

# 金属栅加载圆形介质波导 传播特性的分析\*

徐善驾 武新章

(中国科学技术大学无线电电子学系,合肥 230027)

**摘要** 本文采用 Galerkin 方法分析了金属栅加载圆形介质波导在圆对称模激励时的传播特性。在推得了严格的色散方程之后,给出了 TE 模和 TM 模的色散曲线,以及禁带宽度、禁带中心频率和带内最大衰减随金属条带宽度变化曲线,并讨论了数值解的收敛特性。

**关键词** 圆形介质波导;金属栅结构;色散特性

## 一、引言

介质周期结构在毫米波电路中有着重要的应用,诸如各种滤波器、定向耦合器和漏波天线等。近年来,随着毫米波技术的不断发展,人们对介质波导电路提出了越来越高的要求;这就需要创造出新的由介质周期结构组成的元器件和天线形式以适应这种新的要求。1986年,文献[1]提出了由介质周期加载圆形介质波导所组成的全向漏波天线,文献[2,3]对它进行了系统的理论和实验研究。本文将分析与上述结构相对应的另一种周期结构——金属栅周期加载圆形介质波导作为滤波器应用时的传播特性。在理论分析中,我们考虑圆对称模激励时的情况,并假定金属和介质损耗以及金属厚度可以忽略不计。从 Floquet 定理出发,将场分量表示成为各次空间谐波叠加的形式,再利用金属栅所在圆柱面上的边界条件,得到了电流和电场应满足的耦合方程,然后采用 Galerkin 方法,将金属栅表面电流用基函数展开,并利用 Parseval 等式,得到求解传播常数的色散方程。用改进的复 Newton 法对该色散方程进行求解,观察到了  $n = 0$  次前向空间谐波和  $n = -1$  次后向空间谐波之间的耦合效应。绘制了  $TM_{01}$  和  $TE_{01}$  模的色散曲线,以及禁带宽度、禁带中心频率和带内最大衰减常数随金属条带宽度变化曲线。讨论了数值解的收敛特性。文中所给的结果可供设计带阻滤波器时参考。

## 二、分析

图1给出了金属栅加载圆形介质波导的几何结构。它由介电常数为  $\epsilon_0$  的均匀芯层

1992.01.18 收到,1992.07.10 定稿。

\* 国家自然科学基金和国家教委博士点基金资助项目。

徐善驾 男,1939年生,教授,博士生导师,现从事电磁场与微波技术专业的教学和科研工作。

武新章 男,1968年生,助教,硕士,现从事电磁场与微波技术专业的教学和科研工作。

(I区)和介电常数为  $\epsilon_s$  的空气层 (II区)构成。在芯层的外表圆柱面上加载有周期为  $d$  的金属栅,金属条的宽度为  $d_1$ 。在理论分析中,我们假定金属和介质的损耗以及栅层的厚度可以忽略不计。在圆对称激励下,电磁场沿角向  $\phi$  无变化,此时可将该结构的本征模式分为 TE 模和 TM 模两类。

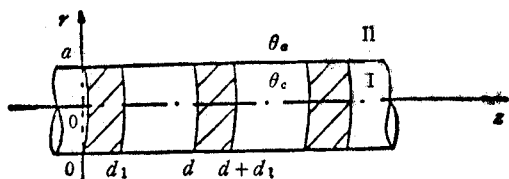


图1 金属栅加载圆形介质波导结构

根据 Floquet 定理,可将 TE 和 TM 模电磁场分量分别表示成下列形式:

在 I 区:  $0 \leq r \leq a$

对于 TE 模

$$E_{\phi 1}(r, z) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} A_{1n} \frac{-j\omega\mu_0}{k_{rn}^{(1)}} \frac{J_1(k_{rn}^{(1)}r)}{r} \exp(-jk_{zn}z) \quad (1a)$$

$$H_{z1}(r, z) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} A_{1n} J_0(k_{rn}^{(1)}r) \exp(-jk_{zn}z) \quad (1b)$$

