

# 基于惯导系统的机载 SAR 运动补偿精度分析<sup>1</sup>

丁赤飏

(中国科学院电子学研究所 100080)

**摘 要** 该文分析了典型飞机惯性导航系统 (INS) 的误差特性及其对机载合成孔径雷达 (SAR) 运动补偿精度和高分辨率成像的影响。分析结果表明 INS 定位漂移误差是低频误差, 并随时间呈级数增加。初始阶段 INS 漂移误差较小, 与杂波锁定和自聚焦方法相结合, 可以实现机载 SAR 高分辨率成像。

**关键词** 合成孔径雷达, 运动补偿, 惯性导航系统

**中图分类号** TN951

## 1 引 言

机载合成孔径雷达 (SAR) 的理想运动状态是匀速直线运动, 然而受大气气流扰动和导航飞行控系统误差的影响, 飞机航迹总是存在一定偏差。一般而言, 天线相位中心在视线方向的位置误差对 SAR 成像影响最大, 其次前向速度误差的影响也较大。理论和实践经验表明要得到高分辨率的 SAR 图像, 运动补偿要达到载波波长的几分之一或更高的精度。

高精度的运动补偿必须综合应用两方面技术。首先, 利用运动传感器测量平台运动误差, 在此基础上再采用一些算法从雷达数据中提取剩余的低频运动误差<sup>[1,2]</sup>。惯性导航系统 (INS) 是用于运动补偿的主要传感器。在非刚体运动影响显著、且 INS 距离雷达天线相位中心较远时, 还需要安装辅助的惯性测量单元 (IMU) 测量天线相位中心的运动。INS 和 IMU 都是基于陀螺和加速度计的系统, 存在定位误差漂移问题。一般认为 INS 或 IMU 的长期定位精度较差, 不能满足高分辨率机载 SAR 成像处理的要求, 因此需采用反射率位移法 (RDM)<sup>[3]</sup> 或全球定位系统 (GPS) 进行修正<sup>[1,2]</sup>。但目前尚未见到有公开文献定量分析 INS 误差对 SAR 运动补偿精度和成像质量的影响。尽管传统的 INS 导航误差分析已经很成熟, 但导航主要关心长期的低频定位误差, 而机载 SAR 运动补偿则主要关心几十秒左右的短时间段内的高频误差, 而且补偿精度要求也远远高于导航的精度要求。因此从运动补偿的观点分析 INS 的误差特性对于综合设计机载 SAR 运动补偿系统具有重要意义。

本文根据指北方位平台式惯导系统的机械编排, 采用典型的惯性级陀螺和加速度计的误差模型, 定量分析了惯导系统的误差特性及其对机载 SAR 运动补偿精度和高分辨率成像的影响。结果表明 INS 误差是低频误差, 并随时间呈级数增加。在初始阶段 INS 漂移误差较小, 当与杂波锁定和自聚焦方法<sup>[4,5]</sup> 结合时, 可以实现 SAR 高分辨率成像。但是当 INS 误差增大到一定程度时, 将影响到 SAR 高分辨率成像。本文的结论对于进一步改善基于 INS 或 IMU 的运动补偿系统的设计具有重要的指导意义。

## 2 指北方位平台惯导系统的误差分析

惯导系统分水平通道和垂直通道, 下面分别讨论两个通道的误差模型和计算机仿真结果。为保证惯导系统误差分析的精度能够满足机载 SAR 运动补偿的要求, 本文较综合地考虑了惯

<sup>1</sup> 2000-04-06 收到, 2000-08-03 定稿  
863 计划 308 主题资助项目

导系统的各个误差因素, 其中陀螺漂移模型包括了随机常数、一阶马尔可夫过程和白噪声, 而加速度计采用的是考虑了载体运动状态的静态误差模型。

## 2.1 水平通道误差模型

2.1.1 误差传递模型 惯导系统的工作机制是十分复杂的, 对于一般的平台惯导系统, 其核心是一个陀螺稳定平台, 它确定了一个惯性平台坐标系, 三个加速度计的敏感轴分别沿三个坐标轴的正向安装, 敏感比力在平台坐标系中的三个分量, 通过必要的计算和补偿, 可从中提取出载体相对于平台坐标系的加速度。通过初始位置、初始速度和加速度, 就可计算出载体的瞬时速度和位置。

