

# Nakagami 衰落信道下多跳合作分集系统的中断率

程卫军 朱柏承

(北京大学电子学系 北京 100871)

**摘要** 该文在 Nakagami 衰落信道下研究了多跳无线网络中合作分集系统的中断性能。根据单节点和多节点中继的情况导出了合作系统再生中继时中断率的数学闭式解,并在高平均信噪比下给出了系统的分集度。理论分析和仿真研究的结果表明多跳合作系统在一定条件下可实现全路由分集,其分集度为所有路由的分集度之和,不是所有合作节点的和,但每支路由的分集度取决于该路由两跳中较小的值。

**关键词** 多跳无线网络,合作分集,再生中继,分集度

中图分类号: TN919.3

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2006)10-1892-05

## Outage Probability of Multihop Cooperative Diversity System over Nakagami Fading Channels

Cheng Wei-jun Zhu Bo-cheng

(Department of Electronics, Peking University, Beijing 100871, China)

**Abstract** This paper investigates the outage performance of the cooperative diversity systems for multi-hop wireless networks over Nakagami fading channels. Their closed-form expressions of the regenerative outage probability are derived, and the diversity orders are achieved at high Average Signal-to-Noise Ratio (ASNR) in terms of the single relaying node case and multiple relaying nodes case. The theoretical analysis and simulation results show that the cooperative systems can offer the full-route diversity at some given manners, and their diversity order is the sum of the full route diversities, not the sum of all cooperative nodes, however, the diversity order of each route is determined by the smaller one between that of the two hops.

**Key words** Multihop wireless network, Cooperative diversity, Regenerative relaying, Diversity order

### 1 引言

近年来,多跳中继技术在蜂窝网、Ad hoc网和传感器网络等领域中的研究已成为热点之一,受到了通信业者的青睐,它具有提供空间分集克服多径衰落、延伸覆盖和增加容量等特点<sup>[1]</sup>。基于这种技术的合作分集是Sendonaris 等人在文献[2]中首先提出的一个新概念,利用伙伴间合作中继转发在给定速率时改善了上行链路的容量并降低系统的中断率。而针对合作分集系统的性能分析,目前已有许多文献发表。Laneman从概念和数学上进一步延伸了文献[2,3]的工作,提出了基于单节点和多节点中继的合作分集协议,如文献[4]的固定中继和选择中继,以及文献[5]的空时编码合作协议,并给出了它们的互信息和中断率分析。在此基础上,有学者从容量和分集的角度提出和探讨了几个新的合作协议,如文献[6]。最近,我们在文献[8]中对上述文献提出的数个协议给出了非再生中继时的进一步分析和比较。但这些文献都是以瑞利衰落为前提的,至今还未有文献考虑其它衰落环境下的分析。

鉴于此,本文的主要贡献是在 Nakagami 衰落环境下首

先分析了文献[8]讨论的单节点合作分集系统的再生性能,包括 VSISO(Virtual Single Input Single Output)系统、VSIMO (Virtual Single Input Multiple Output)系统、VMISO(Virtual Multiple Input Single Output)系统和 VMIMO (Virtual Multiple Input Multiple Output)系统,然后把 VSIMO 系统延伸到多节点中继的合作情况,推导了系统的中断率闭式解,最后给出了它们的数值研究和仿真分析。

### 2 系统和信道模型

为简单起见,这些协议的合作系统结构如图1所示。假设合作系统基于 TDMA 方式,中继信道为时分正交,源节点 S 和中继节点 R 的发送占用不同的时隙,可应用于蜂窝系统、Ad hoc 网络和传感器网络中。

文中无线信道系数仅考虑小尺度衰落和路径损耗的影响,设衰落模型为平坦 Nakagami 衰落,且路耗为正比于衰

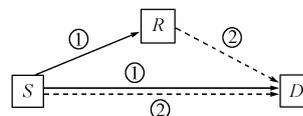


图1 合作分集系统结构图(①第1时隙②第2时隙)

Fig.1 The cooperative diversity system configurations

(①The first time slot, ②The second time slot)

