

两带自适应 FIR 线性相位双正交滤波器组设计

水冰 史仪凯

(西北工业大学机电学院 西安 710072)

摘要 自适应滤波器组设计是多速率滤波器组理论和应用的一个重要方面。由于其频率响应更好匹配于输入信号的统计特性,这类滤波器组可获得更大的子带编码增益。该文研究了两带自适应 FIR 线性相位双正交滤波器组的设计问题,给出了设计算法,特别是通过最优 IIR 双正交滤波器组确定初始点(初始滤波器组)的方法。仿真结果表明,得到的滤波器组的子带编码增益远远超过了最优的 IIR 正交滤波器组,与已有的设计结果比较,编码增益明显提高。

关键词 主分量滤波器组,子带编码增益,线性相位,最优 IIR 双正交滤波器组

中图分类号: TN713

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2006)10-1950-05

Design of Signal-Adapted Two-Band Biorthogonal Linear Phase Filter Banks

Shui Bing Shi Yi-kai

(Northwest Polytechnical University, Xi'an 710072, China)

Abstract Signal-adapted institute of filter banks are an important subject in the theory and applications of the multirate filter banks. Since the frequency responses match the statistics of the underlying signals very well, these filter banks achieve the larger subband coding gains. This paper investigates the design of two-band signal-adapted biorthogonal linear phase filter banks and gives the design algorithm, in particular, the method to determine the initial points (initial filter banks) with the optimal IIR biorthogonal filter banks that is easy to be obtained. The result of emulation indicates that the subband coding gains of the resulted filter banks are excess those of the optimal IIR paraunitary filter banks much, and comparing with the existing results the subband coding gains are markedly improved.

Key words Principal component filter bank, Subband coding gain, Linear phase, Optimal IIR biorthogonal filter bank

1 引言

匹配于信号统计特性的自适应滤波器组设计目前成为了滤波器组理论和应用的研究热点之一。由于滤波器组的频率特性匹配于输入信号的统计特性,这样的滤波器组在子带编码增益上超过了标准的滤波器组。设计自适应滤波器组时,常用子带编码增益作为优化的目标函数,滤波器结构作为设计约束,如正交/双正交, FIR/IIR 等。正交性和 IIR 约束下,主分量滤波器组(PCFB)达到最大编码增益,这一重要结果由 Tsatsanis 和 Giannakis 在 1995 年给出^[1]。主分量滤波器组由一组块状滤波器构成,可直接从输入信号的功率谱密度得到。随后, Moulin 和 Kirac 分别提出了用 LSIP 方法和窗法设计自适应正交 FIR 滤波器组^[2,3]。Vaidyanathan^[4]等在 1998 年系统论述了最优双正交 IIR 滤波器组设计问题和研究进展,并且猜想主分量滤波器组级联半白化滤波器组达到最大子带编码增益。2000 年, Moulin^[5]证明了这一猜想。至此, IIR 情况的设计问题得到了彻底解决。由于 IIR 滤波器不可实现,自适应 FIR 双正交滤波器组设计显得尤为重要,因为一些例子表明:相同长度情况下,双正交滤波器比正交滤波器组可

以获得更大的子带编码增益,特别是两带情况下,可以设计线性相位的 FIR 双正交滤波器组,在许多应用中(如图像压缩)这是非常有用的。利用提升结构^[6],水鹏朗^[7,8]等设计了自适应的双正交内插滤波器组。与正交情况相比,编码增益得到了明显提高,然而这种特殊结构也限制了编码增益的更大改善。2001 年, Lu Wu-sheng^[9]等人研究了 M 带自适应双正交 FIR 滤波器组的优化设计问题,问题归结为一个高度非线性约束优化问题。但由于缺乏有效的初始点(或初始滤波器)的选择方法,没有达到满意的设计结果。

本文研究两带自适应双正交 FIR 线性相位滤波器组的设计问题。利用最优双正交 IIR 滤波器组的结果和双正交 FIR 线性相位滤波器组的结构,给出了一种确定初始滤波器组的有效方法。这种方法对中等或长的 FIR 滤波器组是很有效的。与已有的方法相比,子带编码增益得到了明显的提高。