影响惯导系统精度的主要因素是平台坐标系的初始对准误差, 陀螺漂移引起的坐标系漂移误差和加速度计的误差。由于惯性平台是一个稳定的闭环回路系统, 姿态、加速度、速度和位置之间的误差是相互影响的, 并按一种闭环的方式传递。本文将按照指北方位平台惯导系统的机械编排分析和计算惯导系统误差。

指北方位平台式惯导系统的水平通道误差传递方式如图 1 所示。有关高度通道的问题将在后面讨论。整个闭环误差传递系统可以分成三段: 第一段由平台误差角速率  $\dot{\phi}_x, \dot{\phi}_y$  和  $\dot{\phi}_z$  通过一次积分并加上初始误差, 形成平台误差角  $\phi_x, \phi_y$  和  $\phi_z$ , 从而引起加速度测量的交叉耦合误差, 加上加速度计本身的误差  $\delta x, \delta y$  和  $\delta z$ , 以及平台误差角速率引起的哥氏加速度误差, 最后形成加速度误差  $\Delta a_x$  和  $\Delta a_y$ ; 第二段由  $\Delta a_x$  和  $\Delta a_y$  通过一次积分并加上初始速度误差, 形成速度误差  $\Delta v_x$  和  $\Delta v_y$ , 而后除以地球曲率半径  $R$ , 再通过一次积分并加上初始定位误差, 最后形成导航位置经纬度误差  $\Delta \lambda$  和  $\Delta L$ ; 第三段由  $\Delta \lambda$  和  $\Delta L$  构成对陀螺仪的指令角速率误差, 再加上陀螺本身的偏移角速率  $\dot{\epsilon}_x, \dot{\epsilon}_y$  和  $\dot{\epsilon}_z$ , 最终形成平台系相对地理系的误差角速率, 这样惯导系统的误差正好传递了一周。

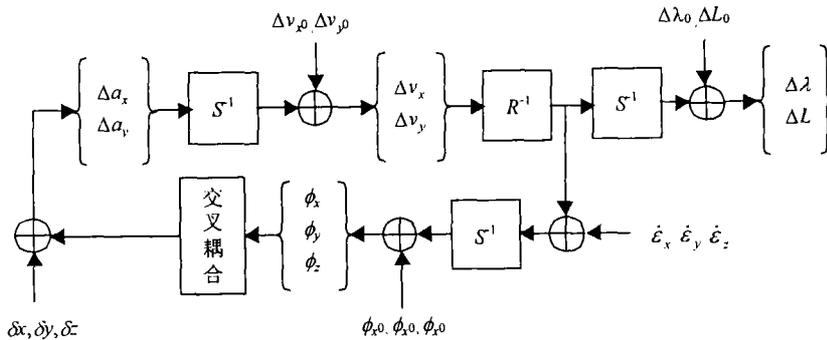


图 1 指北方位平台式惯导系统水平通道误差传递示意图

根据比力方程, 计算机解算的速度方程为

$$\dot{v}_x^c = f_x^c + [2\omega_{ie} \sin L_c + (v_x^c/R)\tan L_c]v_y^c \quad (1)$$

$$\dot{v}_y^c = f_y^c - [2\omega_{ie} \sin L_c + (v_x^c/R)\tan L_c]v_x^c \quad (2)$$