落系数方差的变量<sup>[4]</sup>。设  $d_{SD}$  为  $S$  到目的节点  $D$  的距离,  $h_{SD}$  为  $S$  到  $D$  的单跳信道系数,  $\bar{\gamma}_0$  为  $S$  到  $D$  单跳传输的平均接收信噪比(SNR)。若取发送节点  $i$  到接收节点  $j$  的距离为  $d_{ij}$ , 路耗指数为  $\beta$ , 那么  $j$  的接收SNR可表示为

$$\gamma_{ij} = \left[ \bar{\gamma}_0 (d_{SD}/d_{ij})^\beta \right] |h_{SD}|^2 = \bar{\gamma}_0 \left[ (d_{SD}/d_{ij})^\beta |h_{SD}|^2 \right] = \bar{\gamma}_0 |h_{ij}|^2 \quad (1)$$

不失一般性, 取  $d_{SD} = 1$ ;  $\bar{\gamma}_0 = P_S/N$ ,  $P_S$  为  $S$  的发送功率,  $N$  为加性噪声方差;  $|h_{SD}|^2$  取单位方差, 即  $\Omega_{SD} = 1$ , 则衰落系数  $|h_{ij}|^2$  的方差可表示为  $\Omega_{ij} = (d_{SD}/d_{ij})^\beta = d_{ij}^{-\beta}$ ,  $(i, j) \in \{(S, D), (S, R), (R, D)\}$ 。在 Nakagami 衰落下由于  $h_{ij}$  服从 Nakagami- $m$  分布, 则  $|h_{ij}|^2$  为 Gamma 分布的随机变量。若取  $\gamma_{ij}$  的平均 SNR  $\bar{\gamma}_{ij} = \bar{\gamma}_0 \Omega_{ij}$ , 则其概率密度函数(PDF)为<sup>[7]</sup>  $f(\gamma_{ij}) = m^m \gamma_{ij}^{m-1} \exp(-m\gamma_{ij}/\bar{\gamma}_{ij}) / [(\bar{\gamma}_{ij})^m \Gamma(m)]$ ,  $m$  为 Nakagami 衰落因子。

### 3 单中继节点合作系统

#### 3.1 传统 SISO 系统

为了方便比较, 文中首先给出 Nakagami 衰落时源节点和目的节点间传统单跳通信的容量, 即  $C_{SD} = \log_2(1 + \gamma_{SD})$ 。这里, 文中主要考虑系统的容量中断率分析。容量中断率<sup>[4]</sup>是指系统的瞬时信道容量  $C$  小于某传输速率  $r$  时的概率, 记作  $P_{out} = \Pr\{C < r\}$ , 其中  $C < r$  为中断事件。所以单跳 SISO 系统的中断率为

$$P_{out} = \Pr\{C_{SD} < r\} = \int_0^\varphi f(\gamma_{SD}) d\gamma_{SD} = 1 - \Gamma(m_0, m_0 \varphi / \bar{\gamma}_0) / \Gamma(m_0) \quad (2)$$

当  $\bar{\gamma}_0 \gg 1$  时, 中断率可近似为  $P_{out} \approx m_0^{m_0-1} \varphi^{m_0} / (\bar{\gamma}_0^{m_0} \Gamma(m_0))$ , 其中  $\varphi = 2^r - 1$ , 所以由系统分集度的定义<sup>[4]</sup>  $d(r) = \lim_{\bar{\gamma}_0 \rightarrow \infty} (-\log P_{out} / \log \bar{\gamma}_0)$  知,  $d(r) = m_0$ 。其中  $\Gamma(a, z)$  为不完全 Gamma 函数,  $m_0$  为单跳衰落因子。

#### 3.2 VSISO 系统

该系统为传统中继模式, 如图 1 所示, 在第 1 时隙  $S$  仅发送信息给  $R$ , 其接收信号为  $y_R = h_{SR}s_1 + n_1$ ; 在第 2 时隙仅  $R$  转发信息给  $D$ , 其接收信号为  $y_2 = h_{RD}\hat{s}_1 + n_2$ , 其中  $s_1$  为独立复高斯输入信号,  $\hat{s}_1$  为  $R$  对  $s_1$  解码再编码的发送信号, 其功率分别为  $P_S$  和  $P_R$ ;  $n_1$  和  $n_2$  分别是  $R$  和  $D$  在接收时引入的加性噪声, 为零均值和相同的方差  $N$ 。

由于再生中继发送时各跳间是不相关的, 两级联信道的容量可分别写为  $C_{SR} = \frac{1}{2} \log_2(1 + \gamma_{SR})$ ,  $C_{RD} = \frac{1}{2} \log_2(1 + \gamma_{RD})$ , 其中系数 1/2 表示时隙资源利用率, 即  $S$  发送自己的一个信号到  $D$  用了两个时隙。(以下皆同)

