

## 光脉冲在光波导中传播的显式时域法<sup>1</sup>

巨振乐 付君眉 冯恩信

(西安交通大学微波与光通信研究所 西安 710049)

**摘 要** 本文提出一种稳定的模拟光波导中波传播的显式时域方法, 该方法以 Dufort-Frankel 法和变量代换法为基础, 采用了显式的差分方法, 计算快速, 节省内存, 行之有效; 应用该方法在光波导中将 500fs 的光脉冲传播 2mm, 得出了光脉冲的瞬态值及波导参数对脉冲的影响情况。

**关键词** 慢包近似, 显式时域法, Dufort-Frankel 法, 时域内的束传播法, 光波导

**中图分类号** TN929.1, TN252

### 1 引 言

时域有限差分 (FDTD)<sup>[1]</sup> 法是时域内电磁场数值计算的重要方法, 但对光波而言, 由于 FDTD 法剖分网格太小, 使计算很费内存, 计算时间相当长。为此 R. Y. Chan 等人提出了时域内的光束传播法 (TDBPM)<sup>[2]</sup>, TDBPM 是在频域内的光束传播法 (BPM)<sup>[3]</sup> 基础上而得到的, TDBPM 中也用到了慢包近似 (SEVA)<sup>[4]</sup>, 该方法同时域有限差分 (FDTD) 法相比, 可节省计算机内存, 因此在 PC 机上计算光传输问题就显得十分有效; 然而在求解该方程时要用到 Pade(1, 1) 近似<sup>[5]</sup>, Pade(1, 1) 近似在数值计算时往往采用隐式的差分格式, 只有这样才能使计算稳定有效。采用这种差分格式后, 对每一步计算, 必须找到一个带状阵的逆矩阵。

BPM 中 Pade(1, 1) 近似在数值计算时其算子为常系数, 带状阵的逆矩阵比较容易找到, 而在 TDBPM 中其算子则变成了变系数, 因此其逆矩阵找起来不太容易, 特别对三维或色散波导, 该逆矩阵就很难找到。1994 年 Feng Xiang 等人<sup>[6]</sup> 在 BPM 中提出了一种显式的差分格式, 在频域计算中可以节省时间, 我们将其扩展到时域波脉冲传输计算中; 本文正是在这种基础上提出了解决时域光波导中脉冲传输的显式方法, 并用例子作了验证, 得到了正确的计算结果。

### 2 差分格式

在大多数情况下, 集成光学仪器中的介质为弱导介质, 标量的 Maxwell 方程就可适用于光传播计算, 利用 SEVA 法可把标量的波动方程写成如下的形式<sup>[2]</sup>:

$$\partial \epsilon / \partial t + c(x) \partial \epsilon / \partial z = iS(x)\epsilon + iT(x)\partial^2 \epsilon / \partial x^2, \quad (1)$$

其中

$$c(x) = c_0 n_0 / n_{eff}^2(x), \quad n_{eff}(x) = n_s + \Delta n h(x), \quad h(x) = \exp[-4 \ln(2) x^2 / w^2];$$
$$S(x) = (\omega_0 / 2) [1 - n_0^2 / n_{eff}^2(x)], \quad T(x) = \omega_0 / [2k_0^2 n_{eff}^2(x)], \quad k_0 = 2\pi / \lambda_0.$$

<sup>1</sup> 1996-07-12 收到, 1997-09-02 定稿

$\Delta n$  是折射率的最大差,  $n_0$  是参考折射率,  $n_{eff}$  是波导的有效折射率,  $\varepsilon$  是脉冲的包络,  $w$  是波导的宽度,  $c_0$  是真空中光速,  $\omega_0$  是载波角频率,  $\lambda_0$  是载波波长,  $\lambda_0 = 1.3\mu\text{m}$ 。作变量代换:  $\tau = t - z/c(x)$ , (1) 式变成

$$d\varepsilon/d\tau = iD(x)\varepsilon, \quad (2)$$

其中  $D(x) = S(x) + T(x)\partial^2/\partial x^2$ 。

由 DuFort-Frankel 法<sup>[5]</sup>, (2) 式被离散成

$$\varepsilon_n^{m+1} = [(1+i\beta)/(1-i\beta)]\varepsilon_n^{m-1} + [(i\alpha)/(1-i\beta)](\varepsilon_{n+1}^m + \varepsilon_{n-1}^m), \quad (3)$$

其中  $\alpha = 2T(x)\Delta\tau/(\Delta x)^2$ ,  $\beta = S(x)\Delta\tau - \alpha$ ,  $\varepsilon_n^{m+1} = \varepsilon_{\text{total}}((m+1)\Delta\tau, n\Delta x)$ , 表示第  $m+1$  次时间,  $x = n\Delta x$  处波包的场值。  $m$  为时间循环变量,  $n$  为  $x$  方向循环变量,  $\varepsilon_{\text{total}} = \varepsilon(x, t, z - c(x)t)$ 。