其中  $L_c$  是计算机系纬度,  $\omega_{ie}$  是地球自转角速度,  $v_x^c$  和  $v_y^c$  是计算机系下的速度。  $f_x^c$  和  $f_y^c$  是加速度计的实际输出, 除了载体实际的比力  $f_x$  和  $f_y$  以外, 还包含了交叉耦合误差和加速度计误差,

$$f_x^c = f_x + \phi_z f_y - \phi_y f_z + \delta_x \quad (3)$$

$$f_y^c = f_y - \phi_z f_x + \phi_x f_z + \delta_y \quad (4)$$

根据(1)-(4)式,可以计算出惯导系统的加速度测量误差,结合陀螺漂移模型和加速度计误差模型,按照图1所示闭环回路,即可计算出整个惯导系统的误差。

**2.1.2 陀螺漂移模型** 陀螺漂移按照干扰力矩的不同可分为静态漂移、动态漂移和随机漂移。其中静态漂移和动态漂移可用解析的方法导出漂移的数学模型,因此可以进行精确的补偿。而随机力矩产生的随机漂移很难进行精确补偿,是影响惯导精度的主要因素。一般而言,随机漂移包括三个部分:随机常数、一阶马尔可夫过程和白噪声,其功率谱密度函数可表示为<sup>[6]</sup>

$$S_N(\omega) = 2\pi m^2 \delta(\omega) + 2\alpha\sigma^2 / (\omega^2 + \alpha^2) + Q \quad (5)$$

上述模型中,随机常数漂移是陀螺随机漂移的主要部分,其他两漂移项的影响要小得多。选择适当的模型参数建立成形滤波器,在输入端加入白噪声,则输出即可作为陀螺随机漂移的模拟值。

**2.1.3 加速度计误差模型** 对于理想的加速度计,只应敏感沿仪表输入轴的线加速度,但是受安装误差和加速度计物理特点的影响,加速度计的测量总存在误差。以常用的摆式加速度计为例,它将产生绕其输出轴的误差力矩,从而引起加速度的测量误差。对于平台惯导系统,平台的常平架系统对载体的角运动起隔离作用,安装在平台上的加速度计不参与角运动,这时只需考虑线运动环境下的加速度计误差,其误差的数学模型为<sup>[7]</sup>

$$\Delta a = k_0 + k_1 A_i^2 + k_2 A_i^3 + k_3 A_i A_o + k_4 A_i A_p + k_5 A_o A_p + k_6 A_o + k_7 A_p + k_8 A_p^2 \quad (6)$$

其中  $A_i$ 、 $A_o$ 、 $A_p$  分别是载体加速度在加速度计的输入轴、输出轴和摆性轴方向的分量。 $k_0$  是加速度计的零偏,  $k_1$  到  $k_8$  是非线性误差项系数,代表沿输入轴加速度的二次和三次误差( $k_1$  和  $k_2$  项),沿输入轴、输出轴和摆性轴加速度之间的交叉耦合误差( $k_3$ 、 $k_4$  和  $k_5$  项),以及输出轴和摆性轴的灵敏度误差( $k_6$ 、 $k_7$  和  $k_8$  项)。

## 2.2 高度通道误差模型

惯导系统的高度通道本质上与水平通道是一致的,唯一不同之处在于根据比力方程解算高度通道加速度时需要去除重力加速度的影响,其速度方程为

$$\dot{v}_y^c = f_z^c + [2\omega_{ie} \cos L_c + (v_x^c/R)]v_x^c + (v_y^c/R)v_y^c - g \quad (7)$$

其中  $g$  为重力加速度,

$$f_z^c = f_z - \phi_y f_x + \phi_x f_y + \delta_z \quad (8)$$

高度通道的关键问题在于重力加速度是高度的函数,令  $R_c$  是地球半径,当高度  $h \ll R_c$  时,高度  $h$  位置的重力加速度可近似表为

$$g = g_0(1 - 2h/R_c) \quad (9)$$

其中  $g_0$  是地球表面处的重力加速度。重力加速度的这一特性导致了纯惯性的高度通道是发散的,后面结合计算机仿真结果将进一步讨论这一问题。

## 2.3 计算机仿真

表1和表2分别给出了典型飞机惯性导航系统的加速度计和陀螺的模型参数。假定飞机在北纬  $40^\circ$  以  $150\text{m/s}$  的速度由西向东飞行,初始姿态误差、速度误差和位置误差均为零。由于惯导误差与载体的速度有关,设飞机在水平通道内的运动误差为

$$y(t) = 5 \sin(0.1\pi t) \quad (10)$$

表 1 陀螺随机漂移模型参数

常值漂移: $m$	$0.01^\circ/h$
马尔可夫过程: $\sigma$	$0.01^\circ/h$
马尔可夫过程: $\alpha$	10Hz
高斯白噪声: $Q^{1/2}$	$0.01^\circ/h$