考虑整个系统, 则得 VSISO 系统的容量为  $C_{DF-1} = \min\{C_{SR}, C_{RD}\}$ 。若引起整个系统的中断, 可考虑两种情况。一种情况是中继节点的  $\gamma_{SR}$  不够大, 不能正确解码从而引起系统中断, 即中断事件为  $C_{SR} < r$ 。第 2 种情况

是中继节点能正确解码, 但第 2 跳的链路质量不够好而引起系统中断, 即中断事件为  $C_{SR} > r$  和  $C_{RD} < r$ 。设  $\delta = 2^{2r} - 1$ , 所以整个系统的中断率可写为

$$P_{out-1} = \Pr\{C_{SR} < r\} + \Pr\{C_{SR} > r\} \cdot \Pr\{C_{RD} < r\} = \int_0^\delta f(\gamma_{SR}) d\gamma_{SR} + \int_\delta^\infty f(\gamma_{SR}) d\gamma_{SR} \cdot \int_0^\delta f(\gamma_{RD}) d\gamma_{RD} \quad (3)$$

当  $\bar{\gamma}_0 \gg 1$  时, 上式可近似为  $P_{out-1} \approx (\delta/\bar{\gamma}_0)^{m_1} m_1^{m_1-1} / [\Omega_{SR}^m \Gamma(m_1)] + (\delta/\bar{\gamma}_0)^{m_2} m_2^{m_2-1} / [\Omega_{RD}^m \Gamma(m_2)]$ , 则分集度  $d(r) = \min(m_1, m_2)$ , 其中  $m_1$  和  $m_2$  为前后跳链路的衰落因子。可见系统的分集度取决于较弱跳的信道状况。

#### 3.3 VSIMO 系统

与 VSISO 系统相比, VSIMO 系统的第 1 时隙  $S$  不仅发送信息给  $R$  而且也给  $D$ , 即接收信号为  $y_1 = h_{SD}s_1 + n_0$ , 其中  $n_0$  为接收时引入的加性噪声, 为零均值, 方差为  $N$ 。而在第 2 时隙与 VSISO 系统的发送方式相同。

对该系统, 文中考虑两种情况。一种是  $R$  完好解码后又重新编码, 发送信号为  $\hat{s}_1$ , 为无约束编码(Unconstrained Code, UC); 另一种是中继节点对原信号完好解码, 但所发送信号与原信号有线性关系, 为重复编码(Repetition Code, RC), 如  $\hat{s}_1 = s_1 \sqrt{P_R/P_S}$ 。由于再生中继过程的前后子信道间是不相关的, 对第 1 种情况, 可写得目的节点处接收信号的紧凑形式

$$\begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} h_{SD} & 0 \\ 0 & h_{RD} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} s_1 \\ \hat{s}_1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} n_0 \\ n_2 \end{pmatrix}, \text{ 可求得 } D \text{ 处的信道容量为 } C_{D-1} = \frac{1}{2} \log_2(1 + \gamma_{RD}) + \frac{1}{2} \log_2(1 + \gamma_{SD})。若引起整个系统的中断, 仍考虑两种情况。一种情况是 } \gamma_{SR} \text{ 不够大, 中断事件为 } C_{SR} < r; \text{ 第 2 种情况是 } C_{SR} > r, \text{ 但目的节点处的容量 } C_{D-1} < r, \text{ 从而造成中断。所以整个系统的中断率可写为}^{[4]}$$

$$P_{out-21} = \Pr\{C_{SR} < r\} + \Pr\{C_{SR} > r\} \cdot \Pr\{C_{D-1} < r\} = \int_0^\delta f(\gamma_{SR}) d\gamma_{SR} + \int_\delta^\infty f(\gamma_{SR}) d\gamma_{SR} \cdot \int_0^\delta f(\gamma_{SD}) \cdot \left[ \int_0^{2^{2r}/(1+\gamma_{SD})-1} f(\gamma_{SD}) d\gamma_{SD} \right] d\gamma_{SD} \quad (4)$$

为了研究合作系统中断容量的分集性能, 当  $\bar{\gamma}_0 \gg 1$  时, 对上式进行简化积分, 故式(4)可近似求得

$$P_{out-21} \approx (\delta/\bar{\gamma}_0)^{m_1} m_1^{m_1-1} / \Omega_{SR}^m \Gamma(m_1) + (\delta/\bar{\gamma}_0)^{m_0+m_2} \cdot \frac{m_0^{m_0} m_2^{m_2} \delta^2 \Omega_{RD}^{-m_2}}{\Gamma(m_0+m_2+2)} {}_2F_1(m_2, m_0; m_0+m_2+2; -\delta)$$

