

# 一种可用于声目标特征提取的超分辨率混合谱估计算法<sup>1</sup>

丁庆海 祝龙石 李田泽 张清泰

(南京理工大学电光学院 南京 210094)

**摘要** 本文研究了一种估计有色噪声中多组谐波信号参数的去耦参数估计算法。其中提出了一种基于 FFT 的“谐波组迭代清除算法”来估计谐波信号的参数,并根据“谐波图”的值来确定谐波信号的个数。该算法不仅计算简单并可获得较高的频率分辨率,而且对信号模型具有较强的鲁棒性。

**关键词** 去耦参数估计,谱估计,特征提取

**中图分类号** TN912.3

## 1 引言

战场上获得的声信号由于兵器自身结构的原因,加上兵器繁多,大多都含有多组谐波分量,估计这些谐波分量的参数特别是基频对于识别目标具有重要意义。一些现代谱估计方法大多将背景噪声假设为白噪声,这与实际应用中大多为有色噪声不相符。对有色噪声中谐波信号参数的估计有两种方法,一种为联合参数谱估计 (JPE) 方法,另一种为去耦参数估计 (DPE) 方法。JPE 方法往往需要大的计算量,因而在工程应用中受到限制。本文研究一种具有高分辨率和快速计算能力的 DPE 方法。

## 2 信号模型

对于由  $K$  组谐波信号与有色高斯噪声混合而成的复信号经过采样滤波后可由其傅里叶级数 ( $L$  次谐波) 表示为

$$y_n = \sum_{k=1}^K \sum_{l=1}^L A_{k,l} e^{j2\pi l f_k n} + e_n. \quad (1)$$

为简单起见,假设噪声模型为自回归噪声模型 (其它种类的模型也是可以的),其中  $n = 0, 1, \dots, N-1, N$  为数据采样点数;  $k = 1, 2, \dots, K, K$  为信号中不同谐波分量的个数;  $l = 1, \dots, L, L$  为同一基频谐波的最高阶数;  $f_k$  为不同谐波分量的基频;  $A_{k,l}$  代表基频为  $f_k$  的第  $l$  次谐波分量的复值;  $e_n$  为  $M$  阶 AR 噪声,其表示式为

$$e_n = - \sum_{m=1}^M a_m e_{n-m} + \omega_n, \quad (2)$$

其中  $a_m, m = 1, 2, \dots, M$  为 AR 噪声模型的系数;  $\omega_n$  为一高斯零均值白噪声过程。

<sup>1</sup> 1997-01-17 收到, 1997-09-11 定稿

### 3 谐波图原理 [1]

设信号  $y_n$  的离散傅里叶变换为

$$Y(f_j) = N^{-1/2} \sum_{n=0}^{N-1} y_n \exp(-j2\pi n f_j / N). \quad (3)$$

设  $f_k$  为第  $k$  类谐波的基频(归一化频率), 对于(1)式表示的数据模型有

$$\begin{aligned} Y(f_j) &= N^{-1/2} A_{k,l} + U(f_j), & \text{当 } f_j = l f_k \quad l = 1, \dots, L; \\ &= U(f_j), & \text{当 } f_j \neq l f_k \quad l = 1, \dots, L; \end{aligned} \quad (4)$$

其中  $U(f_j)$  为噪声频谱。设  $S_e(f_j)$  为其噪声功率谱密度, 定义谐波图参数:

$$H(f_j) = \sum_{l=1}^L \hat{S}_e^{-1}(f_{jl}) |Y(f_{jl})|^2, \quad j = 1, \dots, [N/L]. \quad (5)$$

[ ] 表示取整数,  $\hat{S}_e^{-1}(f_{jl})$  为估计的噪声功率谱密度, 当  $f_j = f_k$  为一谐波组的基频时,

$$H(f_k) \approx N \sum_{l=1}^L |\hat{A}_{kl}|^2 \hat{S}_e^{-1}(f_{jl}), \quad k = 1, \dots, \hat{K}. \quad (6)$$