根据 Von-Neumann 法<sup>[5]</sup>, (3) 式满足下列条件则稳定:

$$4n_{eff}^4(x)(\Delta x)^2 + k_0^2(\Delta x)^2 c_0^2(\Delta t)^2 (n_{eff}^2(x) - n_0^2)^2 \geq 4c_0^2(\Delta t)^2 (n_{eff}^2(x) - n_0^2). \quad (4)$$

### 3 透明边界条件

计算时须要加适当的边界条件, 在 BPM 中常常使用透明边界条件 (TBC)<sup>[7]</sup>:

$$\varepsilon_N^{m+1} = \varepsilon_{N-1}^{m+1}\varepsilon_{N-1}^m/\varepsilon_{N-2}^m. \quad (5)$$

在显式 BPM 中将 (5) 式作如下修正:

$$\varepsilon_N^{m+1} = \varepsilon_{N-1}^m\varepsilon_{N-1}^m/\varepsilon_{N-2}^{m-1}, \quad (6)$$

其中  $m$  是传播方向空间步数,  $N$  是垂直传播方向的空间边界点。我们在时域计算时采用了显式的差分格式, 为此则对 (5) 式作了改动, 即把空间步数  $m$  改为时间步数, 并且编程时保证 TBC 只吸收外行波, 发现计算时很稳定。

### 4 数值计算结果

为了验证这种方法, 在  $\text{LiNbO}_3$  扩散波导中传播了一光脉冲; 输入脉冲为高斯脉冲, 脉冲宽度为 500fs, 其横向剖面也为高斯型, 半最大值处宽度  $\text{FWHM}=2\mu\text{m}$ 。波导折射率为 2.14463, 其纵向不变, 扩散剖面为指数型,  $\text{FWHM}$  值  $w = 4\mu\text{m}$  或  $8\mu\text{m}$ ,  $\Delta n = 0.005$  或  $0.001$ 。

图 1 为脉冲振幅大小随时间和空间的变化图, 图示结果为  $t = 7.15\text{ps}$ , 脉冲在  $z = 1\text{mm}$  处振幅大小, 其中  $\Delta n = 0.005$ ,  $w = 4\mu\text{m}$ 。

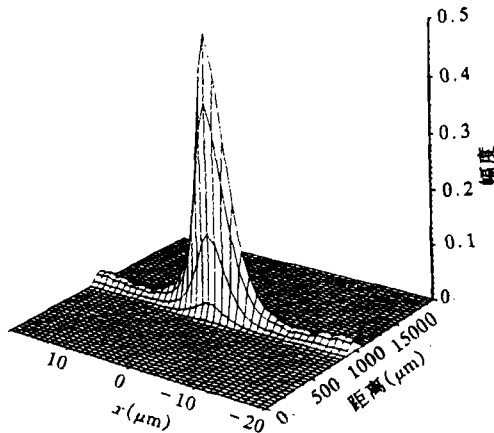


图 1 脉冲振幅的空间图

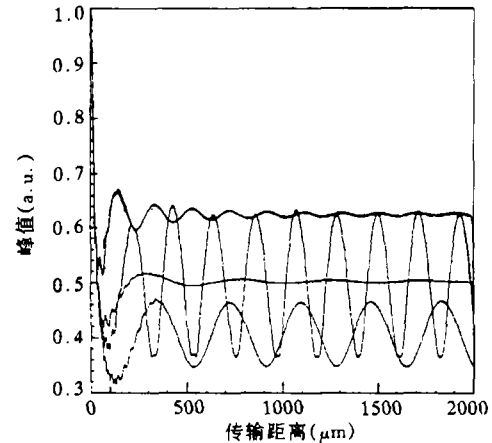


图 2 脉冲峰值随传输距离的变化

图 2 表示脉冲峰值在波导中的变化值, 峰值变化表示了光脉冲的辐射, 一开始脉冲峰值的降低是因为脉冲不稳定和脉冲宽度的展开; 振荡较大的两条曲线表示多模的情况, 其中上面的曲线为  $\Delta n = 0.01$  时的峰值, 下面的曲线为  $\Delta n = 0.005$  时的峰值; 振荡小的两条曲线表示单模的情况, 其中上面的曲线也为  $\Delta n = 0.01$  时的峰值, 下面的曲线也为  $\Delta n = 0.005$  时的峰值; 曲线中的小小起伏是由边界条件和窗口太小引起的。

图 3 表示单模情况下脉冲横向宽度随传播距离的变化; 实线是  $\Delta n = 0.01$  时的情况, 虚线是  $\Delta n = 0.005$  时的情况。输入脉冲仅是波导宽度的一半, 因此势必要在  $x$  方向展开, 以达到与波导匹配。图中显示最后脉冲宽度稳定到  $w = 4\mu\text{m}$ 。