其中  ${}_2F_1(*, *, *; *)$  为高斯超几何函数。所以该系统的分集度为  $d(r) = \min(m_1, m_0 + m_2)$ 。

考虑第 2 种情况, 由于  $D$  所收到来自  $S$  和  $R$  的信息为相关的, 故可写得如下形式

$$\begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} h_{SD} \\ h_{RD} \sqrt{P_R/P_S} \end{pmatrix} s_1 + \begin{pmatrix} n_0 \\ n_2 \end{pmatrix} \quad (5)$$

所以可得  $D$  处信道容量为  $C_{D-2} = \frac{1}{2} \log_2(1 + \gamma_{SD} + \gamma_{RD})$ 。考虑整个系统, 同理式(4), 可得系统的中断率

$$P_{\text{out-22}} = \int_0^\delta f(\gamma_{\text{SR}}) d\gamma_{\text{SR}} + \int_\delta^\infty f(\gamma_{\text{SR}}) d\gamma_{\text{SR}} \cdot \int_0^\delta f(\gamma_{\text{SD}}) \left[ \int_0^{\delta-\gamma_{\text{SD}}} f(\gamma_{\text{RD}}) d\gamma_{\text{RD}} \right] d\gamma_{\text{SD}} \quad (6)$$

简化上式的积分过程, 当  $\bar{\gamma}_0 \gg 1$  时, 式(6)可近似求得

$$P_{\text{out-22}} \approx (\delta/\bar{\gamma}_0)^{m_0+m_2} m_0^{m_0} m_2^{m_2} \Omega_{\text{RD}}^{m_2} / \Gamma(m_0+m_2+2) + (\delta/\bar{\gamma}_0)^{m_1} \cdot m_1^{m_1-1} / \Omega_{\text{SR}}^{m_1} \Gamma(m_1)。$$

所以该系统的分集度为  $d(r) = \min(m_1, m_0+m_2)$ 。若系统为瑞利衰落, 则  $d(r)=1$ 。

### 3.4 VMISO 系统

不同于 VSIMO 系统, 该系统在第 1 时隙与 VSISO 系统相同, 而在第 2 时隙不仅  $R$  发送信息到  $D$ ,  $S$  也发送新的信息到  $D$ , 如图 1 所示。取  $R$  为重复编码, 则  $D$  接收信号的紧凑形式为

$$y_2 = \left( h_{\text{RD}} \sqrt{P_R/P_S} \quad h_{\text{SD}} \right) \begin{pmatrix} s_1 \\ s_2 \end{pmatrix} + n_2 \quad (7)$$

其中  $s_2$  为独立复高斯输入信号, 取发送功率为  $P_S$ 。可求得  $D$  处的信道容量为  $C_{D-3} = \frac{1}{2} \log_2(1 + \gamma_{\text{SD}} + \gamma_{\text{RD}})$ 。文中取  $C_{\text{SD2}} = \frac{1}{2} \log_2(1 + \gamma_{\text{SD}})$ 。对于整个系统的中断分析, 仍考虑两种情况。一种情况是第 1 时隙中断事件  $C_{\text{SR}} < r$ , 而第 2 时隙的直达链路也不能可靠传输, 则会造成整个系统中断, 即  $C_{\text{SD2}} < r$ 。第 2 种情况是  $C_{\text{SR}} > r$ , 但目的节点处的容量  $C_{D-3} < r$ 。所以, 整个系统的中断率可写为

$$P_{\text{out-3}} = \Pr\{C_{\text{SR}} < r\} \cdot \Pr\{C_{\text{SD2}} < r\} + \Pr\{C_{\text{SR}} > r\} \cdot \Pr\{C_{D-3} < r\} \\ = \int_0^\delta f(\gamma_{\text{SR}}) d\gamma_{\text{SR}} \cdot \int_0^\delta f(\gamma_{\text{SD}}) d\gamma_{\text{SD}} + \int_\delta^\infty f(\gamma_{\text{SR}}) d\gamma_{\text{SR}} \\ \cdot \int_0^\delta f(\gamma_{\text{SD}}) \left[ \int_0^{\delta-\gamma_{\text{SD}}} f(\gamma_{\text{RD}}) d\gamma_{\text{RD}} \right] d\gamma_{\text{SD}} \quad (8)$$