如果  $N \times L$  较大,  $H(f_j)$  将在  $f_k$  点出现较大的峰值, 而在其它非基频处出现较小的峰值。我们将在下面利用去耦参数估计算法估计最大的几个  $H(\hat{f}_j)$  的值, 并根据门限最终确定基频的个数。

### 4 去耦参数估计算法

$$\text{设 } \mathbf{y} = \begin{bmatrix} y_0 \\ y_1 \\ \vdots \\ y_{N-1} \end{bmatrix}_{N \times 1}, \quad \boldsymbol{\omega}(f_k) = \begin{bmatrix} 1 & 1 & \dots & 1 \\ e^{j2\pi f_k} & e^{j2\pi 2f_k} & \dots & e^{j2\pi L f_k} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ e^{j2\pi f_k(N-1)} & e^{j2\pi 2f_k(N-1)} & \dots & e^{j2\pi L f_k(N-1)} \end{bmatrix}_{N \times L},$$

$$\mathbf{A}_k = \begin{bmatrix} A_{k1} \\ A_{k2} \\ \vdots \\ A_{kL} \end{bmatrix}_{L \times 1}. \quad \text{去耦参数估计可按以下几步进行:}$$

步骤 1 假设噪声模型的系数  $a_m = 0, m = 1, 2, \dots, M$ , 噪声为白噪声, 估计谐波参数  $\{f_k, A_{kl}\}$ , 参数  $\{f_k, A_{kl}\}$  的获得等于解一个非线性最小二乘问题, 也就是使下式最小化:

$$C_3(f_1, A_1, \dots, f_k, A_k) = \|\mathbf{y} - \sum_{k=1}^K \boldsymbol{\omega}(f_k) \mathbf{A}_k\|^2. \quad (7)$$

设  $\mathbf{A} = [\mathbf{A}_1, \mathbf{A}_2, \dots, \mathbf{A}_K]^T$ ,  $\boldsymbol{\Omega} = [\boldsymbol{\omega}(f_1), \boldsymbol{\omega}(f_2), \dots, \boldsymbol{\omega}(f_k)]$ , 其中  $\mathbf{A}_k, \boldsymbol{\omega}(f_k)$  定义如前所述, 则使(7)式表示的代价函数最小, 我们有

$$\{\hat{f}_k, \hat{A}_{kl}\} = \arg \min_{\{f_k, A_{kl}\}} \|\mathbf{y} - \boldsymbol{\Omega} \mathbf{A}\|^2 \quad (8)$$

先固定  $\Omega$  对  $A$  作最小化, 可得

$$\hat{A} = (\Omega^H \Omega)^{-1} \Omega^H y \quad (9)$$

将 (9) 式代入 (7) 式后, 可得代价函数

$$C_4(f_1, f_1, \dots, f_k) = \|P \hat{\Omega} y\|^2, \quad (10)$$

其中  $P \hat{\Omega} = I - \Omega(\Omega^H \Omega)^{-1} \Omega^H$  为正交投影算子。使 (10) 式最小得到估计频率可采用多种算法, 如交替陷波周期图算法 (ANPA)<sup>[2]</sup>, 这些算法实际上使代价函数最佳化问题变得复杂了。我们下面给出一种利用一组  $\{f_k, A_{kl}\}$  使代价函数最小化的“谐波组迭代清除算法”<sup>[3,4]</sup>。

在给出算法之前, 先做如下准备工作。设

$$y^k = y - \sum_{i=1, i \neq k}^K \omega(\hat{f}_i) \hat{A}_i, \quad (11)$$

这里  $\{\hat{f}_k, \hat{A}_{kl}\}_{i=1, i \neq k}^K$  假设已经得到, 信号中仅有  $\{f_k, A_{kl}\}$  这一组谐波参数未知, 则由 (9), (10) 式最小化可得

$$\hat{A}_k = (\Omega^H \Omega)^{-1} \Omega^H y^k = (\omega^H(f_k) \omega(f_k))^{-1} \omega^H(f_k) y^k. \quad (12)$$

