

单模光纤特性的快速分析方法*

杨祥林

(南京工学院, 南京)

摘要 本文讨论了单模光纤特性的快速工程计算方法; 编制了能够分析任意圆对称剖面结构单模光纤传输特性的小型通用程序; 给出了分析结果. 本方法具有较高的精度, 是一种实用的工程分析方法.

关键词 光纤通信; 单模光纤特性; CAA

一、引言

在光纤通信的发展过程中, 研制过多种不同结构和特性的光纤. 在不同的发展阶段, 针对不同的光纤, 曾采用过各种不同的分析方法, 以求得更严格更精确的结果^[1]. 但是大部分理论分析只是对具有阶跃或较简单的规则的折射率分布的单模光纤, 才能给出简单的解析结果. 如果要分析复杂的任意剖面结构单模光纤的传输特性, 就要采用复杂的数学方法, 经过冗长的演算, 并借助于大型计算机和程序库才能完成. 这在工程研制中要进行快速分析设计、评估和进行参量调整是极不方便的. 本文提出了一种简捷的数学方法, 能对任意圆对称剖面结构单模光纤的各种传输特性进行快速分析. 编制了一套用普通微处理机就能完成各种特性分析的通用程序. 在半小时内就能完成全部特性分析, 并打印或绘图输出各种特性曲线. 本方法对于单模光纤的分析设计和参量调整是一种快速和实用的方法.

二、工作原理

在非均匀光纤中, 横向模场的矢量波动方程为

$$\nabla^2 \mathbf{E}_t + (\omega^2 \epsilon \mu_0 - \beta^2) \mathbf{E}_t + \nabla \left(\frac{\nabla \epsilon}{\epsilon} \cdot \mathbf{E}_t \right) = 0 \quad (1)$$

实际应用的通信光纤都满足弱导条件, 即 $\nabla \epsilon \rightarrow 0$. 在柱坐标系统中, 模场的横向分量可写成

$$E_t = E(r) e^{-im\theta - i\beta z + i\omega t} \quad (2)$$

由此可得模场的标量波动方程

* 1987年1月5日收到, 1987年3月21日修改定稿.

$$\frac{\partial^2 E}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial E}{\partial r} + \left[k^2 n^2(r) - \beta^2 - \frac{m^2}{r^2} \right] E = 0 \quad (3)$$

式中, $k = \frac{2\pi}{\lambda}$, $n(r) = \sqrt{\epsilon\mu}/\sqrt{\epsilon_0\mu_0}$, β 为模场的传输常数, m 为模场序号, $m = 0$ 为基模或主模, $m = 1$ 为第一高次模, 余类推。

光纤的导波特性和由折射率沿剖面的分布决定。单模光纤中折射率分布是圆对称的, 一般可表为

$$n^2(r) = \begin{cases} n_1^2 [1 - 2\Delta f(r)] = n_1^2 - (AN)^2 f(r), & r < a \\ n_2^2, & r \geq a \end{cases} \quad (4)$$

式中, $n(r)$ 为纤芯内折射率分布; n_1 为轴上折射率; $AN = n_1 (2\Delta)^{1/2}$, 为数值孔径; $\Delta = (n_1^2 - n_2^2)/(2n_1^2) \approx (n_1 - n_2)/n_1$; n_2 为包层折射率; $f(r)$ 为折射率分布函数, 通常 $f(r) \geq 0$, 对阶梯和一般的梯度光纤, 在芯轴上 $f(r) = 0$, 在包层中 $f(r) = 1$, 在多包层或其他异型光纤中, $f(r)$ 亦可大于 1。

对光纤的结构和传输特性按下列关系归一化:

$$\left. \begin{aligned} R &= r/a \\ N^2 &= n_1^2 [1 - 2\Delta(1 - b)] \\ f_w + b &= 1 \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

$$\beta^2 = k^2 N^2 = k^2 n_1^2 (1 - 2\Delta f_w) \quad (6)$$

式中, $b = W^2/V^2$, $f_w = u^2/V^2$, 均称归一化传播常数; $V^2 = k^2 n_1^2 a^2 2\Delta$, 为归一化频率; W^2 和 u^2 为径向归一化传播常数。

