一种新的分形图象压缩编码方法 [1]

尹忠科　　杨绍国　　顾德仁

(电子科技大学电子工程系　成都　610054)

摘　要　本文首先研究了一般分形图象压缩方法存在的缺陷，然后对它进行了改进．最后在 DCT 域进行进一步改进．实验结果表明，与原来方法相比较，改进后的方法具有明显的优越性．

关键词　分形，图象编码，迭代函数系统，分块迭代函数系统

中图号　TN919.8

1　引　言

图象数据的有效压缩是实现图象通讯的必要前提．图象数据压缩的目标就是在维持可接受的图象质量条件下，尽可能地减少表征该图象的数据量．图象数据的压缩潜力既涉及图象信源的特性，又涉及图象信宿的特性．人们观察一幅图象时，图象给人的感觉既依赖于图象的各个部分，又依赖于图象的各个部分之间的关系．传统的变换编码方法的基本原理是将原来在通常的空间域描述的图象信号变换到另外一些正交矢量空间 (变换域) 中进行描述．图象信号一般具有明显的相关性．图象信号变换到变换域后，其相关性明显下降，这样就能实现图象数据的压缩．通常情况下，变换是按一个个子象块或子图象进行的，这样做利用了子图象的信息冗余，是变换编码的优点．但是它存在着明显的缺点，即没有利用象块与图象之间，象块与象块之间的信息冗余．后一种信息冗余的存在的原因在于：自然界具有标度不变性的自相似结构，图象是自然界的反映，因此图象也存在很多的分形特征 [1]．为了利用后一种信息冗余进行图象的数据压缩， M.Barnsley 于 1988 提出了分形图象压缩编码方法 [2]， 1990 年， A. Jacquin 提出了全自动的可行的分形压缩编码算法 [3]．分形图象压缩编码的物理依据是自然界具有标度不变性的自相似结构，即分形特性．分形图象压缩编码的数学基础是迭代函数系统 (IFS)，不动点原理 (The fixed point theorem) 和拼贴原理 (The collage theorem)[2,3]．但是分形图象压缩编码方法，无论是计算速度或是图象质量均不是很理想．为了提高速度，一个方向 [3] 是对图象块进行分类，匹配搜索只在同类中进行，另一个方向 [4] 是确定最佳的搜索路径．为了提高图象质量，一个方向 [3] 是对图象块进行细分，另一个方向 [5,6] 是增加一些块作为匹配不佳时的补充．

本文研究了一般分形图象压缩方法存在的缺陷，在 DCT(Discrete Cosine Transform) 域对分形图象压缩编码方法进行进一步改进，给出了实验结果，并进行了比较分析．

2　一般分形图象压缩编码方法的缺陷和改进

最早的分形图象编码算法是基于 IFS 的算法．该算法是用一套简单的变换关系产生出复杂的图象．这样这一套变换关系或公式就可表征图象，存储和传输图象，即可用这一套公式来代替图象本身．若能找到表示图象的这么一套公式 (IFS)，则可以得到非常高的压缩比．但是对

[1] 1996-05-14 收到， 1997-03-25 定稿

于一幅现实世界的图象，寻找 IFS 代码非常困难。所以现在一般分形图象编码算法是基于 PIFS 算法。它是将图象分成不同子块，对每一块寻找其对应的 IFS 代码，这样的 IFS 代码称为 PIFS 代码。解码时采用拼贴定理，由 PIFS 代码可以快速地恢复图象。

现在用一般分形图象压缩编码方法进行编码时，对一幅 $M\times N$ 的图象，先生成 $(M/2)\times(N/2)$ 的收缩图象，然后把原图象分成互不重叠的各个子块，这些子块合起来完全覆盖该图象。对于原图象中任一子块 $f_{ij}(i,j$ 表示子块位置) 寻找其 PIFS 码的过程即为在收缩图象上，寻找一个大小相同的子块 g_{kl}，使得 g_{kl} 经过以下变换后形成的 $\hat{f}_{i,j}$ 与 $f_{i,j}$ 非常逼近。

$$\hat{f}_{i,j}=T_{i,j}^{(2)}(T_{i,j}^{(1)}(g_{k,l}))+b_{i,j}, \tag{1}$$

其中 $T_{i,j}^{(1)}$ 代表旋转和翻转变换； $T_{i,j}^{(2)}$ 代表对比度变换； $b_{i,j}$ 代表亮度调整，它相当于一个象素值均为一个实值 b 的大小相同的子块。对原图象中每一子块 $f_{i,j}$ 编码的实质就是寻找最佳的 $T_{i,j}^{(1)}, T_{i,j}^{(2)}, b_{i,j}$ 及 $g_{k,l}$ 使得 $f_{i,j}$ 与 $\hat{f}_{i,j}$ 在某一距离意义下最接近。