2 设计问题的数学描述

作为滤波器组的重要应用领域之一,子带编码器由滤波器组和标量化器构成,两带子带编码器的结构如图 1 所示:

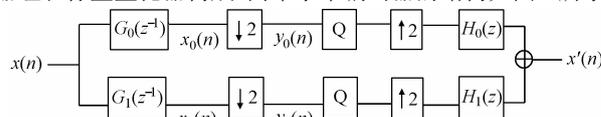


图 1 两带子带编码器的结构

2005-01-17 收到, 2005-06-28 改回

国家自然科学基金(50275125)和航空科学基金(04153068)资助课题

输入信号 $x(n)$ 假定为广义平稳的零均值高斯随机序列, 子带系数和下采样子带系数用 $x_0(n), x_1(n), y_0(n), y_1(n)$ 表示, Q 表示均匀标量量化器。恢复信号 $x'(n)$ 的失真由量化失真和系统失真两部分组成。滤波器组双正交或正交时, 失真完全由量化引起。在输入为零均值高斯随机序列、高比特率量化和最优比特分配假定下, 子带编码器的性能常用子带编码增益 (G_{SBC}) 评估, 子带编码增益的公式为^[4,5]

$$G_{\text{SBC}} \equiv \sigma_x^2 (\sigma_0 \sigma_1 \|h_0\|_2 \|h_1\|_2)^{-1} \quad (1)$$

$\sigma_x^2, \sigma_0^2, \sigma_1^2$ 是 $x(n), x_0(n), x_1(n)$ 的方差, h_0, h_1 是综合滤波器组。子带编码增益越大, 滤波器组性能越好。

子带编码的优点在于子带滤波器组的去相关特性。子带信号通道内和通道间相关性的降低或完全去相关是编码效率提高的根本原因。自适应滤波器组设计的目的是: 在一定滤波器组结构约束下, 按照输入信号的统计特性优化滤波器系数使子带编码增益最大。滤波器组的结构约束往往决定了设计方法, 如IIR滤波器组常采用频域方法^[1,4,5]而FIR滤波器组常采用时域方法^[2,3,7-9]。

按照两带FIR双正交线性相位滤波器的结构, 首先给出自适应设计问题的时域描述。两带双正交FIR滤波器组结构的研究已非常透彻。FIR滤波器组 $\{h_0(n), h_1(n); g_0(n), g_1(n)\}$ 双正交的充要条件为^[10]

$$H_0(z^{-1})G_0(z) + H_0(-z^{-1})G_0(-z) = 2 \quad (2)$$

$$H_1(z) = az^{-(2L+1)}G_0(-z^{-1}), \quad G_1(z) = a^{-1}z^{-(2L+1)}H_0(-z^{-1}) \quad (3)$$

a 是非零常数而 L 是整数。设计中常取 $a=1, L=0$ 。于是, 上述条件的时域形式为

$$\sum_k h_0(n)g_0(n+2k) = \delta(k) \quad (4)$$

$$h_1(n) = (-1)^{1-n}g_0(1-n), \quad g_1(n) = (-1)^{1-n}h_0(1-n) \quad (5)$$

为了满足式(4), 滤波器长度要么都是偶数, 要么都是奇数。FIR双正交滤波器组中, 线性相位是一个重要的设计要求。它保证了数据对折延拓时子带分解系数长度不扩张并可以抑制边界效应, 这在图像压缩中尤其重要^[11]。线性相位双正交滤波器组分成两类: 滤波器长度为奇数的对称/对称型滤波器组; 滤波器长度为偶数、低通对称、高通反对称的对称/反对称型滤波器组。为简单起见, 在此只讨论对称/对称滤波器组的设计, 对称/反对称型滤波器组的设计可按类似的方法完成。不失一般性, 假定 $h_0(n)$ 的长度是 $2N+1$, $g_0(n)$ 的长度是 $2\tilde{N}+1$, 对称中心都是 0 高通滤波器关于 $n=1$ 对称, 即