将(4)–(6)式代入(3)式, 则得

$$\frac{\partial^2 E}{\partial R^2} + \frac{1}{R} \frac{\partial E}{\partial R} + [(f_w - f(R))V^2 - m^2/R^2] E = 0 \quad (7)$$

对于单模运用, $m = 0$, 则有

$$\frac{\partial^2 E}{\partial R^2} + \frac{1}{R} \frac{\partial E}{\partial R} + [f_w - f(R)]V^2 E = 0 \quad (8)$$

三、模场特性计算

1. 近场和归一化传播常数的计算

从(7)式进行直接数值积分, 可以求出任意模场的分布。当 $m = 0$ 时, 可从(8)式求得基模的分布。基模的初始条件为

$$R = 0, E(0) = 1, \frac{\partial E}{\partial R} = 0, \frac{\partial^2 E}{\partial R^2} = -[f_w - f(0)] \frac{V^2}{2} \quad (9)$$

对确定的光纤剖面折射率分布函数 $f(R)$ 和归一化频率 V , 给定 f_w 值后即可求得模场分布 $E(R)$ 。归一化传播常数 f_w (或 b) 是光纤的重要特性之一, 其值决定于光纤剖面的结构尺寸和边界条件。一般规则剖面光纤可通过求解特征方程计算, 但计算较烦; 对于任意形状剖面结构光纤, 计算将更复杂。我们从导模必须满足的边界条件, 利用计算机迭代, 逐步逼近满足导模的边界条件来求得。

2. 场半径的计算

场半径是光纤的重要参数之一,由它可决定光纤的耦合系数和各种接续损耗特性.场半径可从近、远场分布求得,亦可从不同的角度按不同的定义计算.我们取一半径可变的高斯光场同心激励光纤,改变高斯场半径,使耦合系数达到最大,此时的高斯光场半径 W_0 就用来定义和计算光纤的场半径^[2,3].

设高斯场为 $E = E(0) \exp[-r^2/W_0^2]$, 而光纤中的场为 $E = E(r) \exp[-r^2/W_0^2]$, 则耦合系数可表为

$$\eta(W_0) = (4/W_0^2) \left[\int_0^\infty E(r) \exp(-r^2/W_0^2) r dr \right]^2 / \left[\int_0^\infty E^2(r) r dr \right] \quad (10)$$

使耦合系数最大时,则有

$$W_0^2 = \int_0^\infty E(r) r^3 dr / \int_0^\infty E(r) r dr \quad (11)$$

场半径 W_0^2 亦可利用前面算出的近场分布,按 Petermann 公式计算:

$$W_0^2 = \int_0^\infty E^2(r) r^3 dr / \int_0^\infty E^2(r) r dr \quad (12)$$

3. 远场分布的计算

已知沿光纤剖面折射率分布 $n(r)$ 时亦可以计算远场.反之,已知远场分布时就可以决定 $n(r)$ 、场半径和色散特性^[4,5].远场可方便地测得,也可从已求得的近场求得:

$$A_F(\theta) = 2\pi \int_0^\infty E(r) J_0\left(\frac{2\pi}{\lambda} r \sin \theta\right) r dr \quad (13)$$

式中, θ 为偏轴夹角, $J_0\left(\frac{2\pi}{\lambda} r \sin \theta\right)$ 为零阶贝塞尔函数.