表 2 加速度计误差模型参数

参数	$k_0$	$k_1$	$k_2$	$k_3$	$k_4$	$k_5$	$k_6$	$k_7$	$k_8$
额定值	50	50	5	5	50	5	10	2	5
单位	$\mu g$	$\mu g/g^2$	$\mu g/g^3$	$\mu g/g^2$	$\mu g/g^2$	$\mu g/g^2$	$\mu g/g$	$\mu g/g$	$\mu g/g^2$

按照前述模型和参数通过计算机仿真计算了 1h 内惯导系统的误差, 为保证仿真的精度, 积分运算的精度设置为  $10^{-6}m$ 。图 2 和图 3 分别给出了惯导系统水平通道 (包括 X 通道和 Y 通道) 的速度误差和位置误差。可以看到惯导系统的速度和位置误差的变化都是低频的, 这说明载体运动的高频部分可以被惯导系统精确的测量出来。

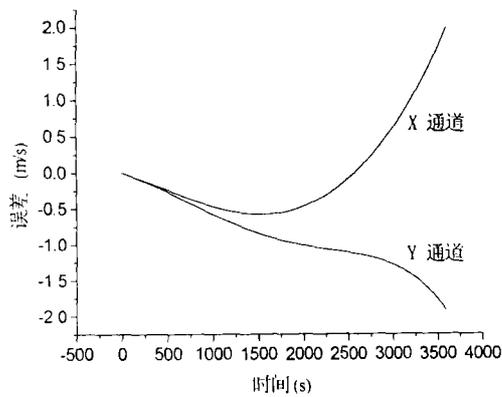


图 2 惯导系统水平通道速度误差

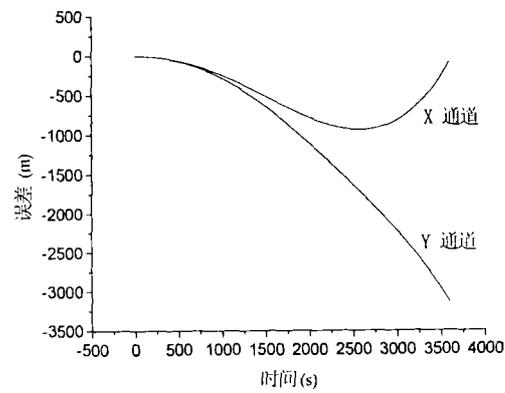


图 3 惯导系统水平通道定位误差

图 4 是高度通道的位置误差, 可以看到高度通道的误差是迅速发散的, 因此高度通道的导航一般不采用纯惯性系统, 而是采用气压高度表等其他设备, 或采用惯导与气压高度表组合的导航系统。单独的气压高度表的分辨率和精度难以满足机载 SAR 运动补偿的精度要求, 但是将惯导信息与高度表信息相融合, 利用高度表修正惯导系统的低频漂移误差后, 高度通道的高频导航误差与水平通道一致, 而低频误差甚至可以优于水平通道。

