

一种基于 FFT 的联合帧同步和频偏估计算法

吴团锋 杨喜根 李际平

(解放军理工大学 通信工程学院 210007 南京)

摘要 该文提出了一种基于 FFT 的联合帧同步和频偏估计算法, 可有效地消除频偏对帧同步性能的影响, 频偏估计范围可达 $-R_s/2 \sim R_s/2$ 。计算机仿真表明, 当存在频偏时, 该算法的帧同步性能优于目前已知算法的性能。

关键词 帧同步, 频偏估计, FFT, 独特码

中图分类号: TN919

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2006)05-0840-04

Combined Algorithm Based on FFT for Frame Synchronization and Frequency Offset Estimation

Wu Tuan-feng Yang Xi-gen Li Ji-ping

(Institute of Communications Engineering, PLA University of Science and Technology, Nanjing 210007, China)

Abstract This paper presents a new combined algorithm based on FFT for frame synchronization and frequency offset estimation. The algorithm can achieve frame synchronization effectively in the presence of a frequency offset and the frequency offset estimation range is $-R_s/2 \sim R_s/2$. Simulation results indicate that the proposed algorithm can outperform existing methods when a frequency offset exists.

Key words Frame synchronization, Frequency offset estimation, FFT, Unique word

1 引言

在数字通信系统中, 帧同步发挥着非常重要的作用。为了帧同步的需要, 通常在数据流中周期地插入独特码(连续通信模式)或者在每个数据帧的帧头插入独特码(突发通信模式), 因此帧同步的主要任务就是进行独特码检测。常用的帧同步方法是根据相关准则或者修正的相关准则^[1-4], 将位定时恢复完成后的采样数据与独特码调制输出进行相关并与门限值进行比较判决。这些算法都是在 AWGN 信道和理想载波同步的条件下推导的, 然而, 帧同步操作常常是在载波恢复之前进行的, 因此这些算法的性能在实际应用时会因为频偏的存在而恶化。

为了解决这个问题, 文献[5-7]给出了几种能够消除频偏影响的帧同步算法。文献[5]基于 ML 准则, 并假设频偏均匀分布。文献[6]在文献[5]的基础上进行了改进, 采用双相关的方法提高了帧同步的性能。文献[7]给出了帧同步和频偏估计的联合算法, 首先进行频偏估计, 然后利用频偏估计值进行频偏校正和帧同步检测, 与前面几种算法相比, 该算法的帧同步性能最好, 但与所处理的频偏值有关, 且能忍受的频偏值较小。

本文提出了一种基于 FFT 的联合帧同步和频偏估计算法, 该算法首先利用独特码的调制输出对采样数据进行去调制操作, 再采用 FFT 并行进行帧同步检测和频偏估计, 该算法结构简单, 非常易于数字实现, 具有良好的工程应用前景。计算机仿真结果表明, 该算法能有效地消除频偏对帧同步性能的影响, 频偏估计范围可达 $-R_s/2 \sim R_s/2$ 。

2 信号模型

由于 $\pi/4$ -DQPSK 和 GMSK 信号在移动通信系统中得到了广泛应用, 因此本文选取这两种信号作为研究对象。

假设位同步理想, 则在最佳采样点, 经过滤波整形的 $\pi/4$ -DQPSK 采样信号可表示为

$$\begin{aligned} r_k &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} g(kT_s - nT_s) e^{j(\varphi_n + 2\pi\Delta f nT_s + \theta_0)} + w_k \\ &= g(0) e^{j(\varphi_k + 2\pi\Delta f kT_s + \theta_0)} \\ &\quad + \sum_{n=-\infty, n \neq k}^{\infty} g(kT_s - nT_s) e^{j(\varphi_n + 2\pi\Delta f nT_s + \theta_0)} + w_k \end{aligned} \quad (1)$$

其中 φ_n 是对应于第 n 个比特对的相位, $g(t)$ 是具有平方根升余弦频谱的脉冲。

作为 CPM 信号的典型代表, GMSK 信号与信息序列之间存在非线性关系, 为了简化帧同步和频偏估计算法, 根据

Laurent 分解定理, 将 GMSK 信号分解为几个时间有限 PAM 信号的线性组合^[8,9]。当 $BT \geq 0.2$ 时, 冲激响应 $h_0(t)$ 包含了绝大多数的信号能量, 如果发送端进行预编码, 则在接收端采样数据经过解旋转后的表达式为

$$r_k = \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_n h_0(KT_s - nT_s) e^{j(2\pi\Delta f n T_s + \phi_0)} + w_k = a_k h_0^{(0)} e^{j(2\pi\Delta f k T_s + \phi_0)} + \sum_{n=-\infty, n \neq k}^{\infty} a_n h_0(KT_s - nT_s) e^{j(2\pi\Delta f n T_s + \phi_0)} + w_k \quad (2)$$