$$\left. \begin{aligned} h_0(0) &= 2\alpha(0), & h_0(\pm n) &= \alpha(n), & n &= 1, 2, \dots, N \\ g_0(0) &= 2\beta(0), & g_0(\pm n) &= \beta(n), & n &= 1, 2, \dots, \tilde{N} \\ h_1(1) &= 2\beta(0), & h_1(n) &= h_1(2-n) = (-1)^{1-n}\beta(n-1), \\ & & n &= 2, 3, \dots, \tilde{N}+1 \\ g_1(1) &= 2\alpha(0), & g_1(n) &= g_1(2-n) = (-1)^{1-n}\alpha(n-1), \\ & & n &= 2, 3, \dots, N+1 \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

假定输入 $x(n)$ 的相关序列是 $r(k) = E\{x(n)x(n+k)\}$, 则子带信号 $x_0(n), x_1(n)$ 的方差分别为

$$\left. \begin{aligned} \sigma_0^2 &= E\{x_0^2(n)\} = E\{y_0^2(n)\} = \beta' \mathbf{A} \beta \\ \sigma_1^2 &= E\{x_1^2(n)\} = E\{y_1^2(n)\} = \alpha' \mathbf{B} \alpha \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

其中矩阵 \mathbf{A}, \mathbf{B} 为

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{A} &= [a_{ij}]_{i,j=0,\dots,\tilde{N}}, & a_{ij} &= 2[r(i-j) + r(i+j)] \\ \mathbf{B} &= [b_{ij}]_{i,j=0,\dots,N}, & b_{ij} &= 2(-1)^{i+j}[r(i-j) + r(i+j)] \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

按照式(1), 子带编码增益最大等价于 $\sigma_0^2 \sigma_1^2 \|h_0\|_2 \|h_1\|_2^2$ 最小。为此, 引进目标函数

$$f(\alpha, \beta) = 4(\beta' \mathbf{A} \beta)(\alpha' \mathbf{B} \alpha)[\alpha' \alpha + \alpha^2(0)][\beta' \beta + \beta^2(0)] \quad (9)$$

而双正交约束变成: $k=0, 1, \dots, \lfloor (N+\tilde{N})/2 \rfloor, [x]$ 表示对 x 下取整。

$$\begin{aligned} C_k(\alpha, \beta) &= \sum_{n=0}^N \alpha(n)[(1+\delta(n+2k))\beta(n+2k) \\ &\quad + (1+\delta(n-2k))\beta(n-2k)] = \delta(k) \end{aligned} \quad (10)$$

于是, 滤波器组的自适应设计归结为优化问题:

$$\left. \begin{aligned} \min_{\alpha, \beta} \{ & f(\alpha, \beta) \\ \text{s.t. } & C_k(\alpha, \beta) = \delta(k), \quad k=0, 1, \dots, \lfloor (N+\tilde{N})/2 \rfloor \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

对于上面的优化问题, 滤波器长度较长时, 优化问题规模大, 存在很多局部极值点。因此, 初始点选取是设计算法的关键。

3 初始滤波器的确定方法

正交情况下, 当滤波器长度趋向于无穷时, 自适应FIR正交滤波器组的幅频响应趋向于主分量滤波器组(PCFB)的幅频响应。因此, 通过PCFB的FIR近似可以得到好的FIR正交滤波器组, 窗法^[3]就是基于这一思想的典型设计方法。然而, 在双正交情况, 自适应FIR双正交滤波器组随着长度趋于无穷时, 幅频响应并不趋于最优IIR双正交滤波器组的幅频响应。这导致了自适应FIR双正交滤波器组在设计上是困难的。但最优IIR双正交滤波器组给出了自适应FIR双正交滤波器组子带编码增益的一个上界。下面简单回顾PCFB, 最优IIR双正交滤波器组的一些基本概念并给出后者的一个重要性质; 然后, 利用这些结果和性质研究求解优化问题式(11)时初始点的选取方法。

3.1 主分量滤波器组(PCFB)^[1]和最优的双正交滤波器组^[4]

