

基于不同外信息处理方式的 Turbo 迭代译码研究

闫涛 杜兴民 茹乐
(空军工程大学工程学院 西安 710038)

摘要: 针对离散无记忆高斯信道, 该文深入剖析了不同外信息使用方式下的两种对数域的 Turbo 码迭代译码算法, 并借助蒙特卡罗仿真, 在相同的约束条件下对两种算法的性能进行了比较。经过分析指出二者在本质上是一致的, 只是成员译码器对外信息使用权重的处理不同。最后对其进行了统一的描述, 并定量研究了迭代译码对外信息的依赖性。结果发现成员译码器对外信息的最佳依赖程度不受信噪比与迭代次数的影响。

关键词: Turbo 码, Log-MAP 译码算法, 迭代译码, 外信息

中图分类号: TN918.3 **文献标识码:** A **文章编号:** 1009-5896(2005)10-1643-04

Study on Iterative Decoding of Turbo Codes with Extrinsic Information in Different Versions

Yan Tao Du Xing-min Ru Le
(Engineering Institute, Air force Engineering University, Xi'an 710038, China)

Abstract In this paper, based on various methods of using extrinsic information, two logarithmic iterative decoding algorithms of Turbo codes are anatomized clearly for a discrete memoryless Gaussian channel. With Monte Carlo simulation, performance of two algorithms is compared under the same constraint condition; after analysis it is proposed that they are identical in nature, the only difference is how to deal with scale of extrinsic information for component decoder to use. Finally, a united form is used to describe two algorithms and some research is done for the dependency on extrinsic information in iterative decoding numerically, from the result it is found that SNR and iterative number do not affect the best scale of extrinsic information used in component decoder.

Key words Turbo codes, Log-MAP decoding algorithm, Iterative decoding, Extrinsic information

1 引言

Turbo码^[1]接近Shannon理论极限的优越性能使其在通信领域具有非常大的诱惑力, 目前主要应用于深空通信、卫星通信、无线移动通信及多媒体通信等领域。软输入软输出(SISO)迭代译码是Turbo译码器的最大特点, 在反馈迭代译码过程中, 两个成员译码器通过外信息的交换来提高译码性能, 因此外信息对于迭代译码性能的好坏起着关键性的作用。外信息在迭代译码过程中通常采用两种使用方式^[1, 2], 文献[3]对其进行了研究。

Turbo码采用改进的BCJR算法^[4]即最大后验概率(MAP)算法进行译码, 由于算法本身具有大量的指数和对数运算, 给实现带来了极大的困难。为了便于工程实现, 通常采用两种简化算法^[5]: Log-MAP算法与Max-Log-MAP算法。在低信噪比(0dB~0.2dB)条件下, 相对于Max-Log-MAP算法, Log-MAP算法具有0.5dB的增益^[6], 因此Log-MAP算法在工

程实现中得到了广泛的应用。本文以Log-MAP算法为参考, 分别对基于两种外信息使用方式的Turbo迭代译码进行了分析研究, 指出二者的统一性, 并针对不同的信噪比、迭代次数讨论了迭代译码对外信息的依赖程度。

2 Turbo 码的迭代译码与 MAP 算法

Turbo码采用串行级联迭代译码结构^[1], 两个成员译码器DEC1与DEC2均采用逐比特最优译码算法即最大后验概率(MAP)算法。本文采用两个相同的SISO成员译码器, 译码结构如图1所示。假设编码输出采用BPSK调制方式, x_k, y_k 为解调器输出的受噪声污染的信息比特和校验比特, $z_k(z_n)$ 表示从另一个译码器经过解交织(交织)后得到的外信息。每个成员译码器有两个输出端口, 分别输出信息比特的对数似然比LLR($L_1(a_k), L_2(a_n)$)及被另一个成员译码器使用的外信息 w_{1k}, w_{2k} , 经过若干次迭代和两个成员译码器的

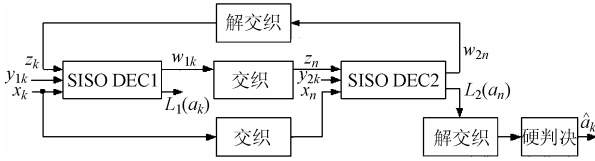


图1 Turbo码的反馈迭代译码结构框图

外信息交换,对信息比特的对数似然比进行硬判决即可完成Turbo码的译码。

MAP算法与Viterbi算法不同,该算法得到的是每一信息比特的后验概率APP(A Posteriori Probability),而不是某一长度信息序列的判决信息。设 M 表示编码器总的状态数目($M=2^v$, v 为编码器的编码存储), S_k 为时刻 k 时的编码器状态, a_k 是编码器由状态 S_{k-1} 转移到状态 S_k 得到的双极性译码比特。对于离散无记忆高斯信道,MAP算法生成的LLR可以表示为^[1]

$$L(a_k) = \ln \frac{\sum_m \sum_{m'} \gamma_k(+1, m', m) \alpha_{k-1}(m') \beta_k(m)}{\sum_m \sum_{m'} \gamma_k(-1, m', m) \alpha_{k-1}(m') \beta_k(m)} \quad (1)$$