对于 TM 模

$$E_{z1}(r, z) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} B_{1n} J_0(k_{rn}^{(1)}r) \exp(-jk_{zn}z) \quad (2a)$$

$$H_{\phi 1}(r, z) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} B_{1n} \frac{j\omega\epsilon_0\epsilon_s}{k_{rn}^{(1)}} \frac{J_1(k_{rn}^{(1)}r)}{r} \exp(-jk_{zn}z) \quad (2b)$$

在 II 区:  $a \leq r \leq \infty$

对于 TE 模

$$E_{\phi 2}(r, z) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} A_{2n} \frac{-j\omega\mu_0}{k_{rn}^{(2)}} \frac{H_1^{(2)}(k_{rn}^{(2)}r)}{r} \exp(-jk_{zn}z) \quad (3a)$$

$$H_{z2}(r, z) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} A_{2n} H_0^{(2)}(k_{rn}^{(2)}r) \exp(-jk_{zn}z) \quad (3b)$$

对于 TM 模

$$E_{z2}(r, z) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} B_{2n} H_0^{(2)}(k_{rn}^{(2)}r) \exp(-jk_{zn}z) \quad (4a)$$

$$H_{\phi 2}(r, z) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} B_{2n} \frac{j\omega\epsilon_0\epsilon_s}{k_{rn}^{(2)}} \frac{H_1^{(2)}(k_{rn}^{(2)}r)}{r} \exp(-jk_{zn}z) \quad (4b)$$

其中

$$\left. \begin{aligned} k_{rn}^{(1)2} &= k_0^2\epsilon_s - k_{zn}^2 \\ k_{rn}^{(2)2} &= k_0^2\epsilon_s - k_{zn}^2 \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

$$k_{zn} = k_{z0} + 2n\pi/d \quad (6)$$

在  $r = a$  圆柱面上,电磁场应满足下列边界条件:

对于 TE 模

$$E_{\phi_1}(a, z) - E_{\phi_2}(a, z) = \begin{cases} 0, & \text{在金属条上 } (0 \leq z \leq d_1) \\ E_{\phi}(z), & \text{在槽上 } (d_1 \leq z \leq d) \end{cases} \quad (7)$$

$$H_{z_1}(a, z) - H_{z_2}(a, z) = \begin{cases} J_{\phi}(z), & \text{在金属条上 } (0 \leq z \leq d_1) \\ 0, & \text{在槽上 } (d_1 \leq z \leq d) \end{cases} \quad (8)$$

对于 TM 模

$$E_{z_1}(a, z) - E_{z_2}(a, z) = \begin{cases} 0, & \text{在金属条上 } (0 \leq z \leq d_1) \\ E_z(z), & \text{在槽上 } (d_1 \leq z \leq d) \end{cases} \quad (9)$$

$$H_{\phi_1}(a, z) - H_{\phi_2}(a, z) = \begin{cases} J_z(z), & \text{在金属条上 } (0 \leq z \leq d_1) \\ 0, & \text{在槽上 } (d_1 \leq z \leq d) \end{cases} \quad (10)$$

这里,  $E_{\phi}(z)$ ,  $J_{\phi}(z)$  和  $E_z(z)$ ,  $J_z(z)$  分别是未知的槽上电场和金属条上表面电流。由 Floquet 定理, 可将它们展开成如下形式:

对于 TE 模

$$E_{\phi}(z) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \tilde{E}_{\phi n} \exp(-jk_{zn}z) \quad (11a)$$

$$J_{\phi}(z) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \tilde{J}_{\phi n} \exp(-jk_{zn}z) \quad (11b)$$

对于 TM 模

$$E_z(z) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \tilde{E}_{zn} \exp(-jk_{zn}z) \quad (12a)$$

$$J_z(z) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \tilde{J}_{zn} \exp(-jk_{zn}z) \quad (12b)$$

将 (1a), (3a), (11a) 和 (2a), (4a), (12a) 式分别代入 (7) 和 (9) 式, 得  
对于 TE 模

$$\left. \begin{aligned} A_{1n} &= \frac{k_{zn}^{(1)} \tilde{E}_{\phi n} a}{-j\omega \mu_0 J_1(k_{zn}^{(1)} a)} \exp(-jk_{zn}z) \\ A_{2n} &= \frac{k_{zn}^{(2)} \tilde{E}_{\phi n} a}{-j\omega \mu_0 H_1^{(2)}(k_{zn}^{(2)} a)} \exp(-jk_{zn}z) \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

