

二维平面分层媒质中的数值模式匹配 ——算子矩阵理论及计算方法的应用*

潘锦 聂在平

(电子科技大学 成都 610054)

摘要 本文在直角坐标系中针对任意二维非均匀媒质中的电磁场问题,研究并推广了数值模式匹配的算子矩阵理论。提出了更为一般和实用的公式表达,导出了统一的任意激励源展开公式。所导出的公式更便于边界的匹配得到快收敛的数值解答,并且可普遍适用于未正交归一化的基函数和特征函数以及存在简并模式的情况。另外,文中还着重讨论了建立在以上理论基础上的数值计算方法。论述了选择分域三角基的优越性。讨论了确定格点的原则,给出了格点坐标的公式,介绍了数值模式匹配法在电磁波传播测井(EPT)中的应用及其数值计算的实现途径;比较了用不同途径的计算结果。所得数值结果与文献报道一致。

关键词 二维平面分层媒质,数值模式匹配,计算方法,电磁波传播测井

1 引言

用数值模式匹配法处理二维非均匀复杂媒质问题,由于它将数值分析与解析方法相结合,从而较有限元法处理同样问题有计算时间少,内存占用小的突出优点。因此它一经提出便受到理论工作者和测井工程师们的极大关注。就到目前为止的研究来说,应用该方法已围绕着圆标坐标系和直角坐标系下的二维非均匀问题进行了多方面的讨论^[1-8],并已在石油电法测井响应的分析方面获得了十分成功的应用。本文的工作旨在研究并推广这一新方法的理论和扩展该方法的适用范围;讨论建立在该理论基础上的数值计算方法和实用技术。另外,根据文中的理论和计算方法还编制了处理二维任意平面分层媒质问题的通用计算程序,并利用该程序计算了EPT测井分析中的一个典型问题,所得结果与文献报道一致。

2 二维平面分层媒质中的数值模式匹配理论

图1所示为具有任意激励源的二维任意非均匀媒质模型。媒质由各向同性的多区域

1992-12-15收到,1993-10-10定稿

*国家自然科学基金资助项目

潘锦 男,1962年生。讲师,从事电磁场工程专业的教学和研究工作。

聂在平 男,1946年生。教授,从事电磁场工程专业的教学和研究工作。

平面分层构成。因此该问题是一个二维半问题。该问题可在直角坐标系下,通过对变量 z 的傅氏变换将原矢量方程化为标量问题来求解。即由麦氏方程组可导出傅氏变换后的电磁场 z 分量符合如下的方程;

$$\left[\frac{\partial^2}{\partial y^2} \rho^{-1} + \frac{\partial}{\partial z} \rho^{-1} \frac{\partial}{\partial z} + (k^2 - k_z^2) \rho^{-1} \right] \cdot F_{p,z}(y, z) = h_p(y, z), \quad (1)$$

式中当 $\rho = \epsilon$ 和 $\rho = \mu$ 时, $F_{p,z}$ 分别为 D_z 和 B_z , 是相应电磁量的傅氏变换量, 对应于 TM 波和 TE 波解。式中非齐次项 h_p 是由激励所确定的已知函数。对(1)式,可应用本征函数展开法求解。本征函数由(1)式相应齐次方程的分离变量解得到

$$F_{p,z}(y, z) = \sum_{\alpha} a_{\alpha} f_{p\alpha}(z) \exp(jk_{p\alpha} y) \quad (2)$$

以及如下的本征方程确定:

$$\left(\frac{\partial}{\partial z} \rho^{-1} \frac{\partial}{\partial z} + \rho^{-1} k^2 - \rho^{-1} k_{p\alpha}^2 \right) f_{p\alpha}(z) = 0. \quad (3)$$

上面的式子中, a_{α} 为展开系数, $k_{p\alpha}$ 为 α 模式的 y 向传播波数, $k_{p\alpha}^2 = k^2 + k_{p\alpha y}^2$, k_z 为傅氏变换变量。在(3)式中,由于 $\rho(z)$ 的任意性使得无法求出其一般的解析闭合解答。为了求出 $f_{p\alpha}(z)$ 的解形式,这里首先在希氏线性空间中,选定一组本征方程(3)式算子定义域内的基 $\{S_i(z)\}$, 并引入内积运算如下:

$$\langle f(z), g(z) \rangle = \int_{-\infty}^{+\infty} f(z)g(z) dz. \quad (4)$$

这样(3)式对应的线性变换可在基 $S(z)$ 下用矩阵形式表出:

$$[\bar{L}_p - k_{p\alpha}^2 \bar{P}^{-1}] \cdot b_{p\alpha} = 0, \quad (5)$$

式中 $b_{p\alpha}$ 是 $f_{p\alpha}(z)$ 在基 $\{S_i(z)\}$ 上投影构成的列矢量,即, $f_{p\alpha}(z) = b_{p\alpha}^T S(z)$, $S(z)$ 是由基函数构成的列矢量; $\bar{L}_p = \bar{S}_z^{-1} \langle S, L_p S' \rangle$, $\bar{P}^{-1} = \bar{S}_z^{-1} \langle S, \rho^{-1} S' \rangle$ 分别是线性变换

$L_p = \frac{\partial}{\partial z} \rho^{-1} \frac{\partial}{\partial z} + \rho^{-1} k^2$ 和 ρ^{-1} 在基 $S(z)$ 下的矩阵; $\bar{S}_z = \langle S(z), S'(z) \rangle$ 为基函数 $S(z)$ 的度量矩阵。矩阵本征值方程(5)式可容易地通过线性代数的方法求解,从而得出本征值 $k_{p\alpha}$ 和本征矢量 $b_{p\alpha}$ 。于是(2)式可用矩阵形式表出:

$$F_{p,z}(y, z) = f_p^T(z) \cdot \exp(j\bar{K}_{p,y} y) \cdot a, \quad (6)$$

式中的 $\bar{K}_{p,y}$ 是由 $k_{p\alpha}$ 组成的对角矩阵; $f_p^T(z)$ 是由本征函数 $f_{p\alpha}(z)$ 组成的行矢量; a 为展开系数构成的列矢量,其最终表达由媒质的具体结构和激励条件确定。

综合以上的讨论,进一步考虑到各区中场的反射和透射及边界条件,各区中的电磁场可由如下矩阵公式得出:

当 $n = m$ 时,

$$A_{n+} = \bar{F}_n^T(z) \{ \exp(j\bar{K}_n |y - y'|) \cdot F_{n,\pm}(z') + \exp[-j\bar{K}_n(y - d_n)] \cdot D_n + \exp[j\bar{K}_n(y - d_{n-1})] \cdot C_n \}; \quad (7)$$

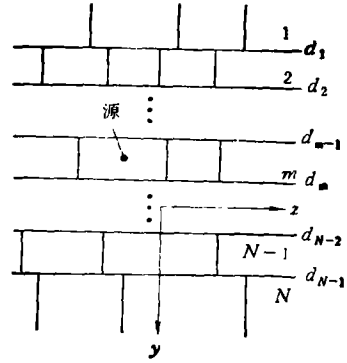


图1 多区域平面分层媒质模型

当 $n < m$ 时,

$$\begin{aligned} \mathbf{A}_{n,n} = \bar{F}'_n(x) \{ \exp(-j\bar{K}_n y) + \exp[j\bar{K}_n(y - d_{n-1})] \cdot \bar{G}_{n,n-1} \\ \cdot \exp(-j\bar{K}_n d_{n-1}) \} \cdot \mathbf{B}_n; \end{aligned} \quad (8)$$

当 $n > m$ 时,

$$\begin{aligned} \mathbf{A}_{n,n} = \bar{F}'_n(x) \{ \exp(j\bar{K}_n y) + \exp[-j\bar{K}_n(y - d_n)] \cdot \bar{G}_{n,n+1} \\ \cdot \exp(j\bar{K}_n d_n) \} \cdot \mathbf{A}_n; \end{aligned} \quad (9)$$

式中

$$\mathbf{A}_n = \begin{bmatrix} D_n \\ B_n \end{bmatrix}, \quad \bar{F}'_n(x) = \begin{bmatrix} f'_n(x) & 0 \\ 0 & f'_n(x) \end{bmatrix}, \quad \bar{K} = \begin{bmatrix} \bar{K}_{ny} & 0 \\ 0 & \bar{K}_{nx} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{F}_{n,\pm} = \begin{bmatrix} f_{n,\pm} \\ f_{n,\pm} \end{bmatrix}, \quad (10)$$