当  $\bar{\gamma}_0 \gg 1$  时, 可近似求得  $P_{\text{out-3}} \approx (\delta/\bar{\gamma}_0)^{m_0+m_1} m_0^{m_0-1} \cdot m_1^{m_1-1} / \Omega_{\text{SR}}^{m_1} \Gamma(m_0) \Gamma(m_1) + (\delta/\bar{\gamma}_0)^{m_0+m_2} m_0^{m_0} m_2^{m_2} / \Omega_{\text{RD}}^{m_2} \Gamma(m_0+m_2+2)$ 。因此, 该分集度为  $d(r) = \min(m_0+m_1, m_0+m_2)$ 。若系统为瑞利衰落,  $d(r)=2$ , 实现了两支路由合并的全分集。

### 3.5 VMIMO 系统

该系统的发送过程在第 1 时隙与 VSIMO 相同, 而在第 2 时隙与 VMISO 相同, 若考虑重复编码, 合并式(5)和式(7)可得该系统目的节点的接收信号。同理, 目的节点处的信道容量可写为  $C_{D-4} = \frac{1}{2} \log_2(1 + 2\gamma_{\text{SD}} + \gamma_{\text{RD}} + \gamma_{\text{SD}}^2)$ 。

同理式(8), VMIMO 再生系统的中断率为

$$P_{\text{out-4}} = \int_0^\delta f(\gamma_{\text{SR}}) d\gamma_{\text{SR}} \cdot \int_0^\delta f(\gamma_{\text{SD}}) d\gamma_{\text{SD}} + \int_\delta^\infty f(\gamma_{\text{SR}}) d\gamma_{\text{SR}} \\ \cdot \int_0^{2^r-1} f(\gamma_{\text{SD}}) \left[ \int_0^{2^{2r-(1+\gamma_{\text{SD}})^2}} f(\gamma_{\text{RD}}) d\gamma_{\text{RD}} \right] d\gamma_{\text{SD}} \quad (9)$$

简化上式的积分过程, 当  $\bar{\gamma}_0 \gg 1$  时, 式(9)可近似求得  $P_{\text{out-4}} \approx (\delta/\bar{\gamma}_0)^{m_0+m_1} m_0^{m_0-1} m_1^{m_1-1} / [\Omega_{\text{SR}}^{m_1} \Gamma(m_0) \Gamma(m_1)] + (\delta/\bar{\gamma}_0)^{m_0+m_1} \cdot \frac{(2^r-1)^2 m_0^{m_0} m_2^{m_2} \Omega_{\text{RD}}^{m_2}}{(2^r+1)^{m_0} \Gamma(m_0+m_2+2)} {}_2F_1(-m_2, m_0; m_0+m_2+2; (1-2^r)/(1+2^r))$ 。所以该系统的分集度为  $d(r) = \min(m_0+m_1, m_0$

$+m_2)$ , 同理也可求得中继节点无约束编码时的情况。若系统为瑞利衰落的情况, 则  $d(r)=2$ 。

综上可知, 单节点合作系统中 VMISO 和 VMIMO 协议实现了全路由分集, 分集增益为单跳路由和两跳路由分集度的和, 而 VSIMO 协议在一定条件下也可实现全路由分集, 如两跳路由中第一跳的链路质量足够强。但从分集度的大小上看, 4 种合作系统的分集度都受制于两跳路由中较弱跳的信道条件, 即两跳路由的分集度等于两个链路分集度中的较小值, 而不是文献[4]中给出的由合作的节点数决定。

## 4 多中继节点合作系统

在这部分, 我们将把单节点中继的情况延伸到多节点中继合作的情况。假设有  $K$  个中继节点参与合作, 采用有  $K+1$  个时隙的 TDMA 多址模式和 RC-VSIMO 发送协议。在第 1 个阶段, 源节点  $S$  利用一个时隙广播自己的信号给目的节点  $D$  和  $K$  个中继节点  $R$ , 在第 2 个阶段, 那些能正确解码的中继节点则重新编码后利用自己分配的时隙发送  $S$  的再生样本到  $D$ , 文中称这些节点为有效节点, 而不能正确解码的中继节点则为无效节点, 不转发  $S$  的信息到  $D$ 。

文中取  $K$  个中继节点中有  $k$  个有效节点, 则有效中继节点集合为  $M_k \{s_1, \dots, s_j, \dots, s_j\}$ , 其中  $J = C_K^k$ ,  $s_j$  表示第  $j$  个含有  $k$  个任意节点的有效节点子集。同理, 无效中继节点集合表示为  $\bar{M}_k \{\bar{s}_1, \dots, \bar{s}_j, \dots, \bar{s}_j\}$ 。