将  $\omega(f_k)$  代入, 化简后可得

$$\hat{A}_k = \begin{bmatrix} \hat{A}_{k1} \\ \hat{A}_{k2} \\ \vdots \\ \hat{A}_{kL} \end{bmatrix} = \frac{1}{N} \begin{bmatrix} Y^k(f_k) \\ Y^k(2f_k) \\ \vdots \\ Y^k(Lf_k) \end{bmatrix}_{f_k=f_k}, \quad (13)$$

其中  $Y^k(lf_k) = \sum_{n=0}^{N-1} y_n^k e^{-j2\pi lkn/N}$ ,  $k = 1, \dots, N/L$ 。将 (13) 式代入 (8) 式化简后可得

$$\hat{f}_k = \arg \max_{f_k} \|y^k - \omega(f_k) A_k\|^2 = \arg \max_{f_k} \left( \sum_{l=1}^L |Y^k(lf_k)|^2 \right). \quad (14)$$

所以  $\hat{f}_k$  可通过作 FFT, 得到  $y^k$  的功率谱  $\frac{1}{N} |Y^k(lf_k)|^2$ , 然后计算  $\frac{1}{N} \sum_{l=1}^L |Y^k(lf_k)|^2$  的和, 每次寻找其中最大的  $f_k$ , 作为该次估计的谐波基频  $\hat{f}_k$ 。将  $\hat{f}_k$  代入 (9) 式便可得到  $\hat{A}_{kl}$  的值。做好上述工作后, 给出“谐波组迭代清除算法”如下:

第一步 假设  $K = 1$ , 利用 (11) 式计算  $y^1$ , 得  $y^1 = y$ , 补零后作 FFT, 利用上述方法从中得到估计的  $\{\hat{f}_1, \hat{A}_{1l}, l = 1, \dots, L\}$ 。

第二步 假设  $K = 2$ , 利用第一步得到的  $\{\hat{f}_1, \hat{A}_{1l}, l = 1, \dots, L\}$ , 由 (11) 式计算得到  $y^2$  后, 对  $y^2$  补零后作 FFT 得到  $\{\hat{f}_2, \hat{A}_{2l}, l = 1, \dots, L\}$ 。然后, 再由得到的  $\{\hat{f}_2, \hat{A}_{2l}\}$ , 利用 (11) 式重新计算  $y^1$ , 再重新估计得到  $\{\hat{f}_1, \hat{A}_{1l}, l = 1, \dots, L\}$ 。迭代这个过程, 一直到 (7) 式表示的代价函数  $C_3(\{f_1, A_1, \dots, f_k, a_k\})_{k=1}^K$  在第  $j$  次和第  $j+1$  次迭代的相对变化量满足一给定的值, 如  $\varepsilon = 10^{-3}$  时为止。

第三步 假设  $K = 3$ , 利用第二步得到的  $\{\hat{f}_i, \hat{A}_{il}, l = 1, \dots, L\}_{i=1}^2$ , 由 (11) 式计算得到  $y^3$  后, 再利用前面的方法从  $y^3$  得到  $\{\hat{f}_3, \hat{A}_{3l}\}$ 。然后, 再由得到的  $\{\hat{f}_i, \hat{A}_{il}\}_{i=2}^3$ , 利用 (11) 式计算  $y^1$ , 再重新估计得到  $\{\hat{f}_1, \hat{A}_{1l}\}$ 。然后, 再由得到的  $\{\hat{f}_i, \hat{A}_{il}\}_{i=1,3}$ , 利用 (11) 式计算  $y^2$ , 再

重新估计得到  $\{\hat{f}_2, \hat{A}_{2l}\}$ 。然后, 返回第三步, 迭代这个过程, 一直到 (7) 式的代价函数在第  $j$  次和第  $j+1$  次迭代的值的相对变化量小于一给定值。类似地估计其它剩余的参数  $\{\hat{f}_k, \hat{A}_{kl}\}$ , 一直到  $K$  等于假定的或估计的数目为止。