对于 TM 模

$$\left. \begin{aligned} B_{1n} &= [\tilde{E}_{zn} / J_1(k_{zn}^{(1)} a)] \exp(-jk_{zn}z) \\ B_{2n} &= [\tilde{E}_{zn} / H_1^{(2)}(k_{zn}^{(2)} a)] \exp(-jk_{zn}z) \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

将 (11b), (13) 和 (12b), (14) 式分别代入 (8) 和 (10) 式, 有

$$\tilde{E}_{\phi n} = \frac{-j\omega \mu_0}{a} \frac{1}{T'_n} \tilde{J}_{\phi n}, \quad \text{对于 TE 模} \quad (15)$$

$$\tilde{E}_{zn} = \frac{a}{j\omega \epsilon_0} \frac{1}{T''_n} \tilde{J}_{zn}, \quad \text{对于 TM 模} \quad (16)$$

其中

$$\begin{aligned} T'_n &= k_{zn}^{(1)} J_0(k_{zn}^{(1)} a) / [J_2(k_{zn}^{(1)} a)] - k_{zn}^{(2)} H_0^{(2)}(k_{zn}^{(2)} a) / [H_2^{(2)}(k_{zn}^{(2)} a)] \\ T''_n &= \epsilon_0 J_1(k_{zn}^{(1)} a) / [k_{zn}^{(1)} J_0(k_{zn}^{(1)} a)] - \epsilon_0 H_1^{(2)}(k_{zn}^{(2)} a) / [k_{zn}^{(2)} H_0^{(2)}(k_{zn}^{(2)} a)] \end{aligned}$$

$$-\frac{1}{d} \int_0^{d_1} 0 \cdot \xi_p^* dz + \frac{1}{d} \int_{d_1}^d E_z \cdot 0 dz = 0 \quad (27)$$

将(26)和(27)式写成矩阵形式,即为

对于 TE 模

$$[R](c') = 0 \quad (28)$$

对于 TM 模

$$[R](c'') = 0 \quad (29)$$

其中

对于 TE 模

$$R_{i,j} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{\tilde{\eta}_{in} \tilde{\eta}_{jn}^*}{T_n} \quad (30)$$

对于 TM 模

$$R_{i,j} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{\xi_{in} \xi_{jn}^*}{T''_n} \quad (31)$$

(28)和(29)式有非零解的充要条件为

$$\det[R] = 0 \quad (32)$$

(32)式即为所求的色散方程。因为矩阵  $[R]$  中各元素为  $k_z$  的函数,求解(32)式即可获得金属栅加载圆形介质波导的色散特性。由于(32)式为无穷维的形式,且每个元素又是由无穷次空间谐波叠加而成的,所以在实际计算中必须截取基函数和空间谐波的项数,以获得色散方程的近似解。

### 三、计算结果

在 Galerkin 法的计算中,基函数的选择是至关重要的。从理论上讲有许多组基函数可供选择,但实际上只有少数几组既能满足所给定问题的边界条件和边缘条件,又具有较好的收敛特性。经过多次试验,我们选择基函数为

$$\eta_i(z) = \begin{cases} \cos((i-1)\pi z/d_1), & 0 \leq z \leq d_1 \\ 0, & d_1 \leq z \leq d \end{cases} \quad \text{对于 TE 模} \quad (33a)$$

$$\xi_i(z) = \begin{cases} \sin(i\pi z/d_1), & 0 \leq z \leq d_1 \\ 0, & d_1 \leq z \leq d \end{cases} \quad \text{对于 TM 模} \quad (33b)$$