取归一化变量 $R = r/a$ 和 $S = \sin \theta / \lambda N$, 上式变为

$$A_F(\theta) = A_F(S) = 2\pi a^2 \int_0^\infty E(R) J_0(VRS) R dR \quad (14)$$

4. 群时延的计算

设在给定波长时的有效折射率为 N

$$N = \beta/k \quad (15)$$

有效群折射率为

$$N_g = N + k \frac{dN}{dk} = N - \lambda \frac{dN}{d\lambda} \quad (16)$$

将(15)式代入(3)式,得

$$\frac{\partial^2 E}{\partial R^2} + \frac{1}{R} \frac{\partial E}{\partial R} + (n^2 - N^2) k^2 E = 0 \quad (17)$$

将上式两边乘 rE 并从 $0-\infty$ 对 r 积分,积分时利用边界条件: $R \rightarrow 0, \frac{\partial E}{\partial R} = 0$; $R \rightarrow \infty, E \rightarrow 0$, 得

$$\int_0^\infty \left(\frac{\partial E}{\partial k}\right)^2 R dR = \int_0^\infty (n^2 - N^2) k^2 E^2 R dR \quad (18)$$

将上式两边乘 $r \frac{\partial E}{\partial k}$, 再积分一次得

$$\frac{\partial}{\partial k} \left[\int_0^{\infty} \left(\frac{\partial E}{\partial R} \right)^2 R dR \right] = \int_0^{\infty} k^2 (n^2 - N^2) \frac{\partial E^2}{\partial R} dR \quad (19)$$

合并(18)和(19)式可得

$$NN_g = \int_0^{\infty} n n_g E^2 R dR / \int_0^{\infty} E^2 R dR \quad (20)$$

式中, $n_g = n - \lambda dn/d\lambda$.

设光在 $n = n_0$ 的无界玻璃中传播时的群时延为

$$t_{g0} = (L/C) n_{g0} \quad (21)$$

式中

$$n_{g0} = n_0 - \lambda \frac{dn_0}{d\lambda} \quad (22)$$

为无界玻璃的群指数.

在光纤中折射率随半径变化,因而群时延亦随半径而变,所以用有效折射率 N 来表示其等效值,这样光纤的群时延可表为

$$t_g = t_{g0} N_g / n_{g0} = t_{g0} (1 + \tau_w) \quad (23)$$

式中, τ_w 代表整个光纤的群时延与芯轴群时延之差,称为归一化群时延. 由(20)和(23)式可得

$$1 + \tau_w = \frac{n_0}{N} \int_0^{\infty} Q(r, \lambda) E^2 R dR / \int_0^{\infty} E^2 R dR \quad (24)$$

式中, $Q(r, \lambda) = n \cdot n_g / n_0 n_{g0}$.

一般 n 和 n_0 都与波长有关,但在最简单的情况下,可以认为 n/n_0 与波长无关,因而有 $n/n_0 = n_g/n_{g0}$, 这表明 Q 和 Δ 也与波长无关,于是可得

$$Q = Q(r) = 1 - 2 \Delta f(r) \quad (25)$$

在线性剖面色散的实际情况下, Δ 是波长的函数,因而 Q 可写成

$$Q(r, \lambda) = 1 - (2 - P) \Delta(\lambda) f(r) \quad (26)$$

式中, P 为剖面色散参数,其值为

$$P = (n_0/n_{g0}) (\lambda/\Delta) \frac{d\Delta}{d\lambda} \quad (27)$$

由(24)和(26)式可得

$$\tau_w = [1/(1 - 2\Delta f_w)]^{1/2} \int_0^{\infty} [1 - (2 - P)\Delta f(R)] E^2 R dR \quad (28)$$

式中 P 在 0—0.1 间取值, E 可由前面的计算给出. 由 τ_w 即可从(23)式求得 N_g 和 t_g . 由 N_g 值即可计算光纤的色散:

$$\Delta t_g \approx (L/C) \cdot \{ (\Delta\lambda)^2 [N'_g(\lambda_0)]^2 + (\Delta\lambda)^4 [N''_g(\lambda_0)]^2 / 8 \}^{1/2} \quad (29)$$

式中, λ_0 为光源中心波长, $\Delta\lambda$ 为光源谱宽, $N'_g(\lambda_0)$ 和 $N''_g(\lambda_0)$ 分别是中心波长处有效群折射率的一阶和二阶导数.