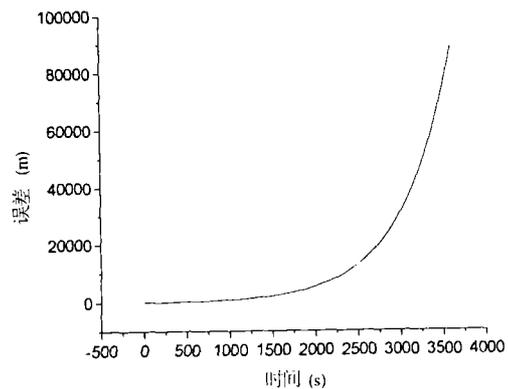


图 4 惯导系统高度通道定位误差

### 3 惯导误差对 SAR 运动补偿的影响

飞机沿视线方向的位置误差和前向速度误差对 SAR 回波相位的影响最大,是影响 SAR 成像的主要运动误差。采用 INS 进行运动补偿首先根据 INS 输出的飞机前向速度的变化,实时地调整脉冲重复频率 (PRF),使得方位信号的空间采样间隔是均匀的,从而补偿飞机前向速度误差的影响。此外根据 INS 提供的视线方向位置的变化,调整雷达接收机数据接收窗的延迟时间补偿时延误差,同时相应改变解调信号的频率和相位,补偿视线方向位置误差造成的信号相位误差。

受惯导系统漂移误差的影响,运动补偿不可避免地存在误差。惯导与天线相位中心之间存在的杠杆臂测量误差以及非刚体运动误差,也将引起运动补偿的误差。本文将主要讨论惯导系统本身的误差及其对 SAR 成像的影响问题。后一类系统误差可以通过减小杠杆臂距离解决。

#### 3.1 前向速度误差

前向速度误差是惯导系统速度误差在物理平台  $X$  方向的投影。由于姿态角误差很小,前向速度误差实际上就是惯导系统  $X$  轴方向的误差。由于机载 SAR 合成孔径时间一般在几秒到几十秒内,这里以 3500~3600s 内的惯导误差为例计算惯导误差对运动补偿精度和 SAR 成像的影响。可以看到在 100s 左右的时间段内,前向速度误差基本是线性的。初始误差 1.76m/s,主要导致多普勒调频率误差,通过结合自聚焦可以消除此误差。前向速度随时间线性变化,等效于载体在  $x$  方向存在常值加速度  $a$ ,这将导致三次相位误差  $\Delta\phi$

$$\Delta\phi(t) \approx (2av_0/(\lambda r_0))t^3 \quad (11)$$

其中  $\lambda$  为波长,  $r_0$  是目标斜距,  $v_0$  是飞机初始速度。由于  $a$  很小,近似等于  $0.0017\text{m/s}^2$ ,经过分析不难发现其对高分辨率成像几乎没有影响。

#### 3.2 视线方向位置误差

视线方向位置误差是惯导系统在  $Y$  方向和  $Z$  方向的位置误差在视线方向的投影。位置误差可以分为初始误差、线性误差和高次项误差(二次和二次以上的误差)。其中初始位置误差只是影响 SAR 图像的定位精度,而线性误差主要影响信号的中心频率,可以通过杂波锁定算法进行估计,因此对 SAR 成像处理有影响的主要是高次项误差。

在 3500s~3600s 的时间段内,位置误差曲线可以用三阶多项式精确拟合,图 5 给出了视线方向位置误差的二阶和三阶多项式的拟合误差,可以看出二阶多项式拟合误差不超过 0.03m,三次多项式的最大拟合误差不超过 0.0003m。由于位置误差是方位时间的函数,即运动误差是空变的,因此即便结合传统的杂波锁定和自聚焦,也仅能估计出相位误差的空不变部分,而无法校正空变的相位误差。所幸的是,剩余空变相位误差一般都很小。按照 SAR 成像处理的观点,采用多普勒中心频率  $f_{dc}$ 、调频率  $f_{r2}$  和三次调频率  $f_{r3}$  的误差代替位置或相位误差更容易说明误差对图像质量的影响。 $f_{dc}$ 、 $f_{r2}$  和  $f_{r3}$  与回波相位的关系如下:

$$\phi(t) = \frac{2R(t)}{\lambda} \approx \frac{2r_0}{\lambda} - \left( f_{dc}t + \frac{1}{2}f_{r2}t^2 + \frac{1}{6}f_{r3}t^3 \right) \quad (12)$$