$f_{n,\pm}$ 是激励源展开系数构成的列矢量。另外,

$$\begin{aligned} \bar{G}_{n,n-1} = \bar{R}_{n,n-1} + \bar{T}_{n-1,n} \cdot \exp[j\bar{K}_{n-1}(d_{n-1} - d_{n-2})] \cdot \bar{G}_{n-1,n-2} \cdot \exp[j\bar{K}_{n-1}(d_{n-1} \\ - d_{n-2})] \cdot \bar{M}_{n-1}^{(-)} \bar{T}_{n,n-1} \end{aligned} \quad (11)$$

$$\begin{aligned} \bar{G}_{n,n+1} = \bar{R}_{n,n+1} + \bar{T}_{n+1,n} \exp[j\bar{K}_{n+1}(d_{n+1} - d_n)] \cdot \bar{G}_{n+1,n+2} \cdot \exp[j\bar{K}_{n+1}(d_{n+1} \\ - d_n)] \cdot \bar{M}_{n+1}^{(+)} \cdot \bar{T}_{n,n+1}, \end{aligned} \quad (12)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{C}_n = \bar{M}_{n(+)} \cdot \bar{G}_{n,n-1} \{ \exp[j\bar{K}_n(y' - d_{n-1})] \cdot \mathbf{F}_{n,-} + \exp[j\bar{K}_n(d_n - d_{n-1})] \\ \cdot \bar{G}_{n,n+1} \cdot \exp[j\bar{K}_n(d_n - y')] \cdot \mathbf{F}_{n,+} \}, \end{aligned} \quad (13)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{D}_n = \bar{M}_{n(-)} \cdot \bar{G}_{n,n+1} \{ \exp[j\bar{K}_n(d_n - y')] \cdot \mathbf{F}_{n,+} + \exp[j\bar{K}_n(d_n - d_{n-1})] \\ \cdot \bar{G}_{n,n-1} \cdot \exp[j\bar{K}_n(y' - d_{n-1})] \cdot \mathbf{F}_{n,-} \}, \end{aligned} \quad (14)$$

$$\mathbf{A}_n = \exp(-j\bar{K}_n y') \cdot \mathbf{F}_{n,+} + \exp(-j\bar{K}_n d_{n-1}) \cdot \mathbf{C}_n, \quad (15)$$

$$\mathbf{B}_n = \exp(j\bar{K}_n y') \cdot \mathbf{F}_{n,-} + \exp(j\bar{K}_n d_n) \cdot \mathbf{D}_n, \quad (16)$$

$$\mathbf{A}_n = \left[\prod_{i=n+1}^m \exp(-j\bar{K}_i \cdot d_{i-1}) \cdot \mathbf{M}_i^{(+)} \cdot \bar{T}_{i-1,i} \cdot \exp(j\bar{K}_{i-1} d_{i-1}) \right] \cdot \mathbf{A}_m, \quad (17)$$

$$\mathbf{B}_n = \left[\prod_{i=n}^{m-1} \exp(j\bar{K}_i d_i) \cdot \bar{M}_i^{(-)} \cdot \bar{T}_{i+1,i} \cdot \exp(-j\bar{K}_{i+1} d_i) \right] \cdot \mathbf{B}_m, \quad (18)$$

$$\bar{M}_n^{(-)} = \{ \bar{I} - \bar{R}_{n,n+1} \exp[j\bar{K}_n(d_n - d_{n-1})] \cdot \bar{G}_{n,n-1} \cdot \exp[j\bar{K}_n(d_n - d_{n-1})] \}^{-1}, \quad (19)$$

$$\bar{M}_n^{(+)} = \{ \bar{I} - \bar{R}_{n,n-1} \exp[j\bar{K}_n(d_n - d_{n-1})] \cdot \bar{G}_{n,n+1} \cdot \exp[j\bar{K}_n(d_n - d_{n-1})] \}^{-1}, \quad (20)$$

$$\bar{M}_{m(-)} = \{ \bar{I} - \bar{G}_{m,m+1} \cdot \exp[j\bar{K}_m(d_m - d_{m-1})] \bar{G}_{m,m-1} \exp[j\bar{K}_m(d_m - d_{m-1})] \}^{-1}, \quad (21)$$

$$\bar{M}_{m(+)} = \{ \bar{I} - \bar{G}_{m,m-1} \exp[j\bar{K}_m(d_m - d_{m-1})] \cdot \bar{G}_{m,m+1} \cdot \exp[j\bar{K}_m(d_m - d_{m-1})] \}^{-1}, \quad (22)$$