$$i = 1, 2, \dots$$

图 2 和图 3 分别给出了  $TE_{01}$  模和  $TM_{01}$  模激励时的色散曲线,正如所预期的那样, Bragg 反射发生在  $\beta d = \pi$  的位置上,此时  $n = 0$  次前向空间谐波与  $n = -1$  次后向空间谐波之间发生了强烈的耦合,形成了禁带,传播常数  $k_z = \beta - j\alpha$  为复数,这一特性可以用来设计带阻滤波器。表 1 和表 2 分别给出了 TE 模和 TM 模禁带中心频率  $(kd)$  和带内最大衰减常数  $(\alpha d)$ 。随基函数截取项数  $M$  和空间谐波截取个数  $N$  变化的收敛特性。从表中可以看出,当  $M$  较小时就已经收敛,说明我们选择的基函数是适当的。但空间谐波的个数  $N$  必须足够大才能保证计算精度。在本文的计算中取  $M = 5, N = 25$ 。相

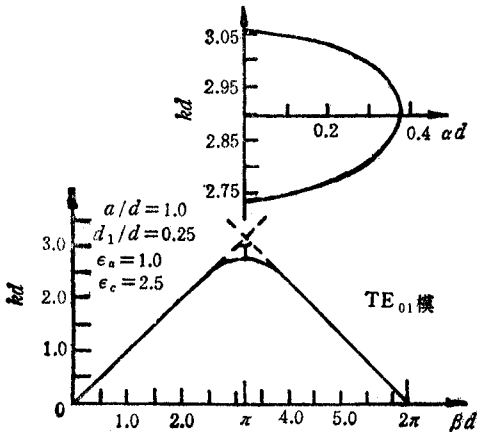


图2 TE<sub>01</sub> 模的色散特性

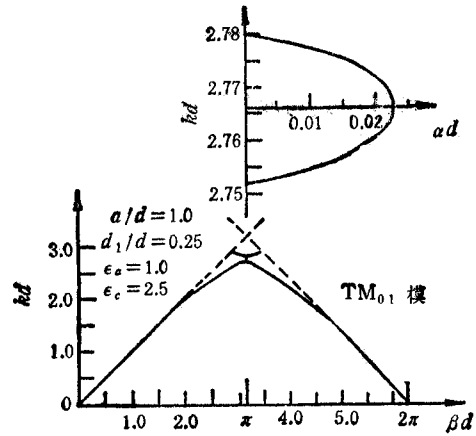


图3 TM<sub>01</sub> 模的色散特性

信这样选取能够满足工程上所需的计算精度。

表1 禁带中心频率  $(kd)_c$  和带内最大衰减常数  $(\alpha d)_c$  随基函数项数  $M$  增大时的收敛特性(空间谐波个数  $N = 25$ )

| 项数<br>$M$ | TE 模     |                | TM 模     |                |
|-----------|----------|----------------|----------|----------------|
|           | $(kd)_c$ | $(\alpha d)_c$ | $(kd)_c$ | $(\alpha d)_c$ |
| 1         | 2.8585   | 0.4504         | 2.7681   | 0.0201         |
| 3         | 2.8944   | 0.3754         | 2.7668   | 0.0218         |
| 5         | 2.8985   | 0.3712         | 2.7662   | 0.0228         |
| 7         | 2.9012   | 0.3737         | 2.7661   | 0.0227         |

表2 禁带中心频率  $(kd)_c$  和带内最大衰减常数  $(\alpha d)_c$  随空间谐波个数  $N$  增大时的收敛特性(基函数项数  $M = 5$ )

| 模数<br>$N$ | TE 模     |                | TM 模     |                |
|-----------|----------|----------------|----------|----------------|
|           | $(kd)_c$ | $(\alpha d)_c$ | $(kd)_c$ | $(\alpha d)_c$ |
| 10        | 2.9380   | 0.3873         | 2.7352   | 0.0809         |
| 15        | 2.9070   | 0.3822         | 2.7586   | 0.0361         |
| 20        | 2.8989   | 0.3723         | 2.7645   | 0.0259         |
| 23        | 2.8986   | 0.3710         | 2.7661   | 0.0234         |
| 25        | 2.8985   | 0.3712         | 2.7662   | 0.0228         |
| 27        | 2.8985   | 0.3712         | 2.7663   | 0.0226         |

