

径向不均匀介质柱体对电磁波的散射*

张守融 王卫延

(中国科学院电子学研究所, 北京)

摘要 本文用 Fourier 展开方法求解径向不均匀无损耗或有损耗介质柱体对电磁波的散射问题。与其它方法比较, 这种方法计算简单并且可计算介质柱体对任意电磁波束的散射。

关键词 散射; 有损耗介质柱体; 径向不均匀

1. 引言

介质体对电磁波的散射问题, 由于它明显的应用价值, 成为近年来电磁学理论和应用研究中的主要课题之一。

本文讨论径向不均匀有损耗或无损耗介质柱体对电磁波的散射, 提出一种新的求解散射问题的方法。

与常用的求解不均匀介质柱体散射问题的方法^[1]比较, 这种方法对计算机容量的要求低, 因此容易实现相应的数值计算。特别是这种方法不要求入射波一定是平面波, 可以是任意电磁波束。在许多应用问题中, 这种情况更接近实际, 有更大的参考价值。本文用这种方法计算了一些实例, 并给出了计算结果。

类似的方法还可用于求解径向不均匀介质柱体对电磁波的逆散射问题, 结果将另文叙述。

2. 基本公式

如图 1 所示, 径向不均匀的损耗或无损耗介质柱体位于自由空间中, 设柱体半径为 a , 其介电常数和电导率分别为 $\epsilon(r)$ 和 $\sigma(r)$, 为简单起见, 设其磁导率为真空磁导率 μ_0 。

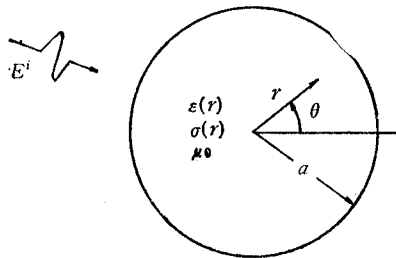


图 1

* 1987 年 5 月 26 日收到, 1987 年 9 月 28 日修改定稿

入射电磁波从自由空间照射到介质柱体。设入射波的电场矢量沿柱体轴向线偏振,其时间依赖为 $e^{-i\omega t}$ 。

入射波照射到介质体后,不论在柱体内或柱体外的空间区域中,实际存在的电场 $E(\mathbf{r})$ 都包括入射场 $E^i(\mathbf{r})$ 和散射场 $E^s(\mathbf{r})$ 两部分,在柱坐标系下可表为:

$$E(r, \theta) = E^i(r, \theta) + E^s(r, \theta) \quad (1)$$

柱体的散射场 $E^s(r, \theta)$ 由下式给出:

$$E^s(r, \theta) = -\frac{\omega\mu_0}{4} \int_0^a \int_{-\pi}^{\pi} J(r', \theta') H_0^{(1)}(k_0 R) r' d\theta' dr' \quad (2)$$

其中

$$J(r', \theta') = \tau(r') E(r', \theta') \quad (3)$$

称为等效电流, $\tau(r')$ 是圆柱的复参数。由于介质柱体是径向不均匀的,故它与角度 θ' 无关:

$$\tau(r') = \sigma(r') - i\omega(\varepsilon(r') - \varepsilon_0) \quad (4)$$

k_0 是自由空间波数:

$$k_0 = \frac{\omega}{c} \quad (5)$$

R 是场点 (r, θ) 与源点 (r', θ') 之间的距离:

$$R = (r^2 + r'^2 - 2rr' \cos(\theta - \theta'))^{1/2} \quad (6)$$

为了根据(2)式计算入射波照射下介质柱体内的场分布,把(2)式两边对 θ 展为 Fourier 级数,记展开系数为 $C_K(r)$, 则有

$$E^s(r, \theta) = \sum_{K=-\infty}^{\infty} C_K(r) e^{iK\theta} \quad (7)$$

$$-\frac{\omega\mu_0}{4} \int_0^a \int_{-\pi}^{\pi} J(r', \theta') H_0^{(1)}(k_0 R) r' d\theta' dr' = \sum_{K=-\infty}^{\infty} C_K(r) e^{iK\theta} \quad (8)$$