值得指出的是, 为了获得高的分辨率, 做 FFT 时对  $y^k$  序列补零是必须的, 以满足高分辨率的要求。单纯补零只是加大谱线密度, 是不能提高分辨率的, 但本算法不仅仅单纯补零, 它首先补零做 FFT 找到对应谐波和最大值的基频后, 下一步从原信号中除去相应基频的谐波信号后再去估计其它的谐波信号, 并反复迭代去除不同的谐波信号。这样, 在一定程度上除去了不同谐波之间的相互影响, 也降低了谱泄漏带来的影响, 从而提高了分辨率和参数估计精度, 详细解释可参阅文献 [3, 4]。同时, 由于采用谐波和检测基频谱线, 因此, 相对于单根谱线检测而言本算法适合于低信噪比情形谐波谱线的检测<sup>[1]</sup>。同时, 每一步中的迭代是很重要的, 它保证了搜索朝着 (7) 式全局最小的方向进行, 从而避免了局部最小。与文献 [3] 算法相比, 由于利用了信号谐波结构, 大大减少了计算量, 避免了逐个频率估计导致的多次迭代, 降低了算法陷入局部最小的概率。

步骤 2 利用估计的正弦信号参数  $\{\hat{f}_k, \hat{A}_{kl}\}$  从 AR 噪声模型序列  $\hat{e}(n)$  中估计 AR 噪声模型系数  $\{a_m\}$ 。 $\hat{e}(n)$  表示式如下

$$\hat{e}(n) = y_n - \sum_{k=1}^K \sum_{l=1}^L \hat{A}_{kl} e^{j2\pi \hat{f}_k n l}, \quad n = 0, 1, \dots, N-1. \quad (15)$$

这仅是求解一个线性最小二乘问题, 已有很多算法, 这里不再讨论。

步骤 3 最后计算谐波图  $H(\hat{f}_k)$  的值, 并根据门限值最终确定不同谐波信号的个数。通过这一步可以将噪声导致的假谐波谱线排除, 并重新计算 (15) 式, 估计得到新的噪声模型系数。需要明确的是: 步骤 1 和步骤 2 反复多次迭代并不会产生更精确的估计值, 同时, 用步骤 1 估计  $\{\hat{f}_k, \hat{A}_{kl}\}$  与步骤 2 估计噪声模型参数是去耦的, 其证明类似文献 [4, 5]。

## 5 数值仿真结果

作为检验示例, 我们模拟三辆不同型号的装甲车产生的混合噪声信号:

$$y[n] = \sum_{l=1}^5 0.634 * [\cos(2\pi l f_1 n) + \cos(2\pi l f_2 n) + \cos(2\pi l f_3 n)] + e[n], \quad n = 0, 1, \dots, 63, \quad (16)$$

其中  $f_1 = 0.070$ ,  $f_2 = 0.075$ ,  $f_3 = 0.080$  分别为三辆装甲车产生的噪声谐波的基频,  $a[1]$  和  $\sigma^2$  的值分别为 0.85084 和 0.10104。 $e[n]$  是一阶复自回归过程

$$e[n] = -a[1]e[n-1] + u[n], \quad (17)$$

$u[n]$  是均值为零, 方差为  $\sigma^2$  的复高斯白噪声。傅里叶谱估计器将不能分辨位于基频及其谐波处的正弦分量, 因为它们的频率间隔小于分辨极限  $1/N = 0.015$ 。图 1, 图 2 分别为检验数据的真实谱密度和周期图法估计的谱密度(归一化)。图 3 为本算法在估计模型阶数与实际信号模型阶数相同时, 即  $\hat{K}=6$ ,  $\hat{L}=5$ ,  $\hat{M}=1$ (考虑负频率)下, 估计的功率谱密度。对于模型阶数, 我们采用广义阿凯克信息论准则定阶, 估计出的六个基频(正负写在一起)和噪声模型系数  $a[1]$  分别为

$$f_1 = \pm 0.070312, \quad f_2 = \pm 0.075195, \quad f_3 = \pm 0.080078, \quad a[1] = 0.71576.$$

