

# 分析线性反馈网络的新方法

仝 茂 达

(中国科学技术大学, 合肥)

**摘要** 本文应用回路阻抗矩阵的行列式和广义余因式导出一种分析线性反馈网络的新方法, 深入系统地研究了网络函数, 灵敏度、回归差、零回归差及其矩阵等, 得到了规律性很强适合机辅分析的一系列公式。此法不局限于研究平面网络, 特别适用于 RLCM 和流控电压源组成的受电压源激励的网络。

**关键词** 网络; 网络函数; 灵敏度; 回归差矩阵; 零回归差矩阵

## 一、引 言

文献 [1] 阐明了用网孔基础上的不定阻抗矩阵分析某一平面网络的网络函数、灵敏度、回归差及零回归差。文献 [2] 研究了相同内容, 但它不局限于平面网络。两者都未涉及到回归差矩阵和零回归差矩阵。本文应用文献 [2] 提出的回路阻抗矩阵的行列式及广义的一阶、二阶余因式, 推导出计算一般回归差矩阵和零回归差矩阵的公式。这些公式规律性很强, 适合机辅分析, 适用于分析平面或非平面、线性、多输入-多输出和多回环反馈网络。

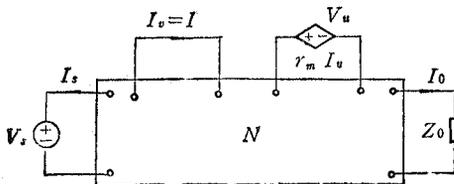


图1 一般的线性反馈网络N

本文所用的符号与文献 [2] 相同。图 1. 网络由 RLCM 及  $r_m$ -型受控源组成, 受独立电压源  $V_s$  激励, 输出量是  $I_o$ 。假定网络的相伴有向图  $G$  有  $n$  个节点、 $b$  条边; 零度为  $m$ 。则有以下公式<sup>[2]</sup>:

$$\text{转移导纳} \quad Y_{i_o} = -\frac{M_{i_o}(\mathbf{B})}{\det \mathbf{Z}_m} \quad (1a)$$

$$\text{驱动点导纳} \quad Y_{i_i} = \frac{M_{i_i}(\mathbf{B})}{\det \mathbf{Z}_m} \quad (1b)$$

$$\text{电压增益} \quad G_{i_o} = -\frac{M_{i_o}(\mathbf{B})}{\det \mathbf{Z}_m} Z_0 \quad (1c)$$

$$\text{电流增益} \quad A_{i_o} = \frac{M_{i_o}(\mathbf{B})}{M_{i_i}(\mathbf{B})} \quad (1d)$$

式中, 回路阻抗矩阵的行列式和广义一阶余因式定义如下:

\* 1988年4月11日收到, 1989年3月27日修改定稿。

$$\det \mathbf{Z}_m = \det \mathbf{B} \mathbf{Z} \mathbf{B}^T$$

$$M_{uv}(\mathbf{B}) = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m (-1)^{i+j} b_{iu} b_{jv} \det \mathbf{B}_{-i} \mathbf{Z} \mathbf{B}_{-j}^T$$

$\mathbf{B} = [b_{ij}]$  是  $G$  的回路矩阵,  $\mathbf{Z}$  是网络  $N$  的支路阻抗矩阵。广义二阶余因式定义如下:

$$M_{rs, uv}(\mathbf{B}) = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m \sum_{\alpha=1}^m \sum_{\beta=1}^m (-1)^{i+j+\alpha+\beta} \operatorname{sgn}(i-\alpha) \operatorname{sgn}(j-\beta) \\ \times b_{i\alpha} b_{j\beta} b_{\alpha u} b_{\beta v} \det \mathbf{B}_{-i\alpha} \mathbf{Z} \mathbf{B}_{-j\beta}^T$$

式中,  $\operatorname{sgn}(x)$  是符号函数, 若  $x > 0$ ,  $\operatorname{sgn}(x) = 1$ ; 若  $x = 0$ ,  $\operatorname{sgn}(x) = 0$ ; 若  $x < 0$ ,  $\operatorname{sgn}(x) = -1$ 。引用著名公式  $\Delta \Delta_{ab, cd} = \Delta_{ab} \Delta_{cd} - \Delta_{ad} \Delta_{cb}$ <sup>[3]</sup>, 可以证明:

$$M_{rs}(\mathbf{B}) M_{uv}(\mathbf{B}) - M_{rv}(\mathbf{B}) M_{us}(\mathbf{B}) \\ = (\det \mathbf{Z}_m) M_{rs, uv}(\mathbf{B}) \quad (2)$$