图4和图5分别给出了TE<sub>01</sub>模和TM<sub>01</sub>模激励时禁带中心频率  $(kd)_c$ ，带内最大衰减常数  $(\alpha d)_c$  和禁带宽度  $\Delta kd / (kd)_c$  随金属条带宽度  $d_1/d$  的变化曲线。由图可见，不论对于TE<sub>01</sub>模和TM<sub>01</sub>模激励， $(\alpha d)_c$  的变化趋势总是与  $\Delta kd / (kd)_c$  的变化趋势相同，这是因为  $(\alpha d)_c$  越大说明  $n = 0$  次与  $n = -1$  次谐波之间的耦合越强，则  $\Delta kd / (kd)_c$  也就越大。反之，耦合越弱，两个参量同步变小。值得讨论的是，比较图4和图5，我们可以发现，TE<sub>01</sub>模和TM<sub>01</sub>模激励时， $(\alpha d)_c$ （从而  $\Delta kd / (kd)_c$ ）随金属条带宽度的变化有很大差别。前者，随  $d_1/d$  由0增大至0.65，其  $(\alpha d)_c$  平稳地逐渐减小，而且，即使  $d_1/d$  趋

向于零,  $(\alpha d)_c$  也很大。对于后者, 当  $d_1/d$  趋向于零时,  $(\alpha d)_c$  也为零, 然后随着  $d_1/d$  的

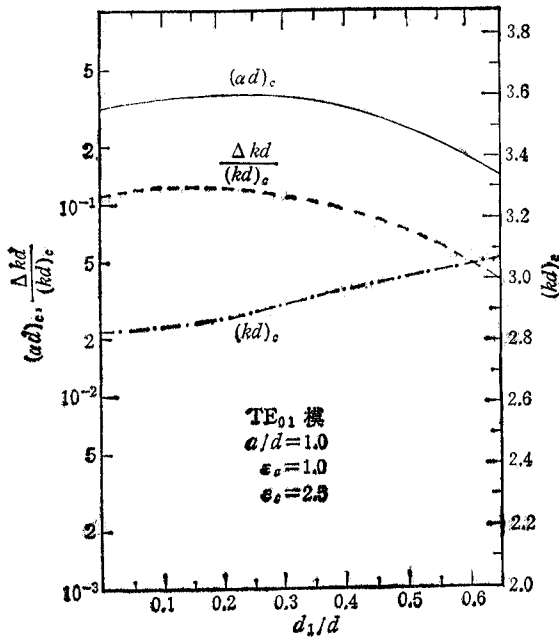


图4 TE<sub>01</sub> 模禁带宽度、禁带中心频率和带内最大衰减常数随  $d_1/d$  变化曲线

增大不断加大。造成这种差别的根源在于两种不同的模式所激发起来的金属条带上的电流有完全不同的特性。我们知道, 周期加载金属条带的作用是为了引入对圆形介质波导中导模的扰动从而激励起各次空间谐波, 其中当然也包括我们感兴趣的  $n=0$  和  $n=-1$  次空间谐波。然而, TE<sub>01</sub> 模的场结构规定了它只能在金属条带上激发起周向的电流  $J_\phi$ ; 同样, TM<sub>01</sub> 模的场结构只能在金属条带上激发起纵向的电流  $J_z$ 。对于 TE<sub>01</sub> 模, 只要金属条带的宽度不严格为零, (当  $d_1=0$  时, 不存在金属条带, 传导电流  $J_\phi$  当然也不可能激发起来), 即使  $d_1$  趋于零, 由  $H_z$  激发的电流  $J_\phi$  一下子可以达到它的最大值, 从而造成了很强的扰动, 激励起很强的空间谐波。当这些空间谐波满足 Bragg 反射条件时, 将发生强烈的耦合。这就是为什么当 TE<sub>01</sub> 模激励时, 即使  $d_1/d$  趋于零, 而  $(\alpha d)_c$  也很大的原因。另外, 由于在一定的范围内,  $J_\phi$  随  $d_1$  的增大变化不明显, 因此  $(\alpha d)_c$  随  $d_1/d$  的变化比较平稳。再看 TM<sub>01</sub> 模, 对周期结构起上述扰动作用的是由  $H_\phi$  产生的  $J_z$ , 由于  $J_z$  在金属条带两端不连续处必须为零, 所以这种扰动作用的大小和金属条带的宽度成比例。这样就出现了如图 5 所示  $(\alpha d)_c$  随  $d_1/d$  增大而上升变化的趋势。当然, 对于  $d_1/d=1$  的情况, 因为此时结构的周期性消失, 所以不论是 TE 模还是 TM 模,  $(\alpha d)_c$  都应变为零。由于这种情况不是我们所感兴趣的, 故未在图中给出。

