，整理可得

$$\boldsymbol{Q}\begin{bmatrix}\lambda^{-1/2}\boldsymbol{V}(n-1)\\ \boldsymbol{0}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\boldsymbol{V}(n)\\ d(n)\end{bmatrix}, \tag{9}$$

其中

$$d(n)=\boldsymbol{U}^H(n)\boldsymbol{S}_q^*. \tag{10}$$

可以看出，对辅助矢量 $\boldsymbol{V}(n-1)$ 作正交变换 $\boldsymbol{Q}$ 的运算，可以递推算出 $\boldsymbol{V}(n)$ ，同时得到中间量 $d(n)$. $d(n)$ 也将用于下面的权矢量递推计算.

利用以上结果，下面推导权矢量递推计算公式. 对 (2) 式采样协方差矩阵应用矩阵求逆引理，有

$$\boldsymbol{M}^{-1}(n)=\lambda^{-1}\left(\boldsymbol{M}^{-1}(n-1)-\frac{\boldsymbol{M}^{-1}(n-1)\boldsymbol{X}_N^*(n)\boldsymbol{X}_N^T(n)\boldsymbol{M}^{-1}(n-1)}{\lambda+\boldsymbol{X}_N^T(n)\boldsymbol{M}^{-1}(n-1)\boldsymbol{X}_N^*(n)}\right). \tag{11}$$

将 (7) 式关系代入 (11) 式，整理可得

$$\boldsymbol{M}^{-1}(n)=\lambda^{-1}\boldsymbol{M}^{-1}(n-1)-\boldsymbol{U}(n)\boldsymbol{U}^H(n). \tag{12}$$

对 (12) 式两边右乘矢量 S_q^* ，结合 (1) 式和 (10) 式，就得到了新的权矢量递推计算公式：

$$W(n) = \lambda^{-1}W(n-1) - d(n)U(n). \tag{13}$$

以上 (5) 、 (6) 、 (9) 、 (13) 式就构成了自适应权矢量递推计算的并行实现算法，整个算法基于 QR 分解的 Givens 变换算法实现，正交变换矩阵 Q 可以同时实现 $R(n)$ 、 $R^{-H}(n)$ 和辅助矢量 $V(n)$ 的更新运算，并在更新运算中得到完成自适应权递推运算所需参量.

3　算法的脉动阵实现结构

将上一节导出的权递推算法归纳如下，算法分四步：

(1) $Q\begin{bmatrix}\lambda^{1/2}R(n-1)\\ X_N^T(n)\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}R(n)\\ 0^T\end{bmatrix}$；

(2) $Q\begin{bmatrix}\lambda^{-1/2}V(n-1)\\ 0\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}V(n)\\ d(n)\end{bmatrix}$；

(3) $Q\begin{bmatrix}\lambda^{-1/2}R^{-H}(n-1)\\ 0^T\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}R^{-H}(n)\\ U^H(n)\end{bmatrix}$；

(4) $W(n) = \lambda^{-1}W(n-1) - d(n)U(n)$.

算法采用非零初始化方法，即取

$$R(0) = \mu^{1/2}I,\quad R^{-H}(0) = \mu^{-1/2}I;\quad V(0) = \mu^{-1/2}S_q^*,\quad W(0) = \mu^{-1}S_q^*.$$

其中初值 μ 为正数．非零初始化方法实现简单，适当选取初值有利于改善算法数值稳定性、抑制阵列方向图畸变，对此，笔者在文献 [7] 中作了专门讨论，本文不再赘述.

图 1 给出了实现双波束自适应权递推算法的脉动阵结构，阵列处理单元功能由图 2 给出，图 3 为阵列功能模块图．阵列由四个功能模块构成，分别对应于算法的四个步骤，算法第一步中上三角矩阵 $R(n)$ 的更新计算由阵列左侧的三角形阵列模块完成，该三角形阵列模块斜边上的处理单元计算构成正交变换 Q 的 Givens 变换系数，并向阵列右边方向水平传递；算法第二步中辅助矢量 $V(n)$ 的更新计算由阵列中间的线性阵列模块完成，该模块利用左侧模块传递过来的构成正交变换 Q 的 Givens 变换系数进行 $V(n)$ 更新计算，算得的 $d(n)$ 经过延时单元送入权矢量 $W(n)$ 更新模块；算法第三步的 $R^{-H}(n)$ 更新计算由阵列右侧的三角形阵列模块完成，该模块也同样利用左侧模块传递过来的构成正交变换 Q 的 Givens 变换系数进行 $R^{-H}(n)$ 更新计算，算得的 $U(n)$ 矢量向下送入权矢量 $W(n)$ 更新模块；算法第四步的权矢量更新计算由阵列右下方的线性阵列模块完成．如图 1 中虚线所示，数据流沿对角线方向传播．阵列实现了自适应权矢量的完全并行流水处理.