5. 截止波长的计算

对于阶梯光纤,可从特征方程求得 $V_c = 2.405$. 对于任意剖面结构的光纤,其截止波长亦可从(7)式进行迭代求解. 单模传输的条件是第一高阶模 $m = 1$ 以上的场模都必须

截止,第一高阶模的截止条件为 $w = 0, b = 0, f_w = 1$, 场模方程为

$$\frac{\partial^2 E}{\partial R^2} + \frac{1}{R} \frac{\partial E}{\partial R} + \{[1 - f(R)]V^2 - 1/R^2\}E = 0 \quad (30)$$

第一高阶模的边界条件为

$$R = 0, E = 0, \partial E / \partial R > 0, \partial^2 E / \partial R^2 = 0$$

$$R = 1, E + \partial E / \partial R = 0 \quad (31)$$

利用求近场的相同方法,以不同的 V 值代入计算,直至满足 $R = 1$ 处的边界条件,则此 V 值即为截止波长 V_c 。

四、计算方法和结果

1. 计算方法

所有模场特性的计算都建立在近场分布的基础上。近场分布从直接数值积分工作方程(8)求得。数值积分采用等步长牛顿-柯特斯算法。数值积分的初值和终值条件分别由

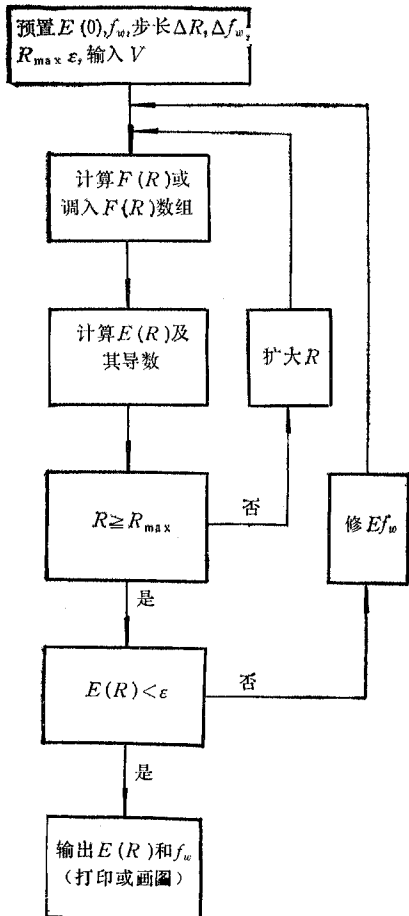


图1 计算近场和归一化传播常数的流程图

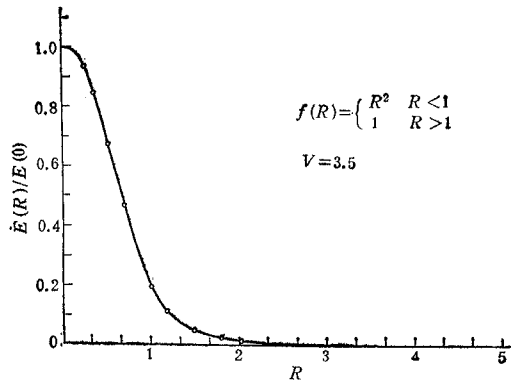


图2 梯度光纤的近场分布

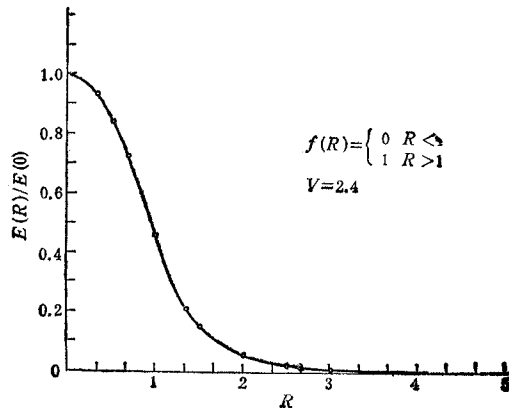


图3 阶梯光纤的近场分布