其中 $a_n \in \{1, -1\}$ 为调制信息比特。

可以发现式(1)和式(2)具有相似的形式, 且 1 和 -1 分别对应于相位域的 0 和 π 相位, 因此将式(1)和式(2)统一表示为

$$r_k = \sum_{n=-\infty}^{\infty} h(kT_s - nT_s) e^{j(\varphi_n + 2\pi\Delta f n T_s + \phi_0)} + w_k = h(0) e^{j(\varphi_k + 2\pi\Delta f k T_s + \phi_0)} + \sum_{n=-\infty, n \neq k}^{\infty} h(kT_s - nT_s) e^{j(\varphi_n + 2\pi\Delta f n T_s + \phi_0)} + w_k \quad (3)$$

其中 T_s 是调制符号的时间宽度, $R_s = 1/T_s$ 是符号速率, Δf 为频偏, ϕ_0 为相差, w_k 是方差 $\sigma_w^2 = N_0/E_s$ 的复高斯白噪声, N_0 为噪声功率, E_s 为调制符号能量, 成形脉冲 $h(t) \begin{cases} g(t), & \pi/4 \text{ DQPSK} \\ h_0(t), & \text{GMSK} \end{cases}$ 。另外, 式(3)中第 1 项为有用信号, 第 2 项为码间串扰, 与有用信号相比, 码间串扰的值较小。

3 联合帧同步和频偏估计

假设独特码调制输出是 $\{e^{j\varphi_0}, e^{j\varphi_1}, \dots, e^{j\varphi_{M-1}}\}$, 其长度为

M , 根据相关准则^[3], 略去噪声和码间串扰, 可得到帧同步判决变量为

$$|y| = Mh(0) \left| \frac{\sin(\pi\Delta f M T_s)}{\sin(\pi\Delta f T_s)} \right| \quad (4)$$

式(4)表明基于相关准则的帧同步算法具有明显的频偏敏感性, 其性能衰减程度决定于多普勒频移 Δf 及独特码调制输出长度 M 。当多普勒频移较小时, $|y|$ 的降低减小了检测概率; 当多普勒频移较大时, 尤其是多普勒频移接近整数倍的 R_s/M 时, $|y|$ 将大大降低, 甚至为 0, 此时检测性能将急剧恶化。

假设观测窗口的长度为 M , 则采样序列 $r = \{r_k, r_{k+1}, \dots, r_{k+M-1}\}$ 的条件概率密度函数为

$$p(r|k, \Delta f, \phi_0) = \prod_{m=k}^{k+M-1} \frac{E_s}{\pi N_0} e^{-|r_m - e^{j(\varphi_{m-k} + 2\pi\Delta f T_s m + \phi_0)}|^2} E_s / N_0 \quad (5)$$

基于 ML 准则的联合帧同步检测和频偏估计, 就是确定 k 和 Δf , 使得式(5)的值最大。 $p(r|k, \Delta f, \phi_0)$ 关于参数 k 和 Δf 的

最大化等价于下列似然函数的最大化, 即

$$\Lambda(k, \Delta f, \phi_0) = \sum_{m=k}^{k+M-1} \text{Re}\{r_m e^{-j\varphi_{m-k}} e^{-j(2\pi\Delta f T_s m + \phi_0)}\} = \sum_{l=0}^{M-1} \text{Re}\{r_{l+k} e^{-j\varphi_l} e^{-j(2\pi\Delta f T_s l + \phi_0)}\} = \Lambda(k, \Delta f, \phi_0') \quad (6)$$

其中 $\text{Re}\{\}$ 表示取复数的实部, $l = m - k$, $\phi_0' = \phi_0 + 2\pi\Delta f T_s^k$ 。

式(6)对 ϕ_0' 求导且令结果为零, 可得到 ϕ_0' 的估计值为

$$\hat{\phi}_0'(k, \Delta f) = \arg \left\{ \sum_{l=0}^{M-1} r_{l+k} e^{-j\varphi_l} e^{-j(2\pi\Delta f T_s l)} \right\} \quad (7)$$

将式(7)带入式(6)可得

$$\Lambda(k, \Delta f, \phi_0') = \Lambda(k, \Delta f, \hat{\phi}_0'(k, \Delta f)) = \left| \sum_{l=0}^{M-1} r_{l+k} e^{-j\varphi_l} e^{-j(2\pi\Delta f T_s l)} \right| \quad (8)$$