在编码过程中， $T_{i,j}^{(1)}$ 的求取是编码速度低的重要原因之一，若去掉这一变换，则有

$$\hat{f}_{i,j}=T_{i,j}^{(2)}(g_{k,l})+b_{i,j}, \tag{2}$$

则编码速度可以提高接近 8 倍，而图象质量没有明显的降低。

这样 (2) 式可以写成

$$\hat{f}_{i,j}=a\cdot g_{k,l}+b\cdot 1, \tag{3}$$

式中的 a,b 为实数， 1 为象素值均为 1 的子块， $\hat{f}_{i,j}, g_{k,l}$ 意义同上。

这样求取变换 $T_{i,j}^{(2)}$ 和 $b_{i,j}$ 的过程就是求取 a 和 b 的值。

文献 [3] 确定 a 、 b 的方法是先让 a 试取某一值，然后确定 b，最后选取使 $\hat{f}_{i,j}$ 与 $f_{i,j}$ 最接近的一对 a 、 b 值。这样做是比较费时的，且求出的 a 、 b 值并不是最佳的。文献 [4] 直接取 $a=0.5$，这样做将造成图象质量下降。文献 [6] 给出了求最佳 a 、 b 对的方法，现在一般都用这种方法求取 a 、 b。我们以下给出求取方法和证明其存在问题。

$\hat{f}_{i,j} \xrightarrow{\text{逼近}} f_{i,j}$ 的含义是 $d(f_{i,j},\hat{f}_{i,j})\rightarrow\min$， $d(f_{i,j},\hat{f}_{i,j})$ 表示 $f_{i,j}$ 与 $\hat{f}_{i,j}$ 之间的距离，其定义可采用以下表示：

$$d(f_{i,j},\hat{f}_{i,j})=\sum_{x=0}^{m-1}\sum_{y=0}^{n-1}(f_{i,j}^{x,y}-\hat{f}_{i,j}^{x,y})^2,$$

$\hat{f}_{i,j}^{x,y}$ 代表子块 $f_{i,j}$ 中坐标为 x,y 的象素值， m 、 n 为子块 $f_{i,j}$ 与 $\hat{f}_{i,j}$ 的长和宽。

欲使 $d(f_{i,j},\hat{f}_{i,j})\rightarrow\min$，即使

$$\left.\begin{aligned}\partial d(f_{i,j},\hat{f}_{i,j})/\partial a=0,\\ \partial d(f_{i,j},\hat{f}_{i,j})/\partial b=0,\end{aligned}\right\}$$

可得

$$\left.\begin{aligned}&a\sum_{x=0}^{m-1}\sum_{y=0}^{n-1}(g_{k,l}^{x,y})^2+b\sum_{x=0}^{m-1}\sum_{y=0}^{n-1}g_{k,l}^{x,y}=\sum_{x=0}^{m-1}\sum_{y=0}^{n-1}f_{i,j}^{x,y}\cdot g_{k,l}^{x,y},\\ &a\sum\sum g_{k,l}^{x,y}+b\cdot m\cdot n=\sum_{x=0}^{m-1}\sum_{y=0}^{n-1}f_{i,j}^{x,y}.\end{aligned}\right\} \tag{4}$$

由 (4) 式解方程即可求出 a 、 b 。由 (4) 式可以看出， a 、 b 是相互关联的，这样， a 与 b 的误差将相互影响、传递，降低图象质量，所以 (3) 式存在缺陷。

为此，对 (3) 式进行如下改进：使

$$\tilde{f}_{i,j} = a(g_{k,l} - \mu_{g_{k,l}}) + 0.5\mu_{g_{k,l}} + b \cdot 1, \tag{5}$$

其中 $\mu_{g_{k,l}}$ 为一子块，其象素值 $\mu_{g_{kl}}^{x,y}$ 为

$$\mu_{g_{kl}}^{x,y} = \frac{1}{m \cdot n} \sum_{x'=0}^{m-1} \sum_{y'=0}^{n-1} g_{k,l}^{x',y'}. \tag{6}$$

我们证明此时 a 、 b 不相关。

取 $d(f_{i,j}, \hat{f}_{i,j}) \to \min$ ，从而有

$$\left.\begin{aligned} \partial d(f_{i,j}, \hat{f}_{i,j})/\partial a = 0, \\ \partial d(f_{i,j}, \hat{f}_{i,j})/\partial d = 0, \end{aligned}\right\} \tag{7}$$