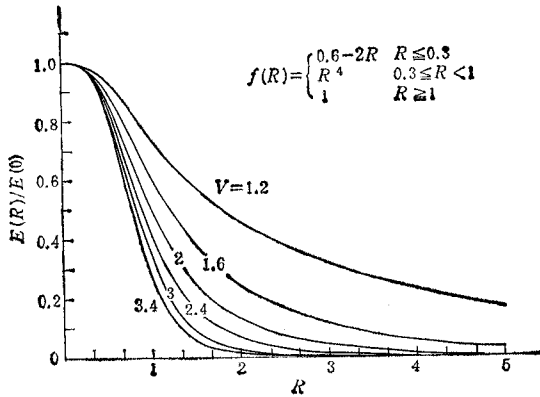


图4 一种中心凹陷光纤的近场分布

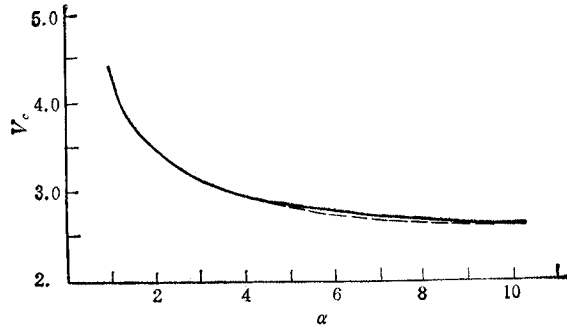


图5 归一化截止频率随剖面参数 α 的变化

(9)和(31)式给出。根据终值限定条件,依次改变 f_w 和 V 值,进行迭代计算,分别求出近场分布 $E(R)$ 、归一化传播常数 $f_w(b, u, V$ 和 $W)$ 和截止波长 V_c ; 并依次利用子程序计算场半径 W_0 、远场 $A_F(\theta)$ 和群时延 τ_w

图 1 给出了计算近场和归一化传播常数的流程图。(其它计算流程图从略。)

计算步骤为

$$\left. \begin{aligned} E(R) &= E(R - dR) + E'(R - dR)dR \\ E'(R) &= E'(R - dR) + E''(R)(R - dR)dR \\ E''(R) &= -E'(R)/R - E(R) \cdot [f_w - f(R)]V^2 \end{aligned} \right\} \quad (32)$$

式中, $E' = \frac{\partial E}{\partial R}$, $E'' = \frac{\partial^2 E}{\partial R^2}$. 计算步长为 $dR = 0.01-0.05$, 视计算精度要求、机器内存和计算时间而定。全部计算工作用五个子程序来完成。各子程序可以独立调用运算,亦可一次全部运算完毕。全部源程序都采用 BASIC 语言编写,亦可改写成 FORTRAN 语言。整个计算一次完成,不到半小时。

2. 计算例子和结果

(1) 近场分布 $E(R)$ 待分析光纤的剖面折射率分布函数为:

$$f(R) = R^\alpha$$

$\alpha = 2$ 是抛物线折射率分布光纤, $f(0) = 0, f(a) = 1$; $\alpha = \infty$ 是阶梯折射率分布光纤,

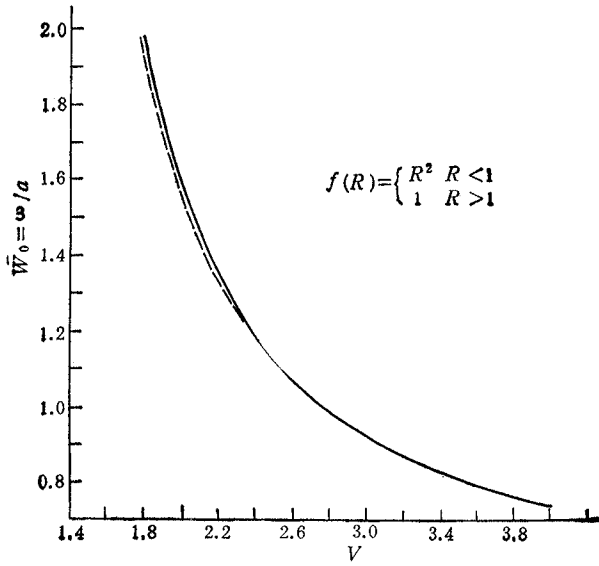


图 6 抛物线光纤的场半径

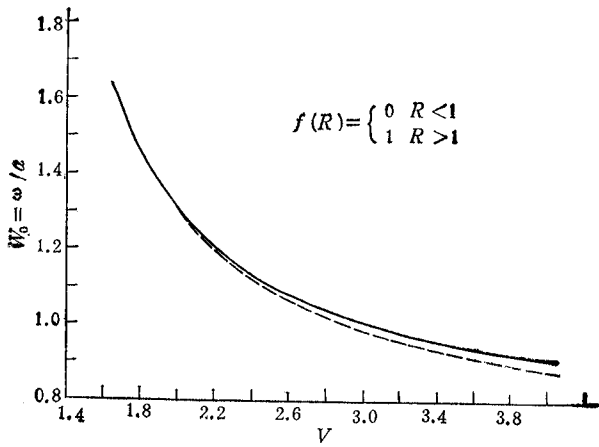


图 7 阶梯光纤的场半径

$$f(R) = \begin{cases} 0 & R \leq a \\ 1 & R \geq a \end{cases}$$

$$f(R) = d(1 - R)^\alpha$$

是中心凹陷光纤， d 为中心凹陷深度；折射率分布函数还可以是其它任意分布函数。

我们计算了上述三种剖面折射率分布函数的单模光纤的近场，即

$$f(R) = R^\alpha \begin{cases} \alpha = 2, & \text{抛物线分布剖面;} \\ \alpha \rightarrow \infty, & \text{阶梯分布剖面;} \end{cases}$$

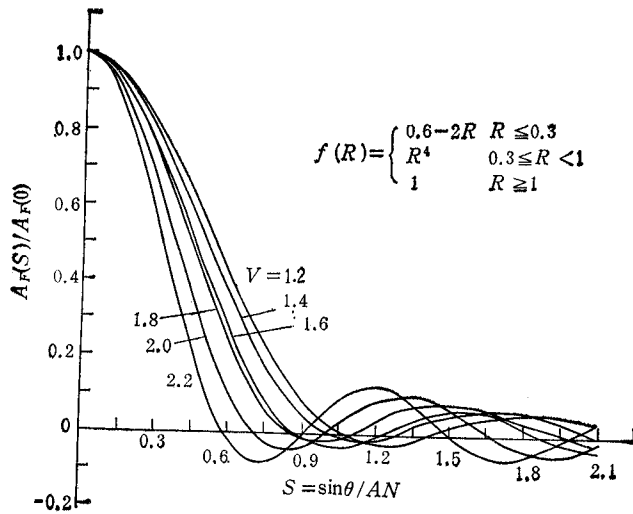


图8 远场分布计算曲线

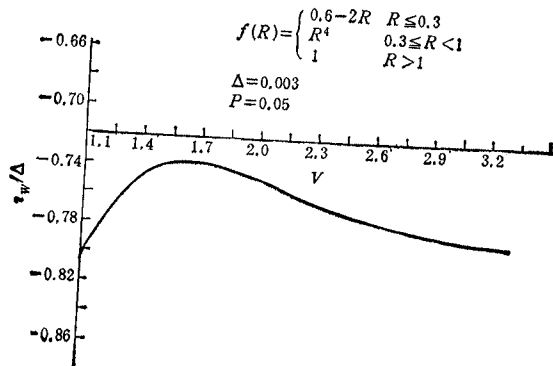


图9 归一化群延时的计算曲线

$$f(R) = \begin{cases} 0.6 - 2R, & R < 0.3 \\ R^4, & 0.3 < R < 1 \\ 1, & R > 1, \end{cases} \text{中心凹陷剖面。}$$