注意到式(8)中 $r_{l+k} e^{-j\varphi_l}$ 项可看作去调制操作, 可得到去调制输出序列 $\{x_0, x_1, \dots, x_{M-1}\}$, 则去调制输出样本 x_l 可记为

$$x_l = r_{l+k} e^{-j\varphi_l} = h(0) e^{j(\varphi_{k+l} - \varphi_l + 2\pi\Delta f T_s l)} + \sum_{n=-\infty, n \neq (k+l)}^{\infty} h((k+l-n)T_s) e^{j(\varphi_n - \varphi_l + 2\pi\Delta f n T_s)} + e^{-j\varphi_l} w_{k+l} \quad (9)$$

当帧同步时, 即有 $e^{j\varphi_l} = e^{j\varphi_{k+l}} e^{j\theta_0}$ ($0 \leq l \leq M-1$), θ_0 是相位差。将码间串扰等效为噪声, 可知当帧同步时, 去调制输出 $\{x_0, x_1, \dots, x_{M-1}\}$ 是一含噪声的单频信号序列, 其频率为多普勒频移 Δf ; 反之, 去调制输出是含噪声的调制信号序列。此时帧同步的判定转化为单频信号的检测, 可以采用 FFT 完成, 则式(8)所示的似然函数可以看作是对去调制输出序列进行频谱分析, 即

$$\Lambda(k, \Delta f) = \max(F) \quad (10)$$

式(10)中 $F = \{F_0, F_1, \dots, F_{N-1}\}$ 是去调制输出序列 $\{x_0, x_1, \dots, x_{M-1}\}$ 补 $N - M$ 个零后的 FFT 变换输出, 其中

$$F_i = \left| \sum_{l=0}^{M-1} x_l e^{-j\pi l i / N} \right| = \left| \sum_{l=0}^{M-1} h(0) e^{j\pi l (\Delta f T_s - i/N)} \frac{\sin(\pi M (\Delta f T_s - i/N))}{\sin(\pi (\Delta f T_s - i/N))} \right| + Z_i \quad (11)$$

式(11)中 Z_i 表示码间串扰和噪声的 FFT 输出。选取幅度最高的谱线 $\max(F)$ 与门限值 T_h 相比进行帧同步判决, 即

$$\begin{cases} H = H_1, & \max(F) \geq T_h \\ H = H_0, & \max(F) < T_h \end{cases} \quad (12)$$

其中 H_1 表示帧同步事件发生, H_0 表示帧同步事件未发生。

当帧同步事件发生时, 同时利用 FFT 变换输出值估计频偏。采用 N 点的 FFT 估计频偏 Δf 时, 因为其分辨率仅为 R_s/N , 所以估计出来的频偏精度不高。可以利用文献[10]给出的频域内插技术, 在增加很少运算量的情况下, 来提高估计频偏的精度, 针对本文的应用环境, 其过程简述如下: (1)对 FFT 输出的两幅度样本求和, 搜索最大的 $F_l + F_{l+1}$ ($0 \leq l \leq N-1$);

(2)进行频域内插, 即 $l' = l + \frac{F_l + 1}{F_l + F_{l+1}}$; (3)根据

$$\begin{cases} \Delta f' = (l'-1)R_s/N, & l' \leq N/2+1 \\ \Delta f' = (l'-N)R_s/N, & l' > N/2+1 \end{cases}$$
 计算频偏值。此时，联合帧同步和频偏估计完成。

4 仿真结果与分析

在 AWGN 信道条件下，分别仿真了本文算法和文献[3]以及文献[6,7]算法的性能。假设观测窗口的长度为 M ，则文献[3]中基于相关准则的帧同步算法表达式为

$$L_0(0) = \left| \sum_{l=0}^{M-1} r_{l+k} e^{-j\varphi_l} \right|$$

文献[6]中基于双相关准则的帧同步算法表达式为

$$L_1(k) = \sum_{j=1}^{M-1} \left\{ \left| \sum_{l=j}^{M-1} r_{l+k} e^{-j\varphi_l} r_{l+k-j}^* e^{j\varphi_{l-j}} \right| \right\}$$

文献[7]帧同步算法的表达式为

$$L_2(k) = \left| \sum_{l=0}^{M-1} r_{l+k} e^{-j\varphi_l} e^{-j\pi \Delta f' T_s l} \right|$$

其中频偏估计值 $\Delta f'$ 由下式得到

$$\Delta f' = \frac{1}{\pi T_s (R+1)} \arg \left\{ \sum_{l=1}^R \left\{ \frac{1}{M-l} \sum_{m=l}^{M-1} r_{m+k} e^{-j\varphi_m} r_{m+k-l}^* e^{j\varphi_{m-l}} \right\} \right\}$$