由(7)式有

$$C_K(r) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} E^s(r, \theta) e^{-iK\theta} d\theta \quad (9)$$

由(8)式有

$$C_K(r) = -\frac{\omega\mu_0}{4} \int_0^a \int_{-\pi}^{\pi} J(r', \theta') \left[\frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} H_0^{(1)}(k_0 R) e^{-iK\theta} d\theta \right] r' d\theta' dr' \quad (10)$$

利用 Hankel 函数的展开式

$$H_0^{(1)}(k_0 R) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} M_m(r, r') e^{im(\theta-\theta')} \quad (11)$$

其中

$$M_m(r, r') = \begin{cases} H_m^{(1)}(k_0 r) J_m(k_0 r') & (r \geq r') \\ H_m^{(1)}(k_0 r') J_m(k_0 r) & (r < r') \end{cases} \quad (12)$$

应有

$$\frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} H_0^{(1)}(k_0 R) e^{-iK\theta} d\theta = M_K(r, r') e^{-iK\theta'} \quad (13)$$

把(13)式代入(10)式, 并利用(1), (3), (9)式, 得到

$$C_K(r) = -\frac{\pi\omega\mu_0}{2} \int_0^a \tau(r') M_K(r, r') (C_K(r') + d_K(r')) r' dr' \quad (14)$$

其中

$$d_K(r') = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} E^i(r', \theta') e^{-iK\theta'} d\theta' \quad (15)$$

是半径为 r' 的圆环上的入射场的 Fourier 展开系数.

求解积分方程(14), 就可得到散射问题的解.

积分方程(14)可以用数值方法求解, 为此, 把圆柱截面划分为许多同心窄圆环, 使每个圆环充分窄, 以致能认为在每个圆环中的参数分布和场分布在径向是均匀的. 设这样的圆环共有 N 个, 把第 m 个圆环的宽度和中心半径各记为 Δr_m 和 r_m , 这样(14)式可以写为:

$$C_{K,n} = -\frac{\omega\mu_0\pi}{2} \sum_{m=1}^N \tau_m M_{K,n,m} r_m \Delta r_m (C_{K,m} + d_{K,m}), \quad (n = 1, 2, \dots, N) \quad (16)$$

这里下标 n, m 表示涉及的径向距离取第 n, m 个圆环的中心半径.

(16)式写为矩阵形式:

$$[P_K][C_K] = [Q_K] \quad (17)$$

这里 $[C_K], [Q_K]$ 是列向量

$$[C_K] = \begin{bmatrix} C_{K,1} \\ C_{K,2} \\ \vdots \\ C_{K,n} \\ \vdots \\ C_{K,N} \end{bmatrix}; \quad [Q_K] = \begin{bmatrix} Q_{K,1} \\ Q_{K,2} \\ \vdots \\ Q_{K,n} \\ \vdots \\ Q_{K,N} \end{bmatrix} \quad (18)$$

列向量 $[Q_K]$ 的元素 $Q_{K,n}$ 是

$$Q_{K,n} = -\frac{\omega\mu_0\pi}{2} \sum_{m=1}^N \tau_m M_{K,n,m} r_m \Delta r_m d_{K,m} \quad (19)$$

$[P_K]$ 是一个 $N \times N$ 矩阵, 其元素为

$$P_{K,n,m} = \begin{cases} 1 + \frac{\omega\mu_0\pi}{2} \tau_n M_{K,n,m} r_n \Delta r_n, & (m = n) \\ \frac{\omega\mu_0\pi}{2} \tau_m M_{K,n,m} r_m \Delta r_m, & (m \neq n) \end{cases} \quad (20)$$

求解(17)式, 即可求得每个圆环上散射场的 Fourier 展开系数:

$$[C_K] = [P_K]^{-1}[Q_K] \quad (21)$$

代入(7)式并利用(1)式, 得到介质柱体内的场分布.

柱体外的散射场则可利用(14)式和(7)式求出.