在第 1 阶段, 类似于 VSIMO, 每个中继节点处的容量可写为  $C_v = \frac{1}{K+1} \log_2(1 + \gamma_{\text{SR}_v})$ , 其中  $\gamma_{\text{SR}_v}$  为中继节点  $R_v$  的接收 SNR,  $v \in (1, \dots, K)$ 。经过第 2 个阶段的再生发送, 对于 RC 编码, 在  $D$  处若采用最大比合并, 则整个发送阶段的容量可表示为  $C_D = \frac{1}{K+1} \log_2 \left( 1 + \gamma_{\text{SD}} + \sum_{I \in M_k \{s_j\}} \gamma_{R_I D} \right)$ 。所以由全概率定义, 可写得系统的中断率表示式如下<sup>[5]</sup>

$$\Pr\{C_D < r\} = \sum_{k=0}^K \Pr\{C_D < r | M_k \{s_j\}\} \Pr\{M_k \{s_j\}\} \quad (10)$$

其中  $\Pr\{C_D < r | M_k \{s_j\}\}$  为基于有效节点集的条件概率,  $\Pr\{M_k \{s_j\}\}$  为有效节点集概率。

对于基于有效节点集的条件概率, 由中断率定义, 可得

$$\Pr\{C_D < r | M_k \{s_j\}\} = \Pr\left\{ \gamma_{\text{SD}} + \sum_{I \in M_k \{s_j\}} \gamma_{R_I D} < \xi \right\}, \quad \text{其中} \\ \xi = 2^{(K+1)r} - 1 \quad (11)$$

在这里, 借助矩生函数(Moment Generating Function, MGF)的方法求解上式。利用部分分式法可给出 Gamma 分布变量和的 MGF 闭式解, 但分式系数的求解是复杂的, 而本文主要考虑合作系统在  $\bar{\gamma}_0 \gg 1$  下的性能, 因此我们运用近似 MGF 的方法<sup>[9]</sup>求解式(11)。设  $\gamma = \gamma_{\text{SD}} + \sum_{I \in M_k \{s_j\}} \gamma_{R_I D}$ , 则  $\gamma$  的 MGF 为  $M_\gamma(s) = M_{\gamma_{\text{SD}}}(s) \prod_{I \in M_k \{s_j\}} M_{\gamma_{R_I D}}(s) = X_1/s^{X_2}$ 。其中

$X_1 = (m_0/\bar{\gamma}_0)^{m_0} \prod_{l \in M_k\{s_j\}} (m_{2l}/\bar{\gamma}_{RlD})^{m_{2l}}$ ,  $X_2 = m_0 + \sum_{l \in M_k\{s_j\}} m_{2l}$ ,  $\bar{\gamma}_{RlD} = \bar{\gamma}_0 \Omega_{2l}$ ,  $m_{2l}$  和  $\Omega_{2l}$  分别为有效合作节点的第 2 跳衰落因子和衰落系数方差。对  $M_\gamma(s)$  运用 Laplace 逆变换可得  $\gamma$  的 PDF, 然后可得式(11)的近似解为

$$\Pr\{C_D < r | M_k\{s_j\}\} \approx X_1 \xi^{X_2} / \Gamma(X_2 + 1) \quad (12)$$

对有效节点集概率, 由于有  $k$  个节点参与中继发送而有  $(K-k)$  个没有参与发送, 根据第 1 阶段中继节点的容量则有中断事件发生  $\{C_l > r, l \in M_k\{s_j\}\}$  和  $\{C_L < r, L \in \bar{M}_k\{\bar{s}_j\}\}$ 。而  $k$  为随机变量, 共有  $J$  种可能的取样, 则  $\Pr\{M_k\{s_j\}\} = \sum_{j=1}^J \prod_{l \in M_k\{s_j\}} \Pr\{C_l > r\} \prod_{L \in \bar{M}_k\{\bar{s}_j\}} \Pr\{C_L < r\}$ 。考虑  $\bar{\gamma}_0 \gg 1$  的情况, 由于  $\Pr\{C_l > r\} \approx 1$ , 所以可得近似解为

$$\Pr\{M_k\{s_j\}\} \approx \sum_{j=1}^J \prod_{l \in M_k\{s_j\}} (\xi/\bar{\gamma}_0)^{m_{1L}} m_{1L}^{m_{1L}-1} / [L \Omega_L^{m_{1L}} \Gamma(m_{1L})] \quad (13)$$