$$\begin{aligned} \bar{R}_{n,n+1} = -[\bar{D}_n - \bar{B}_n \cdot \bar{P}_{n+1}^{-1} \cdot \bar{B}'_{n+1} \cdot \bar{H}_{n+1,+}^{-1} \cdot \bar{H}_{n,+}] [\bar{D}_n - \bar{B}_n \bar{P}_{n+1}^{-1} \bar{B}'_{n+1} \bar{H}_{n+1,+}^{-1} \\ \cdot \bar{H}_{n,-}]^{-1}, \end{aligned} \quad (23)$$

$$\begin{aligned} \bar{R}_{n,n-1} = -[\bar{D}_n - \bar{B}_n \bar{P}_{n-1}^{-1} \bar{B}'_{n-1} \bar{H}_{n-1,-}^{-1} \cdot \bar{H}_{n,-}] [\bar{D}_n - \bar{B}_n \bar{P}_{n-1}^{-1} \bar{B}'_{n-1} \bar{H}_{n-1,-}^{-1} \bar{H}_{n,+}]^{-1}, \end{aligned} \quad (24)$$

$$\bar{T}_{n,n+1} = \bar{H}_{n+1,+}^{-1} [\bar{H}_{n,+} + \bar{H}_{n,-} \bar{R}_{n,n+1}], \quad (25)$$

$$\bar{T}_{n,n-1} = \bar{H}_{n-1,-}^{-1} [\bar{H}_{n,-} + \bar{H}_{n,+} \bar{R}_{n,n-1}], \quad (26)$$

$$\bar{D}_n = \bar{B}_n \bar{P}_n \bar{B}'_n, \quad (27)$$

$$\bar{B}_n = \begin{bmatrix} \bar{b}_{\epsilon n} & 0 \\ 0 & \bar{b}_{\mu n} \end{bmatrix}, \bar{P}_n^{-1} = \begin{bmatrix} \bar{\epsilon}_n^{-1} & 0 \\ 0 & \bar{\mu}_n^{-1} \end{bmatrix}, \quad (28)$$

$$\bar{H}_\pm = \begin{bmatrix} \pm \omega \bar{b}'_z \bar{K}_{\epsilon z}^{-2} \bar{K}_{\epsilon z}, & j k_z \bar{S}_z^{-1} \bar{\mu}^{-1} \bar{S}_z^{-1} \bar{D} \bar{b}'_z \bar{K}_{\mu z}^{-1} \\ j k_z \bar{S}_z^{-1} \bar{\epsilon}^{-1} \bar{S}_z^{-1} \bar{D} \bar{b}'_z \bar{K}_{\epsilon z}^{-2} & \mp \omega \bar{b}'_z \bar{K}_{\mu z}^{-2} \bar{K}_{\mu z} \end{bmatrix}, \quad (29)$$

式中 $\bar{b}_{\rho n}$ 的行矢量为 n 区中的特征矢量; $\bar{D} = \left\langle S(x), \frac{\partial}{\partial z} S'(x) \right\rangle$ 是运算算子。

至此,由以上公式给出的电磁场解答只剩下激励展开系数矢量 $f_{\rho, \pm}$ 尚待确定,其具体表达可通过(1)式中的 $h_\rho(y, z)$ 得到。即要求知 $f_{\rho, \pm}$ 对应于需求(1)式的特解。为此,利用本征函数展开法将式中的 $F_{\rho, n}(y, z)$ 和 $h_\rho(y, z)$ 用本征函数 $f_\rho(z)$ 进行展开并代回(1)式中,则可得特解如下:

$$F_{\rho, n}(y, z) = f'_\rho(z) a_\rho(y), \quad (30)$$

$$a_\rho(y) = \int_0^y \bar{K}_{\rho y}^{-1} \sin[\bar{K}_{\rho y}(y - y_0)] \cdot \bar{D}_\rho^{-1} \langle f_\rho(z), h_\rho(y_0, z) \rangle dy_0, \quad (31)$$

其中

$$\bar{D}_\rho = \langle f_\rho, \rho^{-1} f'_\rho \rangle. \quad (32)$$

当激励源为 δ 函数时,即 $h_\rho = \delta(y - y', z - z')$ 则由(31)、(30)式,可求得源区直射场的格林函数为

$$F_{\rho, n}(y, z) = f'_\rho(z) \exp(j \bar{K}_{\rho y} |y - y'|) \cdot f_{\rho, \rho}(z'). \quad (33)$$