仿真参数设置如下：独特码符号长度 $M=32$ ，FFT 变换长度 $N=128$ ，文献[7]算法的频偏估计参数 $R=4$ 。 $\pi/4$ -DQPSK 信号中 $g(t)$ 的滚降系数 $\alpha=1$ ，GMSK 信号的 $BT=0.3$ ，接收滤波器的带宽为 R_s 。仿真过程中依据恒定虚警概率法则选定门限值 T_h ，使得帧同步虚警概率 $P_{fa}=10^{-4}$ 。

图 1 和图 2 分别给出了 $\pi/4$ -DQPSK 信号和 GMSK 信号 3 种帧同步算法的漏检概率 P_{miss} 。仿真结果表明，当存在频偏时，本文算法明显优于文献[6,7]算法的性能。

频偏估计的归一化均方误差根 NRMSE 定义为

$$\delta_e = \sqrt{E[(\Delta f' - \Delta f')^2]} T_s$$

根据文献[11]的式(5)，频偏估计的克拉美-罗界平方根下界表达式为

$$CRLB = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{6}{M(M^2-1)[E_b/N_0]}}$$

其中 $[E_b/N_0]$ 表示信噪比的真值形式。

图 3 和图 4 分别给出了 $\pi/4$ -DQPSK 信号和 GMSK 信号的 NRMSE，仿真结果表明，本文算法的频偏估计范围远大于文献[7]算法的估计范围，可达 $-R_s/2 \sim R_s/2$ 。

现在比较本文算法和文献[6,7]算法的复杂度，算法的复杂度主要由复数乘法的运算量决定，表 1 给出了比较结果。需要说明的是，复数乘法运算量栏给出的是算法中复数乘法运算量的通用表达式，而本文参数栏给出的是在本文仿真参

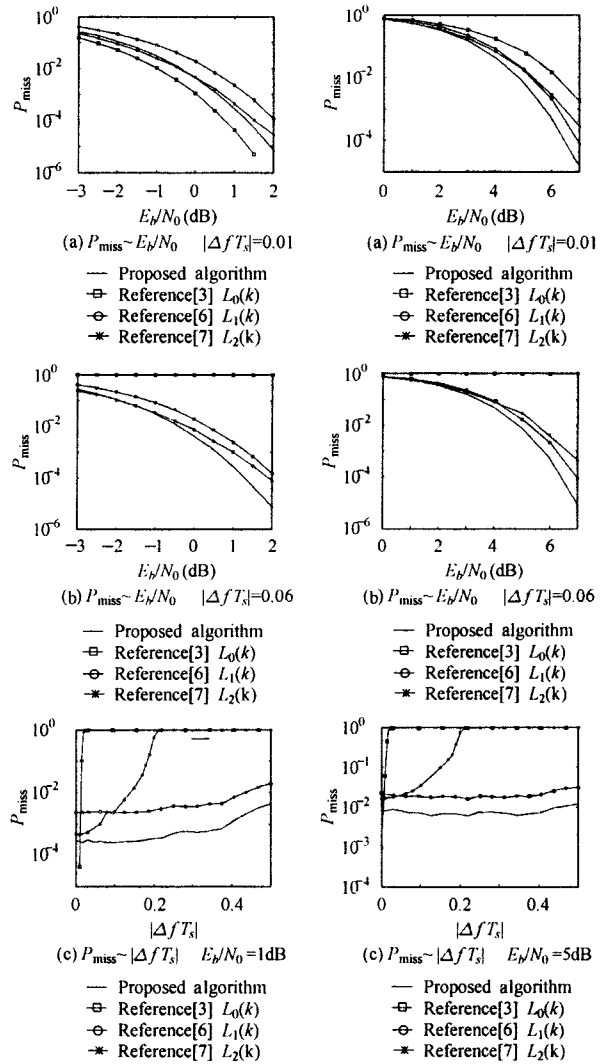


图 1 $\pi/4$ -DQPSK 信号的帧同步漏检概率
Fig.1 Miss detection probability of $\pi/4$ -DQPSK signal

图 2 GMSK 信号的帧同步漏检概率
Fig.2 Miss detection probability of GMSK signal

数条件下 3 种算法具体的复数乘法运算量。可以发现，在设置的仿真参数条件下，本文算法的运算量略大于文献[7]算法的运算量，而远小于文献[6]给出的双相关算法的运算量。