主分量滤波器组是具有最大编码增益的IIR正交滤波器组, 由Tsatsanis等^[1]在1995年给出。设输入信号 $x(n)$ 的功率谱密度为 $S_x(\omega)$, 主分量滤波器组的频率响应为

$$H_0^{\text{PCFB}}(\omega) = \begin{cases} \sqrt{2}, & \omega \in \Omega_0 \\ 0, & \omega \notin \Omega_0 \end{cases}, \quad H_1^{\text{PCFB}}(\omega) = \begin{cases} \sqrt{2}, & \omega \in \Omega_1 \\ 0, & \omega \notin \Omega_1 \end{cases} \quad (12)$$

其中 $\Omega_0 \equiv \{\omega \in (-\pi, \pi], S_x(\omega) > S_x(\pi - \omega)\}$ 或 $-\pi/2 \leq \omega \leq \pi/2$ 且 $S_x(\omega) = S_x(\pi - \omega)$, $\Omega_1 = [-\pi, \pi] - \Omega_0$ 。集合 Ω_0, Ω_1 由 $S_x(\omega)$ 惟一确定并且互不重叠。这样子带信号 y_0 和 y_1 是完全解相关的, 即 $\forall m, n \in \mathbb{Z}, E\{y_0(n)y_1(m)\} = 0$, E 表示数学期望。例如, 当 $S_x(\omega)$ 满足 $S_x(\omega) \geq S_x(\pi - \omega), \forall \omega \in [0, \pi/2]$ 时, 主分量滤波器组由理想低通和高通滤波器组成。大多数情况下, 子带内样本间是相关的。相关性降低了编码效率, 人们希望利用双正交滤波器组降低这种相关性, 提高编码效率。由于PCFB

已经实现了通道间的完全解相关,在研究自适应IIR双正交滤波器组设计时,首先考虑了结构如图 2 的IIR双正交滤波器组^[4]:

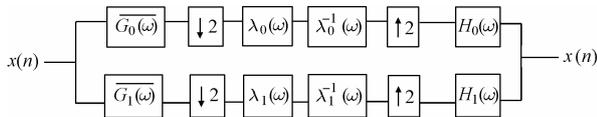


图 2 正交滤波器组级联通道去相关滤波器结构

其中 $\{H_0, H_1; G_0, G_1\}$ 是正交滤波器组。输入信号功率谱密度无零点时,正交滤波器组取 PCFB, $\lambda_i(\omega)$ 取半白化(Half-whitening)滤波器时,编码增益最大^[4]。这时,子带信号 $x_0(n)$ 和 $x_1(n)$ 的功率谱密度为

$$S_{x_0}(\omega) = 2S_x(\omega)\chi_{\Omega_0}(\omega), \quad S_{x_1}(\omega) = 2S_x(\omega)\chi_{\Omega_1}(\omega)$$

其中 $\chi_{\Omega}(\omega) = 1, \omega \in \Omega; \chi_{\Omega}(\omega) = 0, \omega \notin \Omega$ 。采样后, $y_0(n)$ 和 $y_1(n)$ 的谱密度为

$$\left. \begin{aligned} S_{y_0}(\omega) &= S_x(\omega/2)\chi_{\Omega_0}(\omega/2) + S_x(\pi - \omega/2)\chi_{\Omega_1}(\omega/2) \\ S_{y_1}(\omega) &= S_x(\omega/2)\chi_{\Omega_1}(\omega/2) + S_x(\pi - \omega/2)\chi_{\Omega_0}(\omega/2) \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

上式中利用了关系 $\chi_{\Omega_0}(\pi - \omega) = \chi_{\Omega_1}(\omega)$ 和 $\chi_{\Omega_1}(\pi - \omega) = \chi_{\Omega_0}(\omega)$ 。显然, $S_x(\omega)$ 无零点时,式(13)的两个功率谱恒正。半白化滤波器由式(13)的功率谱密度确定,表达式为

$$\lambda_0^{H-W}(\omega) = \frac{1}{\sqrt[4]{S_{y_0}(\omega)}}, \quad \lambda_1^{H-W}(\omega) = \frac{1}{\sqrt[4]{S_{y_1}(\omega)}} \quad (14)$$