## 二、回归差和零回归差的计算

这里取对网络特性有明显影响的元件(称为回归元件)  $x$  作为研究对象。网络相对于元件  $x$  的广义回归差定义为网络行列式在  $x$  为额定值时的值和  $x$  取参考值  $k$  时的值之比, 即

$$F_k^n(x) = \frac{\det \mathbf{Z}_m}{\det \mathbf{Z}_m^k} \quad (3)$$

式中, 上标“ $m$ ”暗示在回路分析下得到的广义回归差, 角标“ $k$ ”暗示在  $x$  取值  $k$  的条件下计算行列式。若  $k = 0$ ,  $F_0^n(x)$  便是普通的回归差  $F^n(x)$ 。下面证明  $F^n(x)$  与理想反馈模型的反馈因子具有相同的物理意义, 即它是输入信号为零且断开闭环的条件下, 断开点加入的单位信号与回归信号之差。令图 1 中受控源为回归元件, 并令  $V_u = r_m(V)$  的独立电压源(这意味着既断开了闭环又在断开点加入了  $I_s = 1\text{A}$  的单位信号), 再令  $V_s = 0$ 。由(1a)式知在  $r_m$  伏特电压源单独作用下, 控制边上产生的回归电流  $I = I_s = Y_{uv}^0 V_u = Y_{uv}^0 r_m$ , 即

$$I_s = - \frac{M_{uv}^0(\mathbf{B})}{\det \mathbf{Z}_m^0} r_m \quad (4)$$

因此,

$$1 - I_s = 1 + \frac{M_{uv}^0(\mathbf{B})}{\det \mathbf{Z}_m^0} r_m = \frac{\det \mathbf{Z}_m^0 + M_{uv}^0(\mathbf{B}) r_m}{\det \mathbf{Z}_m^0} \quad (5)$$

在挑选回路时, 有意使受控源的控制边  $e_v$  和受控边  $e_u$  分别只有一条回路  $l_k$  和  $l_h$  经过且方向一致, 这样  $\mathbf{Z}_m$  中只有第  $(k, h)$  元素中含有  $r_m$ 。因此,

$$\det \mathbf{Z}_m = \det \mathbf{Z}_m^0 + r_m \Delta_{kh}^0 = \det \mathbf{Z}_m^0 + M_{uv}^0(\mathbf{B}) r_m \quad (6)$$

式中,  $\Delta_{kh}^0$  是  $r_m = 0$  时回路阻抗矩阵  $\mathbf{Z}_m^0$  的第  $(k, h)$  元素的余因式。事实上, (6) 式具有普遍意义。将(6)式代入(5)式, 得到

$$F^n(x = r_m) = 1 - I = \frac{\det \mathbf{Z}_m}{\det \mathbf{Z}_m^0} \quad (7)$$

(7)式不仅对流控电压源成立,对单口的阻抗元件也成立。

下面研究广义零回归差  $\hat{F}_k^m(x)$ 。仍以图 1 中流控电压源  $V_u = r_m I_v$  作为回归元件,不过应将它看成  $V'_u = k I_v$  的受控源和  $V''_u = (r_m - k)$  伏特独立源串联而成。调节输入电压  $V$ , 使输出电流  $I_0 = 0$ , 这时的回归差即为  $\hat{F}_k^m(x)$ ,  $k$  为参考值。为方便计,令  $x_1 = r_m - k$ , 由上述可知,描述网络的方程是

$$I_0 = Y_{u0}x_1 + Y_{s0}V_s = 0 \quad (8)$$

$$I = I_v = Y_{uv}x_1 + Y_{sv}V_s \quad (9)$$

用(1a)式并考虑到  $V'_u = k I_v$ , 解(8)和(9)式,得

$$\begin{aligned} I &= \left[ -\frac{M_{uv}^k(\mathbf{B})}{\det \mathbf{Z}_m^k} x_1 \right] + \left[ -\frac{M_{sv}^k(\mathbf{B})}{\det \mathbf{Z}_m^k} \right] \left[ -\frac{M_{u0}^k(\mathbf{B})}{M_{s0}^k(\mathbf{B})} x_1 \right] \\ &= \frac{-[M_{s0}^k(\mathbf{B})M_{uv}^k(\mathbf{B}) - M_{sv}^k(\mathbf{B})M_{u0}^k(\mathbf{B})]x_1}{M_{s0}^k(\mathbf{B})\det \mathbf{Z}_m^k} \\ &= -\frac{M_{s0,uv}^k(\mathbf{B})x_1}{M_{s0}^k(\mathbf{B})} \end{aligned} \quad (10)$$