计算结果示于图 2、3 和 4 中,图中“0”点数据是比较精确的实际场分布^[3]。可见,在纤芯内,计算结果与较精确的实际场分布很接近,偏差在 5% 以内,符合工程设计分析的要求。

(2) 归一化截止频率 利用本方法的程序计算了梯度光纤的归一化截止频率随剖面参数 α 的变化曲线,结果如图 5 所示。图中虚线为按高斯场近似的计算结果。此外,还利用本方法计算了 BTRL 提供的 A、B 两种阶梯光纤的截止频率,其中光纤 A 的归一化截止频率 $V_c = 2.455$,光纤 B 的归一化截止频率 $V_c = 2.335$ 。我们对这两种光纤的 V_c 进行了测量,实测结果分别为 $V_c = 2.395$ 和 2.330,偏差在 5% 以内。

(3) 场半径 W_0 。场半径的计算结果示于图 6 和图 7 中,图 6 是抛物线剖面光纤,图 7 是阶梯光纤。图中虚线是高精度数值计算结果^[3]。在 $V = 1.8 - 2.4$ 范围内,偏差不超过 3%。对 BTRL 两种光纤的计算结果, W_0 分别为 4.40 和 4.52 μm ,而测量为 4.12 和

4.82 μm , 偏差在 7% 以内。偏差的主要原因是测量本身存在许多误差因素。

(4) 远场分布 $A_F(\theta)$ 图 8 是远场分布的计算曲线, 是一种芯轴凹陷单模光纤的远场分布图。

(5) 归一化群延时 τ_w 图 9 是归一化群延时 τ_w 的计算曲线。

五、结 论

本文讨论了任意圆周对称剖面结构单模光纤传输特性的快速分析方法。方法简明, 分析方便, 通用性强, 并具有较高精度, 非常适用于单模光纤特性的快速评估和分析设计。由于条件限制, 远场和归一化群延时的实验测试比较尚未完成。

本工作中的大部分计算和全部实验测试工作是由谢纪闵同学完成的, 测试工作得到了 1423 所的帮助, 特此致谢。

参 考 文 献

- [1] T. A. Lenahan, *Bell. Syst. Tech. J.* 62(1983), 2663—2694.
- [2] W. A. Gambling, H. Matsumura, *Opt. Quant. Electron.* 10(1978), 31—40.
- [3] D. Marcuse, *J. Opt. Soc. Am.* 68(1978), 103—109.
- [4] W. A. Gambling, et al., *Proc. IEE Pt. H: Microw. Opt. Acoust.* 1(1976), 13—17.
- [5] M. Nishimura, S. Suzuki Sumitomo, Measurement of Mode Field Radius by Far-Field Pattern Method, Conference on Optical Communications, 118—9, North-Holland, (ECOG'84), 3—6, Sept., 1984.

FAST EVALUATION OF THE CHARACTERISTICS OF SINGLE-MODE OPTICAL FIBERS

Yang Xianglin

(Nanjing Institute of Technology, Nanjing)

ABSTRACT This paper describes a method for fast engineering evaluation of the transmission characteristics of single-mode optical fibers. A versatile microcomputer program is presented which can be utilised to analyse mode field characteristics of single-mode fibers with arbitrary refractive index profiles. Our computation shows that the mathematical method and corresponding programs developed in this paper are relatively simple and accurate enough for engineering design of single-mode fiber communication systems.

KEY WORDS Optical fiber communication; Characteristics of single-mode optical fibers; CAA