于是,自适应 IIR 双正交滤波器组的频率响应为

$$\left. \begin{aligned} H_0^{\text{Bior}}(\omega) &= H_0^{\text{PCFB}}(\omega)\sqrt[4]{S_{y_0}(2\omega)} \\ H_1^{\text{Bior}}(\omega) &= H_1^{\text{PCFB}}(\omega)\sqrt[4]{S_{y_1}(2\omega)} \\ G_0^{\text{Bior}}(\omega) &= H_0^{\text{PCFB}}(\omega)\sqrt[4]{S_{y_0}(2\omega)} \\ G_1^{\text{Bior}}(\omega) &= H_1^{\text{PCFB}}(\omega)\sqrt[4]{S_{y_1}(2\omega)} \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

这样,子带信号相互间完全不相关,半白化滤波器 $\lambda_i^{H-W}(\omega)$ 由编码增益最大化准则确定。2000年, Moulin^[5]证明了PCFB+半白化滤波器组在所有的IIR双正交滤波器组中编码增益最大,因此称它为最优的双正交滤波器组。至此,自适应IIR双正交滤波器组的设计问题完全解决。详细的证明参见文献[4]和文献[5]。另外,由于滤波器在频域互不重叠,故有下面性质:设 $H_0^{\text{Bior}}(\omega), H_1^{\text{Bior}}(\omega), G_0^{\text{Bior}}(\omega), G_1^{\text{Bior}}(\omega)$ 表示最优的IIR双正交滤波器组,那么对任意两对全通滤波器 $P_0(\omega), P_1(\omega)$, 即

$$|P_i(\omega)| = 1, \quad P_i(\omega) = P_i(\omega + 2\pi), \quad \forall \omega \in R, \quad i = 1, 2 \quad (16)$$

和非负整数 a, b , 滤波器组, $bP_1(\omega)H_1^{\text{Bior}}(\omega)$ 和 $b^{-1}P_1(\omega)G_1^{\text{Bior}}(\omega)$ 仍然双正交并且达到最大子带编码增益。

也就是说,最优 IIR 双正交滤波器组在相差一对全通乘子和标量因子的意义下惟一。这一性质在初值点确定中非常重要。由于最优 IIR 双正交滤波器组的分析和综合滤波器组 2-范数相差较大,为此取

$$a = \|g_0^{\text{Bior}}\|_2^{1/2} \|h_0^{\text{Bior}}\|_2^{-1/2}, \quad b = \|g_1^{\text{Bior}}\|_2^{1/2} \|h_1^{\text{Bior}}\|_2^{-1/2}$$

使得每个滤波器与它的对偶 2-范数相同。

3.2 对称/对称滤波器组设计初始点的确定

在对称/对称 FIR 双正交滤波器组中,滤波器的频率响应分别为

$$\begin{aligned} H_0(\omega) &= 2\sum_{n=0}^N \alpha(n) \cos(n\omega) \\ G_0(\omega) &= 2\sum_{n=0}^{\tilde{N}} \beta(n) \cos(n\omega) \\ H_1(\omega) &= 2e^{-j\omega} \sum_{n=0}^{\tilde{N}} \beta(n) \cos(n(\pi - \omega)) \\ G_1(\omega) &= 2e^{-j\omega} \sum_{n=0}^N \alpha(n) \cos(n(\pi - \omega)) \end{aligned}$$

这种情况下,两个全通滤波器组 $P_0(\omega) = 1, P_1(\omega) = e^{-j\omega}$ 。这样 $aP_0(\omega)H_0^{\text{Bior}}(\omega)$ 是实对称的,

$$\left. \begin{aligned} aP_0(\omega)H_0^{\text{Bior}}(\omega) &= 2a\sum_{n=0}^{\infty} a_{\infty}(n) \cos(n\omega) \\ b^{-1}P_1(\omega)G_1^{\text{Bior}}(\omega) &= 2b^{-1}e^{-j\omega} \sum_{n=0}^{\infty} \bar{a}_{\infty}(n) \cos(n(\pi - \omega)) \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