其中 $m', m \in 0, 1, \dots, M-1$, $\gamma_k(i, m', m)$ 定义为分支度量($i = \pm 1$)

$$\begin{aligned} \gamma_k(i, m', m) = & p(R_k | a_k = i, S_k = m, S_{k-1} = m') \\ & \cdot P\{a_k = i | S_k = m, S_{k-1} = m'\} \\ & \cdot P_i\{S_k = m | S_{k-1} = m'\} \end{aligned} \quad (2)$$

这里 R_k 表示 k 时刻输入成员译码器的信息,在迭代译码中,对于不同的外信息使用方式, R_k 的含义有所不同。 $P\{a_k = i | S_k = m, S_{k-1} = m'\}$ 为1或0,表示信息比特 a_k 与编码器状态 S_{k-1} , S_k 是否相关。 $P_i\{S_k = m | S_{k-1} = m'\}$ 为该状态转移条件下 $a_k = i$ 的先验信息。 $\alpha_k(m)$ 和 $\beta_k(m)$ 分别为前向状态度量和后向状态度量,可以由RSC码的性质递推算出^[7]:

$$\alpha_k(m) = \sum_{m'} \gamma_k(i, m', m) \alpha_{k-1}(m') \quad (3)$$

$$\beta_{k-1}(m') = \sum_m \gamma_k(i, m', m) \beta_k(m) \quad (4)$$

对上述二式的递推需要知道编码器的初始和终止状态,即在迭代译码过程中必须进行栅格终止,本文采用Berrou在文献[8]中的处理方法。

3 不同外信息使用方式下的迭代译码算法剖析

外信息在迭代译码过程中通常采用两种使用方式^[1,2],文献[3]对其进行了比较深入的研究,外信息使用方式的不同使MAP译码算法中的分支度量 $\gamma_k(i, m', m)$ 与对数似然比 $L(a_k)$ 在表达上有所差异。MAP算法中含有大量的指数与对数运算,Log-MAP算法将运算在对数域中进行,达到简化处理的目的,易于工程实现。笔者从对数域的角度对两种外信息使用方式下的迭代译码算法进行深入剖析。

3.1 Berrou 方案

Turbo码的发明者Berrou等人把外信息作为高斯分布的随机变量处理^[1],在这种情况下,认为输入的二进制符号0,1是等概率分布的,即

$$\Pr(a_k = i) = P_i\{S_k = m | S_{k-1} = m'\} = 1/2 \quad (5)$$

其中外信息 z_k 与原始信息 x_k ,校验信息 y_k 共同参与条件概率 $p(R_k | a_k = i)$ 的计算,即此时 $R_k = (x_k, y_k, z_k)$ 。在离散无记忆高斯信道下,认为三者是独立的,即

$$p(R_k | a_k = i) = p(x_k | a_k = i) \cdot p(y_k | a_k = i) \cdot p(z_k | a_k = i) \quad (6)$$

忽略常数尺度,该条件下对数域的分度量可以表示为

$$\gamma_k(i, m', m) = \frac{1}{2} \cdot L_c \cdot i \cdot x_k + \frac{1}{2} \cdot L_c \cdot j \cdot y_k + \frac{\mu_z}{\sigma_z^2} \cdot i \cdot z_k \quad (7)$$

对数似然比为

$$\begin{aligned} L(a_k) = & \ln \frac{p(x_k | a_k = +1)}{p(x_k | a_k = -1)} + \ln \frac{p(z_k | a_k = +1)}{p(z_k | a_k = -1)} \\ & + \ln \frac{\sum_m \sum_{m'} \tilde{\gamma}'_k(+1, m', m) \tilde{\alpha}_{k-1}(m') \tilde{\beta}_k(m)}{\sum_m \sum_{m'} \tilde{\gamma}'_k(-1, m', m) \tilde{\alpha}_{k-1}(m') \tilde{\beta}_k(m)} \\ = & L_c \cdot x_k + \frac{2\mu_z}{\sigma_z^2} \cdot z_k + w_k \end{aligned} \quad (8)$$