所以,

$$\hat{F}_k^m(x) = 1 - I = \frac{M_{s0}^k(\mathbf{B}) + x_1 M_{s0,uv}^k(\mathbf{B})}{M_{s0}^k(\mathbf{B})} \quad (11)$$

和前面一样,挑选回路时有意让经过控制边  $e_v$ 、受控边  $e_u$ 、电源边  $e_s$  和输出边  $e_o$  的回路都只有一条,即  $l_h$ 、 $l_k$ 、 $l_p$  和  $l_q$ , 而且它们的方向都与边方向一致。这样  $\mathbf{Z}_m$  中仅在第  $(k, h)$  元素中有  $r_m = x_1 + k$ , 并且  $M_{s0}^k(\mathbf{B}) = \Delta_{pq}^k$ ,  $M_{s0,uv}^k(\mathbf{B}) = \Delta_{pq, kh}^k$ 。  $\Delta_{pq, kh}^k$  是矩阵  $\mathbf{Z}_m^k$  的二阶余因式。于是,

$$\begin{aligned} M_{s0}(\mathbf{B}) &= \Delta_{pq} = \Delta_{pq}^k + x_1 \Delta_{pq, kh}^k \\ &= M_{s0}^k(\mathbf{B}) + x_1 M_{s0,uv}^k(\mathbf{B}) \end{aligned} \quad (12)$$

代入(11)式中,得到

$$\hat{F}_k^m(x) = \frac{M_{s0}(\mathbf{B})}{M_{s0}^k(\mathbf{B})} \quad (13)$$

事实上,还可从一般的意义上证明(12)式的正确性。当回归元件是单口阻抗元件时,(13)式依然成立。若  $k = 0$ ,  $\hat{F}_0^m(x) \triangleq \hat{F}^m(x)$  为普通的零回归差。

### 三、网络函数、灵敏度和回归差、零回归差之间的关系

应用(1)、(7)和(13)式可以导出将四种网络函数  $Y_{s0}$ 、 $Y_{sv}$ 、 $G_{s0}$ 、 $A_{s0}$  及其灵敏度和回归差  $F_k^m(x)$ 、零回归差  $\hat{F}_k^m(x)$  联系在一起的有用公式。这些公式和文献[1]中的结论完全一致,但不局限于平面网络。

首先讨论四种网络函数。由(1a)式可知,

$$\frac{Y_{s0}}{Y_{s0}^k} = \frac{M_{s0}(\mathbf{B})/\det \mathbf{Z}_m}{M_{s0}^k(\mathbf{B})/\det \mathbf{Z}_m^k} = \frac{\hat{F}_k^m(x)}{F_k^m(x)} \quad (14)$$

类似地还可证明

$$\frac{Y_{is}}{Y_{is}^k} = \frac{M_{is}(\mathbf{B})/M_{is}^k(\mathbf{B})}{\det \mathbf{Z}_m / \det \mathbf{Z}_m^k} = \frac{F_k^n(\text{输入开路})}{F_k^n(\text{输入短路})} \quad (15)$$

$$\frac{G_{zo}}{G_{zo}^k} = \frac{\hat{F}_k^n(\mathbf{Z}_0)}{F_k^n(\mathbf{Z}_0)} \cdot \frac{\mathbf{Z}_0}{K}, \quad \mathbf{Z}_0 \text{ 是回归元件} \quad (16a)$$

$$\frac{G_{zo}}{G_{zo}^k} = \frac{\hat{F}_k^n(x)}{F_k^n(x)}, \quad \mathbf{Z}_0 \text{ 不是回归元件} \quad (16b)$$

和

$$\frac{A_{io}}{A_{io}^k} = \frac{M_{io}(\mathbf{B})/M_{io}^k(\mathbf{B})}{M_{is}(\mathbf{B})/M_{is}^k(\mathbf{B})} = \frac{F_k^n(\text{输出开路})}{F_k^n(\text{输入开路})} \quad (17)$$

再讨论灵敏度函数。网络函数  $T$  相对于元件  $x$  在参考值  $k$  下的相对灵敏度定义为

$$S_{x_1=x-k}^T = \partial \ln T / \partial \ln x_1 \quad (18)$$

当  $T$  是转移导纳  $Y_{io}$  时

$$S_{x_1}^{Y_{io}} = x_1 \left[ \frac{\partial M_{io}(\mathbf{B}) / \partial x_1}{M_{io}(\mathbf{B})} - \frac{\partial (\det \mathbf{Z}_m) / \partial x_1}{\det \mathbf{Z}_m} \right] \quad (19)$$