其中

$$\begin{aligned} a_{\infty}(n) &= [\pi(1 + \delta(n))]^{-1} \int_0^{\pi} H_0^{\text{Bior}}(\omega) \cos(n\omega) d\omega \\ \bar{a}_{\infty}(n) &= [\pi(1 + \delta(n))]^{-1} \int_0^{\pi} G_1^{\text{Bior}}(\omega) \cos(n(\pi - \omega)) d\omega \end{aligned}$$

最优IIR双正交滤波器组中,一般 $a_{\infty}(n) \neq \bar{a}_{\infty}(n)$; 而FIR对称/对称滤波器组中 $H_0(\omega)$ 和 $G_0(\omega)$ 都由参数 $a(n)$ 确定。因此,我们不可能选取参数 $a(n)$ 使得 $H_0(\omega)$ 和 $G_1(\omega)$ 同时逼近 $aP_0(\omega)H_0^{\text{Bior}}(\omega)$ 和 $b^{-1}P_1(\omega)G_1^{\text{Bior}}(\omega)$, 这正是滤波器长度趋于无穷时自适应FIR双正交滤波器组不趋于最优IIR双正交滤波器组和窗法^[4]不能用于自适应FIR双正交滤波器组设计的原因。关于初始向量对 $\alpha_{\text{initial}}(\omega), \beta_{\text{initial}}(\omega)$ 的选取,按照编码增益的式(1),编码增益分母的前两项 σ_0, σ_2 对滤波器系数的变化更敏感,因此我们选择逼近分析滤波器组。于是有

$$\left. \begin{aligned} \alpha_{\text{initial}}(n) &= [b\pi(1 + \delta(n))]^{-1} \int_0^{\pi} G_1^{\text{Bior}}(\omega) \cos(n(\pi - \omega)) d\omega, \\ n &= 0, 1, \dots, N \\ \beta_{\text{initial}}(n) &= [a\pi(1 + \delta(n))]^{-1} \int_0^{\pi} G_0^{\text{Bior}}(\omega) \cos(n\omega) d\omega, \\ n &= 0, 1, \dots, \tilde{N} \end{aligned} \right\} \quad (18)$$

当 FIR 滤波器较长时,滤波器组也接近完全重构的,反映在式(10)的双正交条件近似成立,从后面的仿真实例中可以看到这点。

4 两带自适应线性相位 FIR 双正交滤波器组设计

式(9)和式(10)给出了线性滤波器设计的目标函数和双正交约束,式(18)给出了设计初始向量的确定公式。优化问题可以用标准的梯度下降法求解。考虑两类常用的随机序列 AR(1)和 AR(2)作为输入信号:

AR(1)过程, 相关系数 $r(n) = \rho^n, \rho = 0.95$;

AR(2)过程, 极点 $z_{\pm} = \rho e^{\pm i\theta}, 0 < \rho < 1$, 相关系数为

$$\begin{aligned} r(0) &= 1, \quad r(1) = (2\rho \cos \theta)/(1 + \rho^2) \\ r(k) &= 2\rho r(k-1) \cos \theta - \rho^2 r(k-2) \end{aligned}$$

上述的 AR(1)和 AR(2)分别是描述图像和图像纹理的简单统计模型。

对于 AR(1)过程, 主分量滤波器组(PCFB)的子带编码增益是 3.9855 而最优 IIR 双正交滤波器组的子带编码增益是 6.5001。设计奇数长度的对称/对称滤波器组, 不失一般性, 取分析和综合滤波器长度相等, $N = \tilde{N} = 10, 11, \dots, 15$ 。用初始点处目标函数的值和双正交条件的整体误差 $\varepsilon = \sum_{k=0}^{[(N+\tilde{N})/2]} C_k^2(\alpha, \beta)$ 来衡量初始点的性能。对于 AR(1)过程, 初始点和得到的自适应滤波器组的子带编码增益如表 1 所示。

表 1 AR(1)过程的初始点和子带编码增益

$N = \tilde{N}$		10	11	12	13	14	15
初始点	目标函数值	0.0267	0.0229	0.0226	0.0251	0.0247	0.0228
	双正交误差	0.1287	0.1278	0.1290	0.1274	0.1267	0.1259
子带编码增益		5.2342	5.2486	5.3000	5.3760	5.3838	5.4075