图 4 是用两种格式计算的结果比较, 图中曲线是两种方法计算的误差, 计算时波导参数一样  $w = 4\mu\text{m}$ ,  $\delta n = 0.005$ 。在 PC 机上计算脉冲在波导内传输 2mm 的情况, 通过计算发现, 采用本文的计算方法, 所用时间不到 TDBPM 的一半, 而二者计算误差都很小。

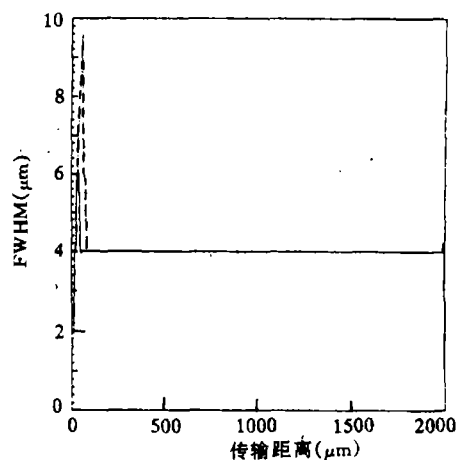
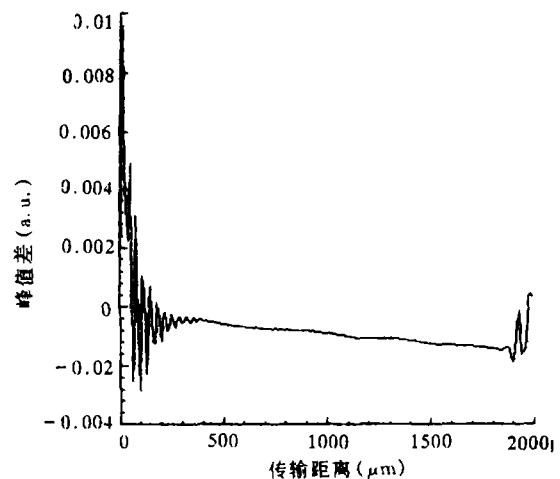
图 3 脉冲在  $x$  方向的 FWHM 随传输距离的变化

图 4 峰值差随传输距离的变化

## 5 总 结

本文所用的计算方法不用求逆矩阵, 是一种显式的差分方法, 能大大节省计算时间, 又具有 TDBPM 节省内存的优点; 同时该方法可以方便地计算非色射波导中的三维问题, 也可以用来计算弱色散波导中脉冲传播问题, 是一种很实用的计算光集成器件中脉冲传播的数值计算方法。有关这些问题的研究成果以后将陆续发表。

## 参 考 文 献

- [1] 高本庆. 时域有限差分法. 北京: 国防工业出版社, 1995年3月, 153-163.
- [2] Chan R Y, Liu J M. Time-domain wave propagation in optical structures. *IEEE Photonics Technology Letters*, 1994, 6(8): 1001-1003.
- [3] 赵策洲. 全硅集成光学——理论与工艺 (VII)(续六). *半导体光电*, 1995, 16(4): 370-383.
- [4] Michael S, Michael E C. A beam propagation method that handles reflections. *Optics Communications*, 1994, 108(4): 191-196.
- [5] Smith G D. *Numerical Solution of Partial Differential Equations, Finite Difference Methods*, Third Edition, Clarendon Press, Oxford: 1986, 43-44.
- [6] Feng Xiang, Gar Lam Yip. An explicit and stable finite difference 2-D vector beam propagation method. *IEEE Photonics Technology Letters*, 1994, 6(10): 1248-1250.
- [7] Ronald H G. Transparent boundary condition for beam propagation. *Optics Letters*, 1991, 16(9): 624-626.

## AN EXPLICIT TIME-DOMAIN METHOD FOR SOLVING THE PROPAGATION OF THE PULSE IN OPTICAL STRUCTURES

Ju Zhenle    Fu Junmei    Feng Enxin

(*Institute of Microwave Engineering and Optical Comm., Xi'an Jiaotong Univ., Xi'an 710049*)

**Abstract** An explicit and stable time-domain method for solving the propagation of wave envelope in optical structures is proposed. Based on Dufort-Frankel method and variable change, it is a explicit difference. The method takes less memory and less time and it is applied to propagation of a 500 fs pulse in a waveguide over 2mm. Transient behavior of the pulse and the effects of the waveguide parameters are given.

**Key words** Slowly varying envelope approximation(SEVA), Explicit time-domain method, Dufort-Frankel method, Time-domain BPM(TDBPM), Optical waveguide

巨振乐: 男, 1968年生, 博士, 从事光波导数值计算的研究.

付君眉: 女, 1935年生, 教授, 从事电磁场及微波工程的研究和教学工作.

冯恩信: 男, 1955年生, 副教授, 从事电磁场及光纤通信的研究和教学工作.