以  $L$  波段 ( $\lambda = 0.23\text{m}$ ) 机载 SAR 为例,当  $v_0 = 150\text{m}$ ,  $r_0 = 20\text{km}$  时,按照前述仿真结果可以计算出由视线方向位置误差引起的  $f_{dc}$ 、 $f_{r2}$  和  $f_{r3}$  随方位时间的变化情况,如图 6~8 所示,其中图 6 和图 7 是以零时刻  $f_{dc}$  和  $f_{r2}$  为基准的中心频率和调频率误差。由图可见,最大中心频率误差小于 2.5Hz; 最大调频率误差小于  $2.8 \times 10^{-3}\text{Hz/s}$ ; 最大三次调频率误差

为  $2.5 \times 10^{-4} \text{Hz/s}^2$ 。如果以  $0.5\pi$  作为最大二次相位误差的标准, 以  $0.2\pi$  作为最大三次相位误差的标准, 则分辨率为 1m 和 0.5m 时所允许的最大调频率误差分别为  $7.8 \times 10^{-3} \text{Hz/s}$  和  $1.9 \times 10^{-3} \text{Hz/s}$ ; 所允许的最大三次调频率误差分别为  $1.17 \times 10^{-3} \text{Hz/s}^2$  和  $1.43 \times 10^{-4} \text{Hz/s}^2$ 。结合图 7 和图 8 可以看到, 在 100s 内的空变相位误差在 1m 分辨率的情况下对成像没有影响, 或者说, 在 100s 内只需进行一次自聚焦。而在 0.5m 分辨率的情况下, 在 100s 内需要进行多次自聚焦才能满足高分辨率成像的要求。