当 $N = \tilde{N} = 15$ 时, 4 个滤波器的幅频响应如图 3 所示, 图 3 (a)–图 3(d)分别表示低通分析、高通分析、低通综合和高通综合滤波器, 虚线表示最优 IIR 双正交滤波器的幅频响应。由于 AR(1)过程是一个典型的低通过程, 信号能量集中在低频区, 自适应 FIR 滤波器组的分析滤波器的幅频响应在低频区非常接近最优 IIR 滤波器组, 而综合滤波器组的幅频响应也接近于最优 IIR 滤波器。

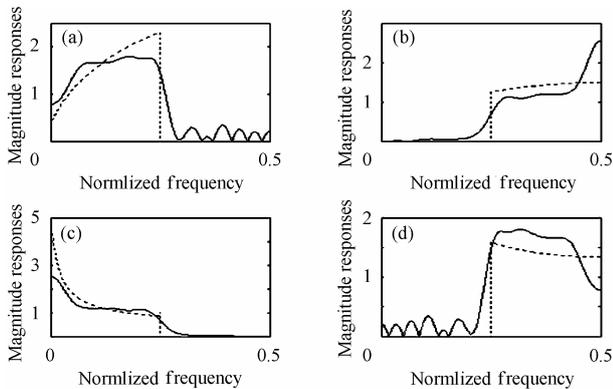


图 3 AR(1)过程最优 FIR 和 IIR 滤波器组对比

对于 AR(2)过程, 取 $\rho = 0.975$, $\theta = \pi/3$ 。相应的 PCFB 和最优 IIR 双正交滤波器组的子带编码增益分别是 5.0375 和 8.6913。在设计对称/对称型的自适应双正交滤波器组时, 取 $N = \tilde{N} = 10, 11, \dots, 15$ 。优化设计得到的滤波器组的子带编码增益如表 2 所示。

当 $N = \tilde{N} = 15$ 时, 自适应 FIR 滤波器组和最优 IIR 滤波器组幅频响应如图 4 所示。图 4(a)–图 4(d)依次为低通分析、高通分析、低通综合和高通综合滤波器。在第 2 节提到, 自适应 FIR 滤波器组不可能同时逼近最优的 IIR 滤波器组的分析/综合滤波器, 见图 4 (c)和图 4(d)。

表 2 AR(2)过程的子带编码增益

$N = \tilde{N}$	10	11	12	13	14	15
子带编码增益	5.7639	5.8722	5.9976	6.0412	6.1430	6.3372

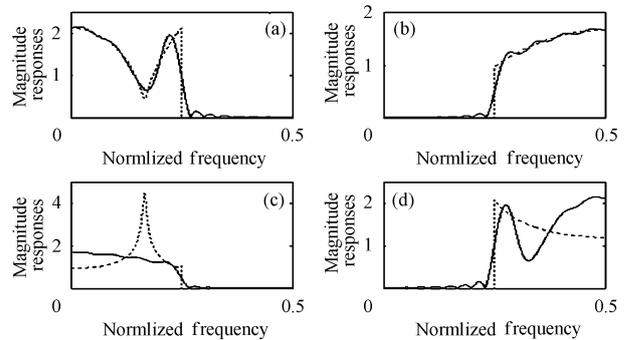


图 4 AR(2)过程最优 FIR 和 IIR 滤波器组对比

另外, 在文献[7,8]中, 双正交性是由提升结构保证, 得到的自适应滤波器组是严格数学意义上双正交的。本文方法是用优化问题中的一组二次等式约束保证双正交性, 与文献[9]类似。前面设计例子中, 双正交误差小于 10^{-22} , 也就是说关于双正交性, 滤波器系数精确到小数点后 11 位, 这对大多数应用已经足够了。与文献[7–9]相比, 子带编码增益得到了大幅度提高。最后, 为说明初始点选取的重要性, 看文献[9]的例子 D: 对 $\theta = \pi/1.25, \rho = 0.975$ 的 AR(2)过程, 滤波器长度是 9 和 7 时, 用 Daubechies 9/7 作为初始滤波器(编码增益 2.1554), 得到的自适应滤波器组的子带编码增益是 4.3267。按照本文方法选定初始点, 得到的自适应滤波器组的子带编码增益是 10.3695。导致这种巨大差异的原因在于: 该 AR(2)过程的能量集中在高频区, 此时 Daubechies 9/7 不是一个好的初始点。因此, 即使滤波器长度较短时, 本文的初始点选择方法仍可获得满意的设计结果。