这时可得知激励展开系数矢量为

$$f_{\rho, \rho}(z') = \frac{1}{2j} \bar{K}_{\rho y}^{-1} \bar{D}_\rho^{-1} f_\rho(z'). \quad (34)$$

(33)式中给出了格林函数的表达式,据此可求出任意源分布的解。

从以上的推导可知,(31)式实际上给出了适应于任何形式以及任意分布的激励源产生的激励系数的一般统一表达式。这是以往数值模式匹配理论中所缺少的。

上述的(7)–(34)式,已经给出了图1模型电磁场问题的完整解。在所导公式中引入了运算矩阵 \bar{D}_n , 这样就不再需要以往数值模式匹配法强加于本征矢量上的约束^[6,7]:

$$b'_{\rho\alpha} \cdot \bar{P}^{-1} b_{\rho\beta} = \delta_{\alpha\beta}. \quad (35)$$

而(35)式成立的前提为 \bar{L}_ρ 和 \bar{P}^{-1} 为对称矩阵,并且要求特征值 $k_{\rho n}^2$ 无重根。这种约束显然破坏了所解模型的任意性和一般性。如对于存在简并模式的波导问题中(35)式就不再成立。因此本文引入 \bar{D}_n 后摆脱了(35)式的制约,实际也摆脱了对内积定义以及 z 向微分算符具体形式的依赖,从而使文中公式(7)–(34)式更具应用价值和前景。

3 数值模式匹配理论的一般计算方法

在上述的推导中,另一个特点是引入了度量矩阵 \bar{S}_z , 这可使得所完成的推导和给出的公式不再局限于在进行数值计算时,仅能选择希氏空间中的标准正交基来展开本征函数 $f_{\rho n}(z)$, 因为单位正交化过程已包含在所完成的推导之中了。事实上只要展开基是线性无关的即可,不同的选择对数值计算来说给出不同的精度。这样, \bar{S}_z 的引入给基函数选取所带来的灵活性,使得选择便于高效数值计算的基函数成为可能。在这一前提下,现

在确定基函数的原则仅需考虑在保证解答精度的同时要使基函数能易于匹配边界条件且计算量小。对于图 1 模型,符合这样原则的良好选择是三角基函数:

$$S_i(z) = \begin{cases} (z - z_{i-1}) / (z_i - z_{i-1}), & z_{i-1} \leq z \leq z_i; \\ (z_{i+1} - z) / (z_{i+1} - z_i), & z_i \leq z \leq z_{i+1}; \\ 0, & \text{其它。} \end{cases} \quad (36)$$

式中 z_i 是对图 1 模型中,人为选定的分格格点。选择三角基后,可以很方便地使模型中的 z 向边界条件得到匹配。另外更突出的特点是,三角基的选择可使得在求解图 1 模型电磁场问题解答的(7)–(34)式的全部过程中无需作任何数值积分运算,更不包含难于数值处理且运算费时的 Sommerfeld 积分。因为有关公式中的内积可以简单地解析求出,这为求解复杂的模型和高效的数值计算提供了保证。选用三角基的灵活性,还体现在它可以不额外增加计算量,通过调整格点,即在源区或场变化较快的区域中加密格点,而在远离源区域逐渐加大网格距离来兼顾计算精度和效率。

理论上讲,不论选用什么基函数都需考虑到应能模拟从 $z = -\infty$ 到 $z = \infty$ 整个区间内的场。但在处理实际问题时,特别是媒质存在损耗,如地下分层媒质的问题,由于衰减特性,通常有意义的区域仅需以穿透深度 (δ_{ik}) 作为计算的尺度,数值计算的结果表明,有效的场域可取为以源为中心的 $[-2\delta_{ik}, 2\delta_{ik}]$ 范围内。这样考虑到计算精度和效率,可在此范围内以源为中心向两边由密到疏安排格点。于是对于源点坐标为 $z = z_0$ 时的 $(2N + 1)$ 个格点,可得到符合等差数列分布的格点坐标公式为

$$z_{\pm i} = z_0 \pm [i + i(i-1)\alpha/2][N + N(N-1)/2]^{-1/2} \delta_{ik}, \quad (37)$$