其中  $m_{1L}$  和  $\Omega_L$  分别为无效合作节点的第一跳衰落因子和衰落系数方差。

因此, 把式(12)和式(13)代入式(10), 则得系统的中断率为

$$\Pr\{C_D < r\} \approx \sum_{k=0}^K \sum_{j=1}^J (\xi/\bar{\gamma}_0)^{Z_1} Z_2 / Z_3 \quad (14)$$

其中

$$\begin{aligned} Z_1 &= m_0 + \sum_{l \in M_k\{s_j\}} m_{2l} + \sum_{L \in \bar{M}_k\{\bar{s}_j\}} m_{1L} \\ Z_2 &= m_0^{m_0} \prod_{L \in \bar{M}_k\{\bar{s}_j\}} m_{1L}^{m_{1L}-1} \prod_{l \in M_k\{s_j\}} m_{2l}^{m_{2l}} \\ Z_3 &= \left( m_0 + \sum_{l \in M_k\{s_j\}} m_{2l} \right)! \prod_{L \in \bar{M}_k\{\bar{s}_j\}} \Gamma(m_{1L}) \Omega_L^{m_{1L}} \prod_{l \in M_k\{s_j\}} \Omega_{2l}^{m_{2l}} \end{aligned}$$

从式(14)可看出, 系统的中断率为  $2^K$  项的和, 其分集度为所有  $2^K$  项中的最小值, 即

$$\begin{aligned} d(r) = \min \left( m_0 + \sum_{L=1}^K m_{1L}, \dots, m_0 + \sum_{l \in M_k\{s_j\}} m_{2l} \right. \\ \left. + \sum_{L \in \bar{M}_k\{\bar{s}_j\}} m_{1L}, \dots, m_0 + \sum_{l=1}^K m_{2l} \right) \quad (15) \end{aligned}$$

由式(15)知系统分集度为所有路由分集的和, 这说明不仅参与合作的路由提供了分集增益, 而且没有参与合作的路由也提供了分集增益。不过每支两跳路由所提供的分集增益却为两个链路分集度中较小的值, 这与单节点合作的分析是一致的, 总的分集度不是取决于文献[5]中所提及的所有合作节点的和。在瑞利衰落下, 式(14)与文献[5]中的式(12)是一致的。

### 5 数值分析与仿真研究

在仿真研究和数值分析中, 所有衰落信道均假设为 Nakagami 平坦衰落, 发送端不能获知信道信息, 而接收端能

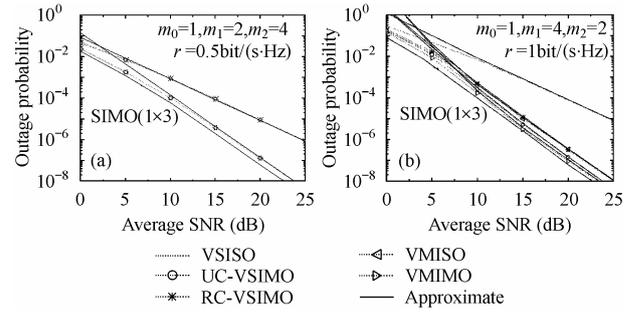


图 2 单中继节点合作分集系统的中断率  
Fig.2 Outage probability of the single-relaying-node cooperative diversity system

获得完好的信道状态信息, 并能得到完好的同步。为分析方便, 假设单节点合作时  $R$  位于  $S \rightarrow D$  的连线中点, 而多节点合作时各中继节点也分别位于该中点的附近区域,  $\beta = 3$ 。

文中首先研究单节点合作发送所带来的分集效应, 如图 2 所示。从图中可看出仿真曲线(点线所示)与理论的近似分析(实线所示)是一致的。在图 2(a)中, VMISO 和 VMIMO 具有相同的性能, 均实现了 3 阶分集, 为两支路由分集度的和, 而 VSISO 和 VSIMO 仅为 2 阶分集, 其性能也相同。这说明两跳路由中第 1 跳的衰落特性对系统的性能起了决定作用。在图 2(b)中, 可看出除了 VSISO 外, 所有的合作系统均实现了 3 阶分集, RC-VSIMO 与 VMISO 具有相似的性能, 而 UC-VSIMO 与 VMIMO 的性能相接近。这说明两跳路由中第 2 跳的衰落特性对系统的性能起了决定作用。但在这些协议中, VMIMO 的性能一直是最优的, 这可能由于该系统充分利用了时隙资源, 具有了一定的复用增益, 而 VSISO 为最差, 是因为该系统没有分集增益的缘故。