5 结束语

本文提出了一种两带自适应 FIR 线性相位滤波器组的设计方法, 特别是利用最优 IIR 滤波器组确定优化算法初始点的方法。实验结果表明了这种方法非常有效。如果不考虑线性相位要求, 这种方法只要对目标函数、约束等式略作修改, 可直接用于自适应 FIR 双正交滤波器组的设计。由于线性相位要求另外, 这种设计方法也可以用于直接设计两带 FIR 非线性相位滤波器组。进一步, 借助 M -带最优 IIR 双正交滤波器组, 这种方法也可以推广到 M 带自适应 FIR 滤波器组的设计。但在数值计算方面, M 较大时, 目标函数急剧复杂化, 例如 $M=8$ 时, 目标函数是 32 次多元多项式; 而约束条件个数也急剧增加, 算法的实现是一个有待研究的问题。对于更细的频带分割情况, 也可以采用文献[8]中的树状结构滤波器, 分级优化可能得到一个次最优的结果, 但算法复杂度低, 数值计算易于实现。

参 考 文 献

- [1] Tsatsanis M K, Giannakis G B. Principal component filter banks for optimal multiresolution analysis. *IEEE Trans. on Signal Processing*, 1995, 43(8): 1766–1777.
- [2] Moulin P, Antunes M, Kortanek K O, Potra F A. The role of linear semi-infinite programming in signal-adapted QMF bank design. *IEEE Trans. on Signal Processing*, 1997, 45(9): 2160–2174.
- [3] Kirac A, Vaidyanathan P P. Theory and design of optimum FIR compaction filters. *IEEE Trans. on Signal Processing*, 1998, 6(4): 903–919.
- [4] Vaidyanathan P P, Kirac A. Result on optimal biorthogonal filter banks. *IEEE Trans. on Circuits and System II*, 1998, 5(8): 932–947.
- [5] Moulin P, Anitescu M, Ramchandran K. Theory of rate-distortion optimal, constrained filterbanks—Application to IIR and FIR biorthogonal designs. *IEEE Trans. on Signal Processing*, 2000, 48(4): 1120–1132.
- [6] Sweldens W. The lifting scheme: A custom-design construction of biorthogonal wavelets. *Appl. Comput. Harmon. Anal.*, 1996, 3(2): 186–200.
- [7] Shui Penglang, Bao Zheng. Recursive biorthogonal interpolating wavelets and signal-adapted interpolating filter banks. *IEEE Trans. on Signal Processing*, 2000, 47(9): 2585–2594.
- [8] Shui Penglang, Bao Zheng, et al.. Two-channel adaptive biorthogonal filter banks via lifting. *Signal Processing*, 2002, 82(5): 881–893.
- [9] Lu Wu-Sheng, Antoniou A. Design of signal-adapted biorthogonal filter banks. *IEEE Trans. on Circuits and Systems I*, 2001, 48(1): 90–102.
- [10] Cohen A, Daubechies I, Feauveau J C. Biorthogonal bases of compactly supported wavelet. *Communications on Pure and Applied Mathematics*, 1992, Vol. XLV: 485–560.
- [11] Usevith B E. A tutorial on modern lossy wavelet image compression: foundations of JPEG 2000. *IEEE Signal Processing Magazine*, 2001, 18(5): 36–57.

水 冰: 女, 1972 年生, 硕士生, 研究方向为智能信息的检测与处理.

史仪凯: 男, 1953 年生, 教授, 博士生导师, 主要从事电工电子技术、机电控制及自动化、信号的分析与处理的研究.