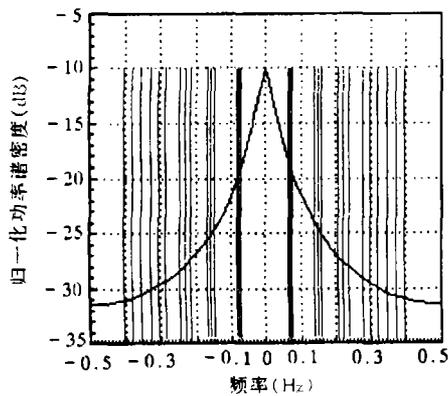


图 1 真实的功率谱密度

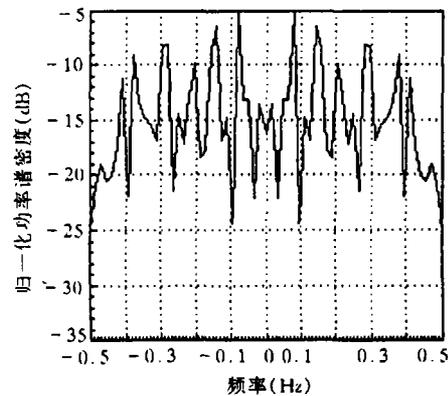
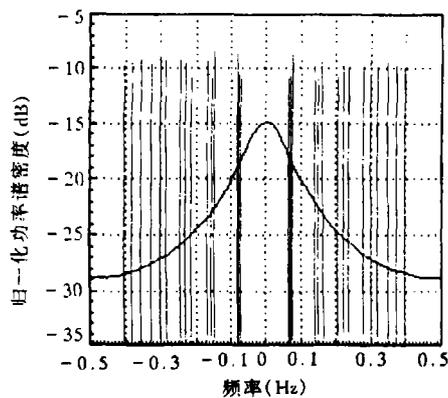
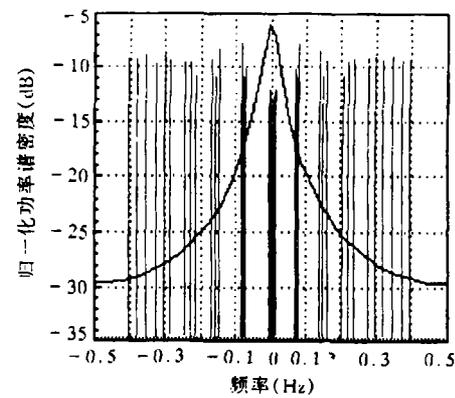


图 2 周期图估计的功率谱密度

图 4 为本算法在估计模型阶数为  $\hat{K}=8, \hat{L}=5, \hat{M}=1$  与实际信号模型阶数不相同, 估计的功率谱密度, 估计出的八个基频及其谐波图值分别为

$$f_1 = \pm 0.070312, f_2 = \pm 0.075195, f_3 = \pm 0.080078, f_4 = \pm 0.003906,$$

$$H(f_1) = 72, H(f_2) = 76, H(f_3) = 69, H(f_4) = -22, a[1] = 0.8748.$$

图 3 去耦参数法估计的谱密度  
 $\hat{K}=6, \hat{L}=5, \hat{M}=1$ 图 4 去耦参数法估计的谱密度  
 $\hat{K}=8, \hat{L}=5, \hat{M}=1$ 