图 3 为多节点合作系统的中断率分析。文中主要考察了  $K=2, 3, 4$  时的情况, 并且每支两跳路由的前后跳具有不同的衰落因子。从图中可看出, 对每一种情况, 整个系统的分集度都等于所有路由分集度的和, 并且每支路由的分集度都取决于该路由中较弱跳的衰落特性, 即等于该弱跳链路的分集度。若系统取  $K=3$ , 假设  $m_0=1, m_{11}=1.4, m_{21}=1.2, m_{12}=0.8, m_{22}=1.5, m_{13}=0.6, m_{23}=1$ , 从式(15)知  $d(r)=3.6$ , 而相应于该系统的仿真分析(带圆标记的点线所示)知  $d(r) \approx 3.63$ , 可见与理论分析是一致的。

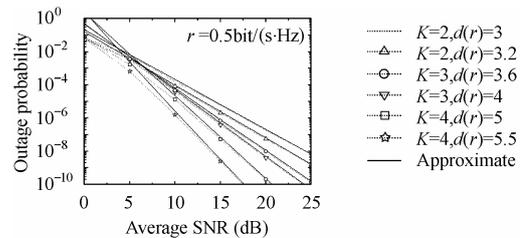


图 3 多中继节点合作分集系统中的中断率  
Fig.3 Outage probability of the multiple-relaying-node cooperative diversity system

## 6 结束语

在 Nakagami 衰落信道下, 本文根据单节点和多节点中继合作的情景分别导出了合作分集系统再生中继时中断率的数学闭式解, 并在高平均信噪比下给出了合作系统的分集度, 仿真研究验证了理论分析的正确性, 另外, 本文的结论也可延伸到多跳路由的情况和较大的多跳无线网络中。鉴于合作系统需要 2 倍或多倍于传统系统的时隙资源, 如果能从整个小区考虑合理的资源分配和功率控制, 提高系统资源的复用, 合作系统将会在蜂窝网、Ad hoc 网和传感器网络中得到更广泛的应用。

## 参 考 文 献

- [1] Pabst R, Walke B H, Yanikomeroglu H, *et al.*. Relay-based deployment concepts for wireless and mobile broadband cellular radio [J]. *IEEE Communications Magazine*, 2004, 42(9): 80–89.
- [2] Sendonaris A, Erkip E, Aazhang B. Increasing uplink capacity via user cooperation diversity [A]. *IEEE Symposium on Information Theory* [C], Cambridge, MA, USA, August, 1998: 156.
- [3] Sendonaris A, Erkip E, Aazhang B. User cooperation diversity – Part I and II [J]. *IEEE Trans. on Comm.*, 2003, 51(11): 1927–1948.
- [4] Laneman J N, Tse D N C, Wornell G W. Cooperative diversity in wireless networks: efficient protocols and outage behavior [J]. *IEEE Trans. on Inform. Theory*, 2004, 50(12): 3062–3080.
- [5] Laneman J N, Wornell G W. Distributed space-time-coded protocols for exploiting cooperative diversity in wireless networks [J]. *IEEE Trans. on Information Theory*, 2003, 49(10): 2415–2425.
- [6] Rohit U N, Helmut B, Felix W K. Fading relay channels: Performance limits and space-time signal design [J]. *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, 2004, 22(6): 1099–1109.
- [7] Simon M K, Alouini M S. *Digital Communication over Fading Channels: A Unified Approach to Performance Analysis* [M]. New York: Wiley & Sons, 2000: 9, 22.
- [8] 程卫军, 朱柏承. 多跳合作网络中非再生协议的性能分析与比较[J]. *北京邮电大学学报*, 2006, 29(1): 96–99.
- [9] Yao Ma, Wang Zhengdao, Pasupathy S. Asymptotic performance of wireless communications with generalized selection combining [J]. *IEEE GLOBECOM*, San Francisco USA, 2003, Vol. 3:1679–1683.

程卫军: 男, 1973 年生, 博士后. 主要研究方向为合作分集技术、分布空时编码和多跳无线网络。

朱柏承: 男, 1964 年生, 副教授, 硕士生导师. 主要研究方向为软件无线电技术和智能天线技术。