式中 $j = \pm 1$,表示对应信息比特 $a_k = i$ 编码应输出的双极性校验比特; $L_c = 4E_s/N_0$ 为离散无记忆高斯信道的信道可信度值, μ_z 与 σ_z^2 分别表示外信息 z_k 的均值和方差, $\mu_z = E\{z_k | a_k\}$,可见Berrou方案需要对外信息进行实时估计。 $\tilde{\alpha}_k(m)$, $\tilde{\beta}_k(m)$ 分别为 $\alpha_k(m)$ 和 $\beta_k(m)$ 的对数域表示; w_k 为传递给另一个成员译码器的外信息,这里 $\tilde{\gamma}'_k(i, m', m)$ 为 $R_k = y_k$ 时 $\tilde{\gamma}_k(i, m', m)$ 的值。

3.2 Robertson 方案

Robertson把外信息用来更新另一个成员译码器的先验信息^[2],即认为

$$z_k \approx \ln \frac{\Pr(a_k = +1)}{\Pr(a_k = -1)} = \ln \frac{P_{+1}\{S_k = m | S_{k-1} = m'\}}{P_{-1}\{S_k = m | S_{k-1} = m'\}} \quad (9)$$

因此

$$\Pr(a_k = +1) \approx \frac{e^{z_k}}{1 + e^{z_k}}, \Pr(a_k = -1) \approx \frac{1}{1 + e^{z_k}} \quad (10)$$

此时 $R_k = (x_k, y_k)$,离散无记忆高斯信道下,对数域的分度量为

$$\gamma_k(i, m', m) = \frac{1}{2} \cdot L_c \cdot i \cdot x_k + \frac{1}{2} \cdot L_c \cdot j \cdot y_k + \ln \Pr(a_k = i) \quad (11)$$

对数似然比

$$\begin{aligned} L(a_k) = & \ln \frac{p(x_k | a_k = +1)}{p(x_k | a_k = -1)} + \ln \frac{\Pr(a_k = +1)}{\Pr(a_k = -1)} \\ & + \ln \frac{\sum_m \sum_{m'} \tilde{\gamma}'_k(+1, m', m) \tilde{\alpha}_{k-1}(m') \tilde{\beta}_k(m)}{\sum_m \sum_{m'} \tilde{\gamma}'_k(-1, m', m) \tilde{\alpha}_{k-1}(m') \tilde{\beta}_k(m)} \\ = & L_c \cdot x_k + z_k + w_k \end{aligned} \quad (12)$$

上式中的参数与式(8)中的表示意义相同。

4 BER 性能仿真及比较

考虑到 Turbo 码的码率 r , 对信道可信度值进行修正 $L_c = 4rE_s/N_0$, 并在接收端对受污染的比特序列进行信道可信度处理, 建立接收结构如图 2, 图中 s_k 为时刻 k 经过 BPSK 调制后的信号, $s'_k = (x_k, y_{1k}, y_{2k})$ 表示受噪声污染后的解调器输出信号, n_k 为离散的高斯白噪声。

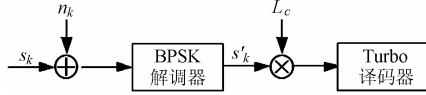


图 2 AWGN 信道中 Turbo 码接收结构

对两种不同外信息处理方式下的迭代译码算法性能进行蒙特卡罗仿真, 选取 3GPP 建议的八状态卷积码(13, 15)作为 Turbo 码的分量编码器, 码率为 1/2, 使用伪随机交织器, 信息帧长度分别选取 256 和 1024, 仿真过程中没有对数据进行量化, 即数据按浮点型进行处理, 两种方案下的 Turbo 码 BER 曲线如图 3, 图 4。

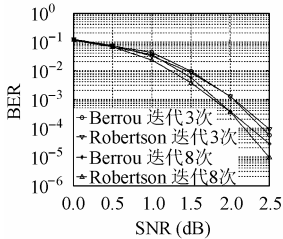


图 3 信息帧长为 256 的 BER 性能比较

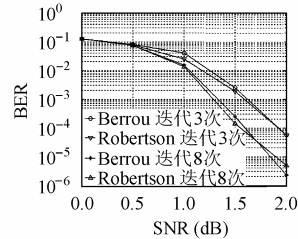


图 4 信息帧长为 1024 的 BER 性能比较

由 BER 曲线可以看出, 在迭代译码过程中, Robertson 外信息使用方案在整体上要略优于 Berrou 方案, 其原因是: (1) Berrou 方案中, 每次迭代开始都认为 0, 1 信息符号是等概率发生的, 而在实际过程中随着迭代译码的进行, 两种符号的统计概率要有一定的变化, 不可能完全相同, 而 Robertson 方案的处理具有一定的优点; (2) Berrou 方案将外信息作为独立分布的高斯变量考虑, 而外信息并不是真正的高斯分布, 造成了一定的估计偏差。