3. 数值计算结果

图 2 和图 3 是采用这种方法计算得到的电磁波束照射介质柱体时, 柱体内的场振幅分布.

设介质柱体是无损耗的, 其半径为 0.3m, 它的相对介电常数分布如图 4 所示. 入射

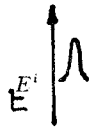
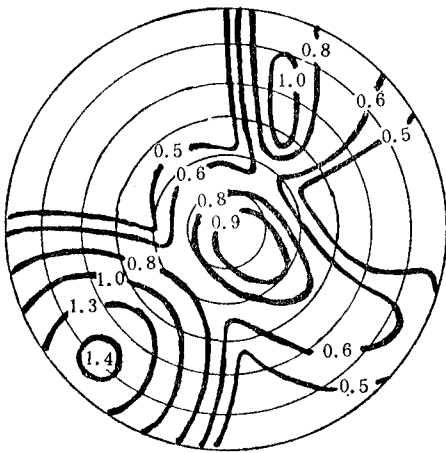


图 2

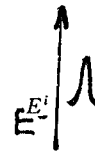
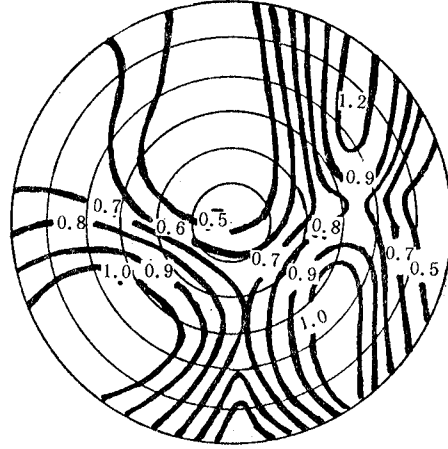


图 3

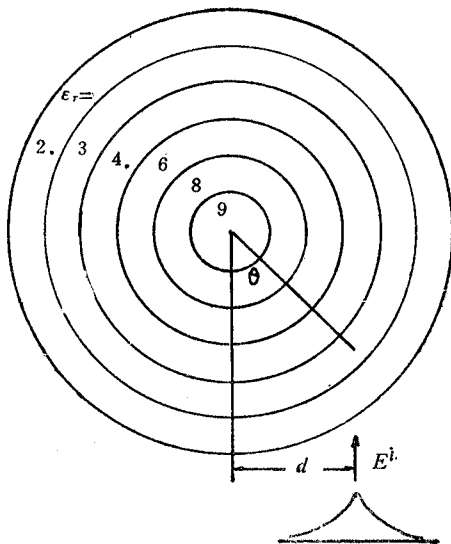


图 4

波频率为 300MHz, 其振幅分布为 $e^{-10|r \cdot \sin\theta - d|}$ 。图 2 和图 3 分别表示图 4 中 d 取 0.075m 和 0.15m 时的情形。

值得注意的是, 当电磁波束照射到介质体时, 介质体内的场分布可能与入射波束的场分布完全不同, 场强最大区域也不一定在波束中心通过的路径上。考虑到介质体的几何形状和电参数分布的不均匀性, 出现这种情形并不奇怪。但是在一些使用电磁波束照射介质体的实际问题中, 注意到这种现象是很重要的。

参 考 文 献

- [1] J. H. Richmond, *IEEE Trans on AP*, **AP-13**(1965), 334--341.

THE ELECTROMAGNETIC SCATTERING OF A RADIALY INHOMOGENEOUS DIELECTRIC CYLINDER

Zhang Shourong Wang Weiyan

(*Institute of Electronics, Academia Sinica, Beijing*)

Abstract A new method is demonstrated for solving the electromagnetic scattering problem of a radially inhomogeneous lossless or lossy dielectric cylinder by Fourier series expansion. Comparing with other methods, the method is simpler in numerical calculation and can be used for solving scattering problem of a cylinder due to an arbitrary incident electromagnetic beam.

Key words Scattering, Lossy dielectric cylinder; Radially inhomogeneous dielectric cylinder