其中 α 为参数,是公差与数列首项的比值。根据具体情况可取为 $1/20 \sim 1/50$ 。除了以上人为选取的格点之外,为了保证每一水平分层区内媒质 z 向不连续界面处场的良好匹配,还应将不连续界面的坐标也选作格点。以上人为格点和自然格点的总和便是全部需要计入的格点。至此;格点确定后由(36)式可得知全部展开基函数,进而图 1 模型的电磁场解答可根据(7)–(34)式编程由计算机自动算得。

4 电磁波传播测井 (EPT) 分析中的数值计算

EPT 测井分析是数值模式匹配法的一个重要应用。在数值模式匹配法出现以前,

EPT 测井分析仅限于分层均匀媒质的简化模型,不能满足物理实际的需要。有了数值模式匹配法后,现在可以高效率地同时分析上下围岩以及侵入带和泥浆等二维不均匀性对 EPT 测井响应的影响。因此所得的数值结果不仅是对测井响应的解释,也对 EPT 工具的硬件设计具有更加实际的意义。

EPT 测井的模型可抽象为图 2(a)

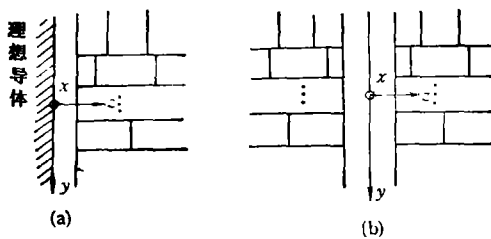


图 2 (a) EPT 测井模型

(b) EPT 测井的等效模型

所示的结构^[7]。处理该模型的一种办法是利用镜象原理将图 2(a) 等效为图 2(b) 的结

构来处理, 这时的模型与图 1 完全一致, 因此用文中的讨论可直接算得结果, 如图 4 所示。另一种方法是直接用数值模式匹配法处理图 2(a), 但这时要注意到 $z = 0$ 处的边界匹配问题。为了在同一组基下得到正确的电磁解答, 应根据矩量法原理对算子 L 进行扩展, 即取

$$[L_e]_{ij} = \langle S_j(\mathbf{x}), L_e S_i(\mathbf{x}) \rangle = \epsilon^{-1} S_i(\mathbf{x}) S_j'(\mathbf{x})|_0^a, \quad i, j = 1, 2, \dots, N. \quad (38)$$

对于三角基函数, 算子扩展前后的矩阵表达是一样的。这再次体现了数值模式匹配法的特点, 即从矩量法的角度来看, 数值模式匹配法中的一维数值模拟实际上归结为伽略金法, 因而其数值计算的结果具有稳定性。

以上所述解决图 2 模型的第二种方法比第一种方法的计算效率高。因为对于同样的基函数数目, 第一种方法模拟仅对 $z \geq 0$ 有效的全空间的场, 而第二种方法直接针对 $z \geq 0$ 的半空间。这样, 在相同的精度下, 第二种方法的计算量会比第一种方法减少到几分之一。图 4 中示出了两种方法的计算结果。从图中可知, 本文所得的结果与文献报道一致^[4]。

5 数值计算结果与结论

根据上述理论公式和计算方法可编出求解图 1 任意二维非均匀电磁场问题的通用计算程序。使用该程序计算图 3 所示的典型 EPT 测井模型。其中, T_1, T_2 和 R_1, R_2 分别为发射和接收端。 T_1, T_2 是 TM 极化的磁流源。工作频率为 1.1 GHz, 采用井孔补偿模式进行数值模拟, 结果示于图 4。计算中选 $N = 17$ 。图中曲线表明, 使用镜象法时, 由于所选格点较少, 这时人为格点仅用 35 个, 导致结果偏差 8% 左右。但用扩展算子法, 同样的格点数目, 计算结果与文献报道一致。用镜象法如将格点数加倍取为 70 个, 这时虽然也能得到与文献一致的结果, 但计算时间将增加 5 倍。由此可见, 扩展算子的方法在处理 EPT 测井响应的分析中是值得推荐的方法。