5 两种迭代译码算法的统一性

考察式(10)得

$$\Pr(a_k = \pm 1) \approx \frac{e^{\pm z_k}}{1 + e^{\pm z_k}} = \left(\frac{e^{-z_k/2}}{1 + e^{-z_k/2}} \right) \cdot e^{\pm z_k/2} = A_k \cdot e^{\pm z_k/2} \quad (13)$$

式(13)中 A_k 是与待译码比特无关的变量, 即对于 $a_k = +1$ 与 $a_k = -1$, A_k 的值是相同的。由式(1)知, 若把 A_k 略去不影响最终的对数似然比, 此时 Robertson 方案下的对数域分支度量重新简化为

$$\tilde{\gamma}_k(i, m', m) = \frac{1}{2} \cdot L_c \cdot i \cdot x_k + \frac{1}{2} \cdot L_c \cdot j \cdot y_k + \frac{1}{2} \cdot i \cdot z_k \quad (14)$$

综合式(7), (8), (12), (14)可以看出, 两种外信息使用方式下的对数域迭代译码算法在表达上是类似的, 对其进行统一描述:

$$\tilde{\gamma}_k(i, m', m) = \frac{1}{2} \cdot L_c \cdot i \cdot x_k + \frac{1}{2} \cdot L_c \cdot j \cdot y_k + R \cdot i \cdot z_k \quad (15)$$

$$L(a_k) = L_c \cdot x_k + 2 \cdot R \cdot z_k + w_k \quad (16)$$

这里 R 可以定义为两个成员译码器之间的相关系数, 反映了迭代译码过程中成员译码器对外信息的依赖程度, 在 Berrou 方案中 $R = \mu_z/\sigma_z^2$ 为一动态变量, 而在 Robertson 方案中 R 为常量 1/2, 可见两种外信息使用方式下的对数域迭代译码算法在本质上是一致的, 不同的是在迭代过程中对外信息依赖的处理, 实际上两种方案都是在一定条件下的近似。

为进一步探求两种迭代译码算法的一致性, 笔者对 μ_z/σ_z^2 在迭代过程中的变化进行了研究。需要指出的是, 对于本文中的参数 μ_z 和 σ_z^2 采用如下方法估算^[8]:

$$\mu_z = \frac{1}{L} \sum_{k=1}^L |z_k| \quad (17)$$

$$\sigma_z^2 = \frac{1}{L} \sum_{k=1}^L (|z_k| - \mu_z)^2 \quad (18)$$

其中 L 为交织器深度, 即信息帧长度。

在与上一节相同的条件下仿真, 即分量编码器为(13, 15), 码率 1/2, 帧长为 1024, 在不同的信噪比下 μ_z/σ_z^2 的平均值随迭代次数 n 的变化如图 5 所示(这里选取成员译码器 DEC1 输出的外信息作为研究对象)。可见, 随着迭代次数的增加, 不同 SNR 下的 μ_z/σ_z^2 分别趋近于某一常数, 即在 Berrou 方案下, 经过若干次迭代译码后, 成员译码器对外信息的依赖逐步稳定, 从这个角度讲, Robertson 外信息使用方式是 Berrou 方式的一种特殊情况, 在整个迭代译码过程中它对外信息的使用始终是固定不变的。

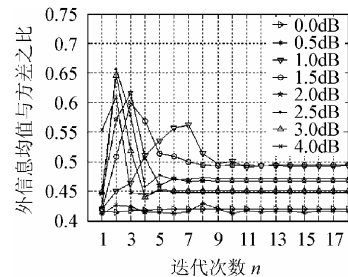


图 5 μ_z/σ_z^2 平均值随迭代次数的变化情况

6 迭代译码过程中对外信息的依赖性分析

在对数域内, Berrou 和 Robertson 两种外信息使用方式

最终都归结为迭代译码过程中成员译码器对外信息的依赖性问题,即式(15)、式(16)中的相关系数 R 应如何取值,显然如果 $R=0$ 就丧失了反馈迭代译码的意义,而 R 过大则过分依赖并不一定可靠的外信息,可能降低译码的准确度,仿真表明, R 的最佳取值只能在0与1之间。