图中  $f_4$  这一组谐波分量靠得很近。给定一置信度, 可得到一阈值, 由于  $H(f_4)$  的值很小, 从而可以认为它们是噪声谱峰导致产生的假谐波分量, 进而排除  $f_4$  这一组值, 断定信号仅由三组谐波组成, 并可重新估计噪声功率谱密度。为了检验比较本算法的估计性能, 我们对  $\hat{K}=6, \hat{L}=5, \hat{M}=1$  这种情形进行了 100 次蒙特卡洛实验, 得到了频率和幅度估计的均方误差值, 并与文献 [2] 采用的交替陷波周期图算法 (ANPA) 估计方差和 Cramer-Rao (C-R), 估计方差下界进行了比较, 由于篇幅所限, 仅给出了三个基本频率点及其前三次谐波幅度估计方差, 如表 1 所示, 表中  $\sigma_{f_1}$  表示频率为  $f_1$  的频率估计方差,  $\sigma_{A_{11}}$  表示基频为  $f_1$  的第一次谐波分量的幅值估计方差, 其它类推。从表中可以看出, 本算法相对于交替陷波周期图算法 (ANPA), 其估计精度好于后者。当数据长度较长时, 该算法是一种渐进有效估计。

表 1 估计的频率和幅度均方误差值

	估计方差 (dB)											
	$\sigma_{f1}$	$\sigma_{f2}$	$\sigma_{f3}$	$\sigma_{A11}$	$\sigma_{A12}$	$\sigma_{A13}$	$\sigma_{A21}$	$\sigma_{A22}$	$\sigma_{A23}$	$\sigma_{A31}$	$\sigma_{A32}$	$\sigma_{A33}$
ANPA 算法	-28	-29.5	-31.5	1.5	1.7	1.8	-1.2	-1.4	-1.6	-5.2	-5.6	-6.2
本文算法	-42	-42.2	-43	-4.6	-4.7	-4.8	-7.2	-7.4	-7.5	-9.8	-10.2	-11.1
C-R 下界	-55	-55.5	-56	-8.5	-8.7	-8.9	-12.2	-12.3	-12.4	-15.1	-15.4	-15.5

## 6 结 论

本文提出的去耦参数估计算法中的谐波组清除算法和谐波图算法, 可以快速高效地估计有色噪声中的多组谐波信号参数, 其算法不但计算量小于一些其它的算法, 能够给出高的分辨率, 而且, 对模型的参数具有较强的鲁棒性。它特别适用于被动声识别目标特征参数的提取。

## 参 考 文 献

- [1] Hinich M, J. Detecting a hidden periodic signal when its period is unknown. IEEE Trans.on Signal Processing, 1982, SP-30(5): 747-750.
- [2] Hwang J, Chen Y. Superresolution frequency estimation by alternating notch periodogram. IEEE Trans. on Signal Processing, 1993, SP-41(2): 727-741.
- [3] Li J, Stoica P. Efficient mixed-spectrum estimation with applications to target feature extraction. IEEE Trans. on Signal Processing, 1996, SP-44(2): 281-295.
- [4] Gough P,T. A fast spectral estimation algorithm based on the FFT. IEEE Trans. on Signal Processing, 1994, SP-42(6): 1317-1322.
- [5] Stoica P, Nehorai A. Statistical analysis of two nonlinear least squares estimators of sinewave parameters in the colored-noise case. Circuits, Syst. and Signal Processing. 1989, 8(1): 3-15.

## A SUPERRESOLUTION MIXED SPECTRAL ESTIMATION ALGORITHM USED FOR ACOUSTIC TARGET FEATURE EXTRACTION

Ding Qinghai Zhu Longshi Li Tianze Zhang Qingtai

(School of Electronic and Optoelectronic Technology of NUST, Nanjing 210094)

**Abstract** In this paper, A decoupled parameter estimation(DPE) algorithm for estimating parameters of the harmonic-group signal in colored noise is researched. In this algorithm, a "iterated harmonic-group clean algorithm" is presented to obtain the estimates of the parameters of the harmonic signal based on FFT. Then, the harmogram is used to decide the number of the harmonic signal. This algorithm not only is computationally simple and can provide superresolution frequency estimation, but also is robust to mismodeling errors.

**Key words** Decoupled parameter estimation, Spectral estimation, Feature extraction

丁庆海: 男, 1968 年生, 博士生, 从事神经网络, 信号处理和雷达等方面的研究.