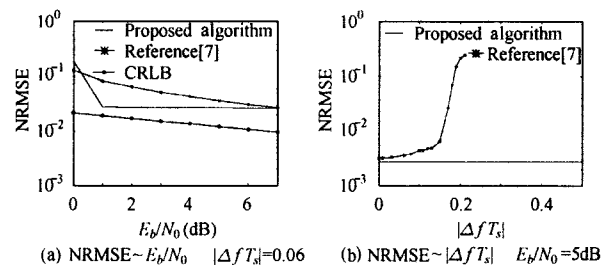


图 3 $\pi/4$ -DQPSK 信号的 NRMSE
Fig.3 NRMSE of $\pi/4$ -DQPSK Signal

综上所述可以得到结论：本文算法具有更好的性能和更低的复杂度。

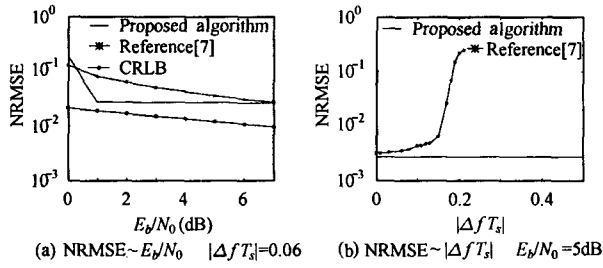


图 4 GMSK 信号的 NRMSE
Fig.4 NRMSE of GMSK signal

表 1 3 种算法的复杂度比较

Table 1 Complexity of different algorithms

算法	复数乘法运算量	本文参数
本文算法	$M + \frac{N}{2} \log_2 N$	480
文献[6] $L_1(k)$	$\frac{3M(M-1)}{2}$	1488
文献[7] $L_2(k)$	$2M + 3 \sum_{l=1}^R (M-l)$	418

5 结束语

本文提出的算法采用 FFT 并行进行帧同步检测和频偏估计。结构简单,非常易于数字实现,具有良好的工程应用前景。计算机仿真结果表明,该算法能有效地消除频偏对帧同步性能的影响,频偏估计范围可达 $-R_p/2 \sim R_p/2$ 。另外,文中给出的方法很容易推广到一般的 PSK 和 CPM 系统中。

参 考 文 献

[1] Massey J L. Optimum frame synchronization. *IEEE Trans. on Communications*, 1972, 20(2): 115 - 119.
 [2] Nielsen P T. Some optimum and suboptimum frame synchronizers for binary data in Gaussian noise. *IEEE Trans. on Communications*, 1973, 21(3): 770 - 772.
 [3] Scholtz R A. Frame synchronization techniques. *IEEE Trans. on Communications*, 1980, 28(8): 1204 - 1212.

[4] Lui G L, Tan H H. Frame synchronization for Gaussian channels. *IEEE Trans. on Communications*, 1987, 35(8): 1828 - 1841.
 [5] Gansman J A, Fitz M P, Krogmeier J V. Optimum and suboptimum frame synchronization for pilot-symbol-assisted modulation. *IEEE Trans. on Communications*, 1997, 45(10): 1327 - 1337.
 [6] Choi Z Y, Lee Y H. Frame synchronization in the presence of frequency offset. *IEEE Trans. on Communications*, 2002, 50(7): 1062 - 1065.
 [7] Koo Y H, Lee Y H. Joint maximum likelihood approach to frame synchronization in presence of frequency offset. *IEICE Trans. on Fundamentals*, 2004, E87-A(3): 701 - 706.
 [8] Laurent P A. Exact and approximate construction of digital phase modulation by superposition of amplitude modulated pulse (AMP). *IEEE Trans. on Communications*, 1986, 34(2): 150 - 160.
 [9] Peter J. Laurent's representation of binary digital continuous phase modulated signals with modulation index 1/2 revisited. *IEEE Trans. on Communications*, 1994, 42(2/3/4): 221 - 224.
 [10] Hong D K, Kim D J, Lee Y J, et al.. A simple interpolation technique for the DFT for joint system parameters estimation in burst MPSK transmissions. *IEEE Trans. on Communications*, 2003, 51(7): 1051 - 1056.
 [11] Steendam H, Moeneclaey M. Low-SNR limit of the Cramer-Rao Bound for estimating the carrier phase and frequency of a PAM, PSK, or QAM waveform. *IEEE Communications Letters*, 2001, 5(5): 218 - 220.

吴团锋: 男, 1977 年生, 博士生, 研究方向为卫星移动通信、扩频通信. E-mail: wtf_chenxiao@163.com
 杨喜根: 男, 1949 年生, 教授, 博士生导师, 研究方向为卫星移动通信系统、调制和编码、数字信号处理。
 李际平: 男, 1962 年生, 高工, 硕士生导师, 研究方向为卫星通信、调制和编码。