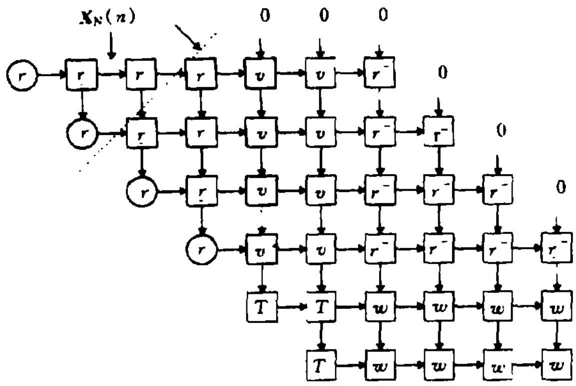

图 1 自适应权矢量递推算法的 Systolic 阵结构

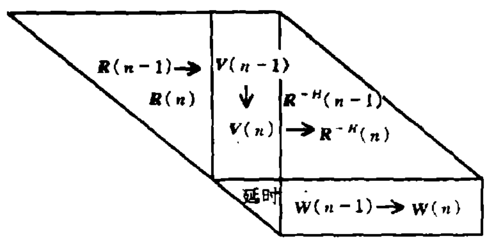

图 3 阵列实现模块

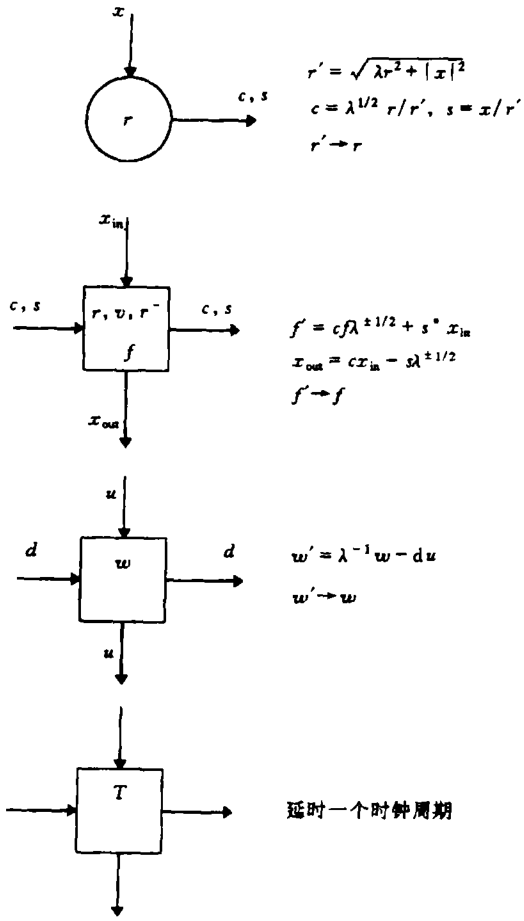

图 2 阵列处理单元功能

由于计算两个独立导向矢量 S_q 所对应的权矢量，因而对两组不同的 $V(n)$ 、 $W(n)$ 矢量进行更新运算，所以用两列 $V(n)$ 处理单元和两行 $W(n)$ 处理单元。

阵列初始计算时，按上面所述非零初始化方法在相应处理单元预置数据。

值得指出的是，算法中对 $R(n)$ 和 $R^{-H}(n)$ 的更新模块是由已有的 QR 分解和 QR 逆分解算法及其脉动阵结构 [4-6] 来实现的，辅助矢量 $V(n)$ 和权矢量 $W(n)$ 的更新模块则是为实现算法的并行流水处理而推导和设计出来的，算法各个功能模块的协调组合最终实现了自适应权矢量计算的完全并行流水处理。算法的设计思想与文献 [3] 提出的算法工程的思想是一致的。

4 总 结

本文提出了新的自适应权矢量递推计算的数据域并行实现算法及其脉动阵结构，在脉动阵上实现了权矢量递推计算的完全并行流水处理，算法实现与算法工程的思想相一致。算法采用非零初始化方法，适当选择初值，算法可具有良好的数值特性和收敛性，非零初值的选取方法可参考文献 [7]。

致谢 本文第一作者由衷地感谢保铮教授对本文工作曾经给予的指导和帮助。

参考文献

[1] Baird C A. Recursive algorithms for adaptives. Final Report, Contract No.F 30602-72-C-0499, Rome Air Development Center, Sept. 1973.

[2] Schreiber R. Implementation of adaptive array algorithms. IEEE Trans. on ASSP, 1986, ASSP-34(5): 1038–1045.

[3] McWhirter J G. Algorithmic engineering in adaptive signal processing. IEE Proc.-F, 1992, 139(3): 226–232.

[4] McWhirter J G. Recursive least squares minimization using systolic array. Proc. of SPIE, Vol.431, Real Time Signal Processing VI, 1983, 105–112.

[5] Pam C T, *et al.* Least squares modifications with inverse factorizations: parallel implications. Journal of Computational and Applied Mathematics, 1989, 27(1): 109–127.

[6] 陈晓初. 相控阵雷达自适应数字波束形成：[博士论文]. 西安：西安电子科技大学，1992.

[7] 陈晓初，荆仁杰. LS 自适应波束形成算法的非零初始化. 第五届信号处理会议文集，武汉：1994, 10.

RECURSIVE ALGORITHM FOR ADAPTIVE ARRAYS AND SYSTOLIC ARRAY IMPLEMENTATION

Chen Xiaochu　　Leng Mei

(*Information and Intelligence System Institute, Zhejiang University, Hangzhou* 310027)

Abstract In this paper, a new recursive algorithm for adaptive array weight vectors and its systolic array implementing structure are proposed, which are based on the QR factorization algorithms and the idea of the algorithmic engineering. The algorithm can realize fully parallel and pipeline processing.

Key words Adaptive array, Recursive algorithm, Systolic array

陈晓初：　男，1962 年生，博士、副教授，研究方向为并行处理结构和算法、图象信息处理、雷达信号处理.

冷　梅：　女，1968 年生，杭州电子工业学院讲师，同时为浙江大学信电系在职博士生. 研究方向为并行处理、图象信息处理、决策支持系统.