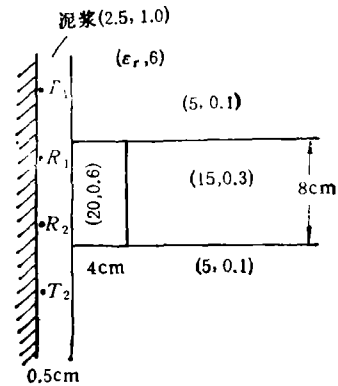


图 3 具有井孔侵入带的三层围岩结构

上述的例子证实了本文对数值模式匹配法的扩展和所提出的公式是更为实用的表达式。所列公式, 包括适合于任一激励源的统一激励系数展开公式全部由便于数值编程计算的矩阵表达。另外, 在数值计算时选择三角基后, 使得整个运算不包含任何积分, 而且数值模拟仅在一维上进行, 在另一维上用严格的解析解表示出, 这样所得数值结果能以最小的计算量, 最大限度地保证解答的可靠和准确性。这是用二维有限元法处理二维非均匀问题所不及的。最后还应提出的是, 尽管本文的讨论建立于直角坐标下, 但是类似的推导, 包括激励系数的统一公式以及对数值模式匹配法的扩充技术, 也同样可应用于处理柱坐标以及其它可分离变量的坐标系中。

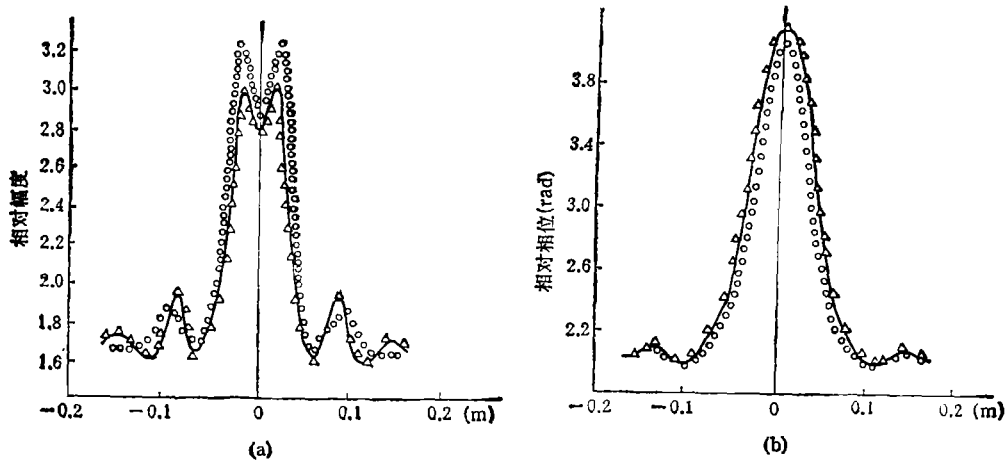


图4 具有侵入带和上下围岩的 EPT 测井响应 (a) 相对幅度 (b) 相对相位

○○○ 镜象法 △△△ 扩展算子法——文献结果^[4]

参 考 文 献

- [1] Chew W C, *et al.* Geophys., 1984, 49(18): 1586—1595.
- [2] Chew W C. IEEE Trans. on AP, 1985, AP-33(6): 649—654.
- [3] Chew W C. IEEE Trans. on GE, 1988, GE-26(4):388—398.
- [4] Chew WC, Nie Z, Liu Q, Anderson B. IEEE Trans. on GE, 1991, GE-29(2):308—313.
- [5] 聂在平,等. 地球物理学报,1992,35(4): 479—489.
- [6] Chew W C, Liu Q. IEEE Trans. on AP, 1990, AP-38(4):498—506.
- [7] Chew W C. IEEE Trans. on GE, 1988, GE-26(4): 382—387.
- [8] Liu Q, *et al.* A Modelling Study of Electromagnetic Propagation Tool in Complicated Borehole Environments. Electromagnetics Lab., Univ. of Illinois, Techn. Report, 1990.

THE NUMERICAL MODE MATCHING METHOD ON 2-D STRATIFIED MEDIA—MATRIX THEORY AND COMPUTATION METHOD FOR APPLICATION

Pan Jin Nie Zaiping

(University of Electronic Science and Technology of China, Chengdu 610054)

Abstract By studying the arbitrary two dimensional problems of EMF in Cartesian coordinates with the numerical mode matching method, this paper presents a series of more general and applicable formulation, including the unified matrix expanding formula suitable for any source excitation. In discussing the computation method, triangular bases are chosen and its advantages are pointed out. A formula of determining grid points is presented. As an example, a typical problem in the Electromagnetic Propagation Tool (EPT) is solved in different ways by using the proposed theory and methods. The present results agree with the ones in the literature.

Key words 2-D stratified media, Numerical mode matching, Computation method, Electromagnetic Propagation Tool