由 (7) 可得

$$\left.\begin{aligned} a &= \left[\sum_{x=0}^{m-1}\sum_{y=0}^{n-1} f_{i,j}^{x,y}(g_{k,l}^{x,y} - \mu_{g_{k,l}}^{x,y})\right] \Big/ \sum_{x=0}^{m-1}\sum_{y=0}^{n-1}(g_{k,l}^{x,y} - \mu_{g_{k,l}}^{x,y})^2, \\ b &= \frac{1}{m \cdot n}\left(\sum_{x=0}^{m-1}\sum_{y=0}^{n-1} f_{i,j}^{x,y} - 0.5\sum_{x=0}^{m-1}\sum_{y=0}^{n-1} g_{k,l}^{x,y}\right). \end{aligned}\right\} \tag{8}$$

由 (8) 式可知，使用 (5) 式， a 、 b 互不关联，各自的误差互不影响、传送。

3　在 DCT 域的进一步改进

利用 (5) 式，寻找每一子块的 PIFS 代码，是空间域进行的分形图象编码过程。把 (5) 式变换到 DCT 域，即可得到 DCT 域 (5) 式变换形式：（一般取子块为正方形，即 $m = n$）

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \hat{F}_{i,j}^{0,0} & \hat{F}_{i,j}^{0,1} & \cdots & \cdots \\ \hat{F}_{i,j}^{1,0} & \hat{F}_{i,j}^{1,1} & \cdots & \cdots \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \end{bmatrix}_{m\times n} &= a \begin{bmatrix} 0 & G_{k,l}^{0,1} & \cdots & \cdots \\ G_{k,l}^{1,0} & G_{k,l}^{1,1} & \cdots & \cdots \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \end{bmatrix}_{m\times n} \\ &+ \begin{bmatrix} 0.5G_{k,l}^{0,0} + b_0 & 0 & \cdots & \cdots \\ 0 & 0 & \cdots & \cdots \\ 0 & 0 & \cdots & \cdots \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \end{bmatrix}_{m\times n}, \end{aligned} \tag{9}$$

$\hat{F}_{i,j}^{x,y}$ 是 $\hat{f}_{i,j}$ 子块经过 DCT 变换后的系数， $G_{k,l}^{x,y}$ 是 $g_{i,j}$ 子块经过 DCT 变换后的系数，子块 $b.1$ 经过 DCT 变换后的系数，只有直流项不为 0 ，即 b_0 。此时 a 和 b_0 变得非常容易求取，而不再用 (8) 式求。其中 b_0 的求取按下式： $b_0 = F_{i,j}^{0,0} - 0.5G_{k,l}^{0,0}$ 。

用 (9) 式在 DCT 域寻找 PIFS 代码进行分形图象编码与用 (5) 式在空间域进行分形图象编码无本质区别。

DCT 变换编码利用了子块内的信息冗余，而没有利用图象子块之间的信息冗余；分形图象编码方法利用了图象子块之间的信息冗余而没有利用子块内部的信息冗余。对 (9) 式进行改进，使得能够利用这两种冗余。

在 DCT 域，假设 $\hat{f}_{i,j}$ 的 DCT 某变换系数 $\hat{F}_{i,j}^{x,y}$ 与 $F_{i,j}^{x,y}$ 相差较大而导致 $d(\hat{F}_{i,j}, F_{i,j})$ 较大，则把该系数作为一个参数独立出来对待，这样将降低寻找合适的 PIFS 代码的难度，提高速度，也有利于提高 $\hat{F}_{i,j}$ 与 $F_{i,j}$ 的相似程度，从而有利于图象质量的提高。从这一观点出发构造以下八类变换公式。

$$\begin{bmatrix} \hat{F}_{i,j}^{0,0} & \hat{F}_{i,j}^{0,1} & \cdots & \cdots \\ \hat{F}_{i,j}^{1,0} & \hat{F}_{i,j}^{1,1} & \cdots & \cdots \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \end{bmatrix}_{m\times n} = a \begin{bmatrix} 0 & Z_1 G_{k,l}^{0,1} & G_{k,l}^{0,2} & \cdots \\ Z_2 G_{k,l}^{1,0} & Z_3 G_{k,l}^{1,1} & G_{k,l}^{1,2} & \cdots \\ G_{k,l}^{2,0} & G_{k,l}^{2,1} & G_{k,l}^{2,2} & \cdots \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \end{bmatrix}_{m\times n}$$

$$+ \begin{bmatrix} 0.5G_{k,l}^{0,0} + b_0 & T_1 F_{i,j}^{0,1} & 0 & \cdots \\ T_2 F_{i,j}^{1,0} & T_3 F_{i,j}^{1,1} & 0 & \cdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \end{bmatrix}_{m\times n}, \tag{10}$$