由图 4 和图 5 可见, 两种激励

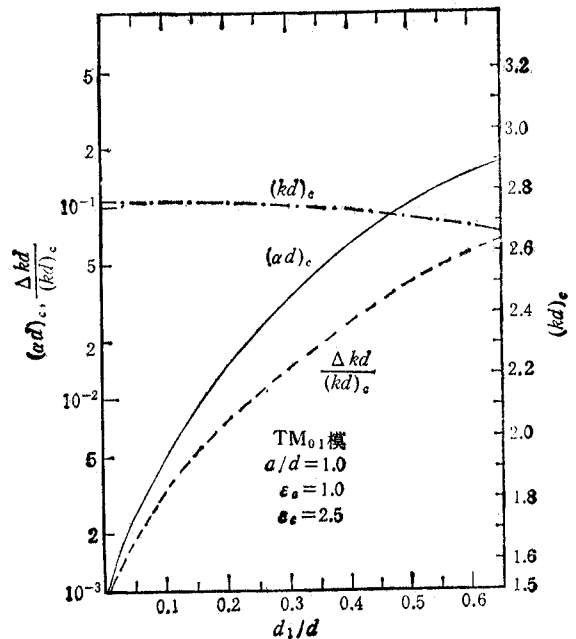


图5 TM<sub>01</sub> 模禁带宽度、禁带中心频率和带内最大衰减常数随  $d_1/d$  变化曲线

模式下,  $(kd)_0$ 。随  $d_1/d$  的变化都比较缓慢, 但  $TE_{01}$  模的曲线是逐渐上升的,  $TM_{01}$  模却缓慢下降。同时图 4 表明, 当工作模式为  $TE_{01}$  模时, 由于  $(\alpha d)_0$  和  $\Delta kd/(kd)_0$ 。随  $d_1/d$  变化不敏感, 因此在实际应用中, 为了降低金属损耗并使加工更为方便, 不必将金属条取得过宽。

### 参 考 文 献

- [ 1 ] S. T. Peng, Xu Shan-jia, F. K. Schvering, Omni-Directional Dielectric Periodic Rod Antenna, 1986 IEEE-APS Digest, USA, pp. 697—700.
- [ 2 ] Xu Shan-jia, Min Jianhua, S. T. Peng, F. K. Shvering, *IEEE Trans. on AP*, AP-39(1991)7, 883—891.
- [ 3 ] Xu Shan-jia, *International Journal of Infrared and Millimeter Waves*, 12(1989)5, 405—417.
- [ 4 ] K. Ogusu, *IEEE Trans. on MTT*, MTT-29(1981)1, 16—21.
- [ 5 ] L. Schmidt, T. Itoh, *IEEE Trans. on MTT*, MTT-28(1980)9, 981—985.

## ANALYSIS OF THE DISPERSION CHARACTERISTICS FOR A CYLINDRICAL DIELECTRIC WAVEGUIDE WITH PERIODIC METALLIC STRIPS

Xu Shan-jia    Wu Xin-zhang

(University of Science and Technology of China, Hefei 230027)

**Abstract**    The dispersion characteristics of a cylindrical dielectric waveguide with periodic metallic strips are analyzed by Galerkin's method. After obtaining the rigorous dispersion equation, the dispersion curves for both TE and TM modes are calculated. The variations of the width of the stopband, the center frequency and the maximum attenuation constant in the stopband with the metallic strip width are given. The convergence properties of numerical solution are also discussed.

**Key words**    Cylindrical dielectric waveguide; Periodic metallic grating; Dispersion characteristic