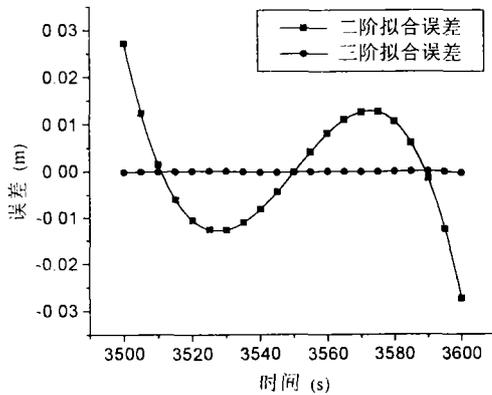


图 5 定位误差的多项式拟合误差

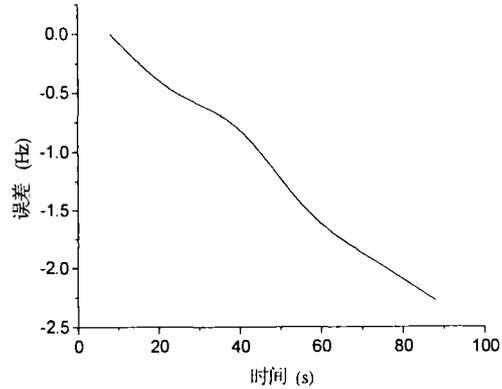


图 6 多普勒中心频率误差

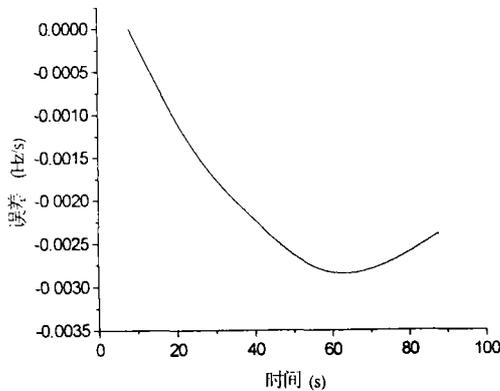


图 7 多普勒调频率误差

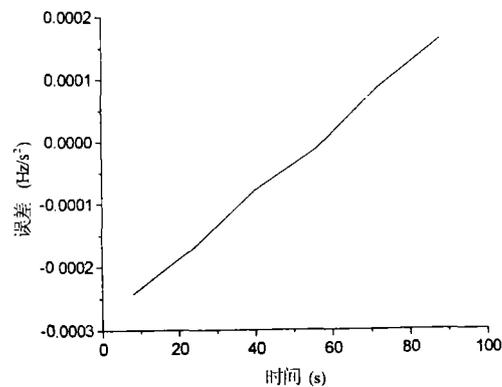


图 8 三次调频率误差

前面讨论了在惯导系统工作 1h 后惯导误差对运动补偿的影响, 由于惯导系统的误差是积累误差, 随时间呈级数增长, 不同时间段的误差对运动补偿的影响也不同。通过进一步的计算机仿真可以看到, 随着惯导系统误差的增加, 对运动补偿精度的影响也越大。在 1.5h 到 2h 的时间段内, 惯导误差会迅速发散, 系统仿真表明, 高次项误差显著增加, 从而导致一个孔径内多普勒中心频率、调频率和三次调频率都发生明显变化, 无法实现高分辨率的成像处理。如果能够采用无线电导航和 GPS 等其它辅助导航设备定期修正惯导系统的误差, 则可以控制惯导系统的发散, 满足运动补偿精度的要求。

## 4 结 论

本文分析了典型飞机惯性导航系统的误差特性及其对 SAR 运动补偿精度和高分辨率成像的影响,分析表明惯导系统的漂移是低频误差,但随时间发散。在初始定位准确的情况下,在 1h 内惯导系统的漂移误差很小,与杂波锁定和自聚焦技术相结合,可以实现高分辨率 SAR 成像。但随着惯导误差的进一步发散,其高次项误差将显著增加,由此导致的空变相位误差将影响到高分辨率成像。研究结果表明要实现机载 SAR 长时间连续高分辨率成像,必须进一步提高惯导系统的精度,或采用 GPS 等辅助导航设备定期修正惯导系统误差。

## 参 考 文 献

- [1] S. Buckreuss, Motion compensation for airborne SAR based on inertial data, RDM and GPS, Proc. on IGARSS'94, USA, 1994, 1971-1973.
- [2] 李立伟, 高分辨率机载合成孔径雷达中运动补偿问题的研究, [博士论文], 北京, 北京航空航天大学, 1998 年 10 月.
- [3] J. Moreira, A new method of aircraft motion error extraction from radar raw data for real time motion compensation, IEEE Trans. on Geoscience and Remote Sensing, 1990, GRS-26(4), 620-626.
- [4] T. M. Callway, *et al.*, Subaperture autofocus for synthetic aperture radar, IEEE Trans. on Aerospace and Electronic Systems, 1994, AES-30(2), 617-621.
- [5] D. E. Wahl, *et al.*, Phase gradient autofocus—A robust tool for high resolution SAR phase correction, IEEE Trans. on Aerospace and Electronic Systems, 1994, AES-30(3), 827-835.
- [6] 以光衢, 陀螺理论与应用, 北京, 北京航空航天大学出版社, 1990 年 11 月, 第 8 章.
- [7] 于波, 陈云相, 郭秀中, 惯性技术, 北京, 北京航空航天大学出版社, 1994 年 8 月, 第 2, 3, 5 章.

## ERROR ANALYSIS OF AIRBORNE SAR MOTION COMPENSATION USING INS

Ding Chibiao

(*Institute of Electronics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100080, China*)

**Abstract** The motion compensation errors of the airborne Synthetic Aperture Radar (SAR) using the typical aircraft Inertial Navigation System (INS) are analyzed. It is concluded that the navigation errors of INS are of low frequency and divergent. The INS errors can be kept in a relatively small range at the beginning stage. Therefore, the high resolution SAR imaging can be achieved by combining INS with clutterlock and autofocus methods.

**Key words** Synthetic aperture radar, Motion compensation, Inertial navigation system

丁赤彪: 男, 1969 年生, 工学博士, 研究员, 目前的主要研究方向为合成孔径雷达成像、运动补偿及其应用。