由于影响Turbo码性能的因素很多,为使问题简单化,在一定条件下研究 R 的取值对BER的影响。选取上述同样的仿真条件,迭代译码5次,综合大量仿真数据得到 R 不同取值时的几种SNR下的BER曲线,如图6。仿真结果表明:(1)对外信息的欠使用与过使用都会引起BER的增加,而且 R 越小或越大Turbo码的性能就越差;(2)迭代译码对外信息的依赖程度不受SNR的影响,在不同的SNR下, R 的最佳取值均在0.4,0.5附近,而且并不一定等于Robertson外信息使用方式中的1/2。

在仿真过程中还发现在外信息的过使用情况下($R \geq 0.7$),迭代次数增加到一定数目,BER反而上升,此时迭代译码不再收敛,即使在较高的信噪比下也是如此,图7为SNR为2dB时的BER随迭代次数的变化情况,可见随着迭代次数的增加,此时成员译码器产生的外信息不再可靠。

考虑迭代译码过程中对外信息依赖性的变化情况。由于前次迭代会对以后迭代译码产生影响,从一次迭代开始进行仿真,选择最佳的 R 值,固定后再进行后面的迭代,依次确定使Turbo码性能最好的每次迭代译码使用的 R ,结果发现整个过程中 R 的最佳取值也固定在0.4,0.5附近,这说明译码过程中对于外信息的最佳依赖程度不随迭代次数的变化而变化。

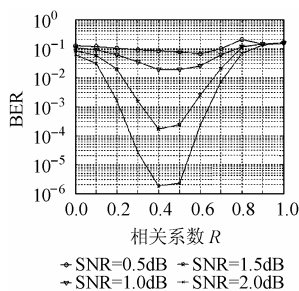


图6 R 的不同取值对BER的影响

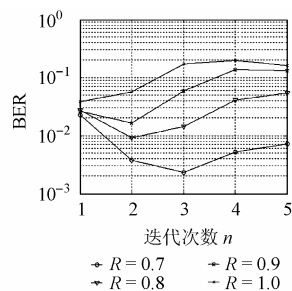


图7 外信息过使用时BER随迭代次数的变化情况

7 结束语

本文以易于工程实现的Log-MAP算法为基础,深入研究了Turbo迭代译码过程中两种不同的外信息使用方式,针对离散无记忆高斯信道,对基于外信息不同处理方式的两种迭代译码算法进行了蒙特卡罗仿真及性能比较,并对二者进

行了统一的描述,理论分析及仿真结果表明这两种迭代译码算法在本质上是一致的,只是对外信息使用权重的处理不同,最后分析了迭代译码对外信息的依赖性。在工程应用中,建议通过仿真的方式确定迭代译码对外信息的依赖程度即 R 的值,或使用Robertson方案中的1/2,这样可以获得较好的性能且便于实现。

参考文献

- [1] Berrou C, Glavieux A, Thitimajshima P. Near Shannon limit error-correcting coding and decoding: Turbo-codes[C]. IEEE International Conference on Communication, Geneva, Switzerland, May 1993: 1064 – 1070.
- [2] Robertson P. Illuminating the structure of code and decoder of parallel concatenated recursive systematic (turbo) codes[C]. Proc. IEEE Global Commun. Conf. (GLOBECOM'94), San Francisco, CA, 1994: 1298 – 1303.
- [3] Colavolpe G, Ferrari G, Raheli R. Extrinsic information in iterative decoding: a unified view[J]. *IEEE Trans on Communications*, 2001, 49(12): 2088 – 2094.
- [4] Bahl L R, Cocke J, Jelinek F, Raviv R. Optimal decoding of linear codes for minimizing symbol error rate[J]. *IEEE Trans. Info. Theory*, 1974, 20(2): 284 – 284.
- [5] Robertson P, Hoeher P, Villebrum E. Optimal and sub-optimal maximum a posteriori algorithms suitable for turbo decoding[J]. *European Trans. on Telecomm*, 1997, 8(2): 119 – 125.
- [6] Benedetto S, Divsalar D, Montorsi G, Pollara F. Soft-output decoding algorithms in iterative decoding of turbo codes[A]. JPL TDA Progress Report, Feb. 15, 1996: 42 – 127.
- [7] Hagenauer J, Offer E, Papke L. Iterative decoding of block and convolutional codes[J]. *IEEE Trans. on Info Theory*, 1996, 42(2): 429 – 445.
- [8] Berrou C, Glavieux A. Near optimum error correcting coding and decoding: Turbo-codes[J]. *IEEE Trans. on Communications*, 1996, 44(10): 1261 – 1271.

闫涛: 男, 1979年生, 硕士生, 主要从事保密通信与抗干扰技术研究。

杜兴民: 男, 1941年生, 教授, 研究领域为信息安全与抗干扰技术。

茹乐: 男, 1977年生, 博士生, 研究方向为通信保密与抗干扰。