其中 $T_1, T_2, T_3, Z_1, Z_2, Z_3$ 可取 0 或 1， $T_1 \neq Z_1, T_2 \neq Z_2, T_3 \neq Z_3$, $F_{i,j}^{x,y}$ 为子块 f_{ij} 经过 DCT 变换后的系数。

对于任一 DCT 域子块， PIFS 自适应地取以上八种形式中的一种，这样就可以利用 DCT 域能量集中的特性，从而利用了子块内的信息冗余。对于每一图象子块，其 PIFS 代码可以有不同的构成形式，这种不同的构成形式一是指 (10) 式中 T_1, T_2, T_3 为 0 或 1 的组合形式 (共 8 种，占 3 位)，二是指在收缩图象上寻找相似子块时在什么样的区域上进行的 (共 4 种，占 2 位)。 a 和 b_0 对恢复图象是必须的，必须记录。 $F_{i,j}^{x,y}$ 和收缩图象上相似子块的位置标记是否对恢复图象必须以及需要多少位去记录它们，则依据 PIFS 代码的构成形式而定，而 PIFS 代码的构成形式，则依据图象子块的复杂程度自适应地决定。

4 实验结果和结论

依据上述方法，本文做了对比实验。图 1 为原始的 512×512×8 的 Lenna 图象，图 2 为压缩后恢复图象，变换采用 8×8 子块。

图 1 原始 Lenna 图象
(图象大小为 512 × 512)

图 2 恢复图象 (PSNR 为 32.4dB,
压缩比为 24.0 倍)

从恢复图象上看，没有明显的失真，图象细节和边缘恢复较好。

表 1 给出了用 PC486 微机对 512×512 Lenna 图象进行压缩和恢复的实验结果，可以看出在压缩比大体一致的条件下，与文献中原形方法 (快速 LIFS) 相比较，改进后的方法信噪比提高了 3.4dB，压缩速度提高 20 多倍。

本文对分形图象压缩编码进行了研究，得出了令人鼓舞的结果。但这种分形图象压缩方法，还有不足之处，如速度仍满足不了实时传输的要求。为了解决这一问题，我们正在以下两个方向上进行研究，一是用分数维对图象块进行分类，寻找相似块时只在同类块中寻找。二是对寻找区域进行深入的研究，去除不必要的寻找区域。但是，尽管存在不足之处，从本文我们仍可以看出，分形图象压缩编码方法具有巨大的潜力。

表 1 实验结果

	PSNR(dB)	压缩比 (倍)	压缩时间 (h)	备注
LIFS	30.9	24.8	25	引自文献 [4]
快速 LIFS	29.0	25.2	7	
新方法	32.4	24.0	0.27	

参　考　文　献

[1] Mandelbrot B B. The Fractal Geometry of Nature. San Francisco: Freeman, 1982.

[2] Barnsly M F, Sloan A D. A better way to compress images. Byte, 1988, 13(1): 215–233.

[3] Jacquin A E. Fractal Image Coding Based on a Theory of Iterated Contractive Image Transformations. SPIE Vol. 1360 Visual Communications and Image Processing, 1990, 227–239.

[4] 房育栋，余英林. 快速分形图象压缩编码. 电子学报， 1996, 24(1): 28–33.

[5] Monro D M, Woolley S J. Fractal Image Compression Without Searching. IEEE ICASSP, Adelaide, South Australia: 1994, V.557–560.

[6] Oien G E, Lepsoy S. An Inner Product Space Approach to Image Coding by Contractive Transformations. IEEE ICASSP Toronto, Ontario, Canada: 1991, 2773–2776.

A NEW FRACTAL IMAGE CODING METHOD

Yin Zhongke　　Yang Shaoguo　　Gu Deren

(*University of Electronic Science and Technology of China, Chengdu* 610054)

Abstract　Some shortcomings of common fractal image coding methods are studied, then they are corrected with a new method. The new method is improved further in DCT domain. Coding results show the advantage of the new method.

Key words　Fractal, Image coding, Iterative funtion system, Partition iterative function system

尹忠科：　男， 1969 年生，博士生，现从事图象处理与传输的研究.

杨绍国：　男， 1963 年生，博士后，现从事计算机视觉与图象处理等方面的研究.

顾德仁：　男， 1923 年生，教授，博士生导师，现从事电路与系统，信号与信息处理， HDTV 等方面的研究.