(6)式可推广成

$$\det \mathbf{Z}_m = \det \mathbf{Z}_m^k + x_1 M_{io}^k(\mathbf{B}) \quad (20)$$

将(12)和(20)式代入(19)式,可以证明

$$\begin{aligned} S_{x_1}^{Y_{io}} &= \left( 1 - \frac{M_{io}^k(\mathbf{B})}{M_{io}(\mathbf{B})} \right) - \left( 1 - \frac{\det \mathbf{Z}_m^k}{\det \mathbf{Z}_m} \right) \\ &= \frac{1}{F_k^n(x)} - \frac{1}{\hat{F}_k^n(x)} \end{aligned} \quad (21)$$

类似地有,

$$S_{x_1}^{Y_{is}} = \frac{1}{F_k^n(\text{输入短路})} - \frac{1}{F_k^n(\text{输入开路})} \quad (22)$$

和

$$S_{x_1}^{A_{io}} = \frac{1}{F_k^n(\text{输入开路})} - \frac{1}{F_k^n(\text{输出开路})} \quad (23)$$

对于电压增益  $G_{zo}$  可分两种情况讨论: (1) 关心的元件不是负载阻抗  $\mathbf{Z}_0$ , 则

$$S_{x_1}^{G_{zo}} = \frac{1}{F_k^n(x)} - \frac{1}{\hat{F}_k^n(x)} \quad (24a)$$

(2)关心的元件是负载阻抗  $\mathbf{Z}_0$ .

$$\begin{aligned} S_{x_1}^{G_{zo}} &= x_1 \left[ \frac{\partial M_{io}(\mathbf{B}) / \partial x_1}{M_{io}(\mathbf{B})} - \frac{\partial (\det \mathbf{Z}_m) / \partial x_1}{\det \mathbf{Z}_m} + \frac{1}{\mathbf{Z}_0} \frac{\partial \mathbf{Z}_0}{\partial x_1} \right] \\ &= \frac{x_1}{\mathbf{Z}_0} \cdot \frac{\partial (x_1 + k)}{\partial x_1} + \frac{1}{F_k^n(x)} - \frac{1}{\hat{F}_k^n(x)} \\ &= 1 - \frac{k}{\mathbf{Z}_0} + \frac{1}{F_k^n(x)} - \frac{1}{\hat{F}_k^n(x)} \end{aligned} \quad (24b)$$

将(14)、(15)、(16b)、(17)式和(21)、(22)、(24a)、(23)式分别结合起来,可导出一般

表达式

$$S_{x_1}^T = \frac{1}{F_k^n(x)} \left[ 1 - \frac{T(k)}{T(x)} \right] \quad (25)$$

式中,  $T(k)$  和  $T(x)$  分别是网络函数  $T$  在所关心的元件  $x$  取参考值  $k$  和额定值下计算的值。若对某一参考值有  $T(k) = 0$ , 则相对灵敏度等于该参考值下广义回归差的倒数。

### 四、反馈矩阵的计算

由于网络规模越来越大, 必须研究多变量多回环反馈网络的回归差矩阵和零回归差矩阵。首先研究回归率矩阵和零回归率矩阵, 两者各加上一适当阶数的单位阵便得到相应的回归差矩阵和零回归差矩阵。

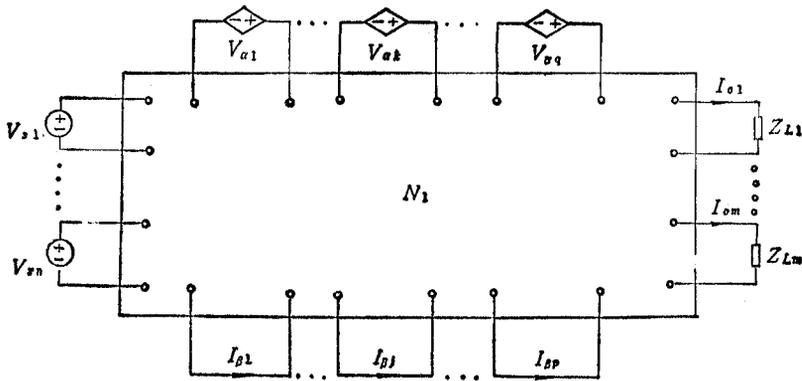


图 2 一般的多输入-多输出、多回环反馈网络  $N$

设图 2 是由 RLCM 及  $r_m$ -型受控源组成的一般反馈网络。它受电压源向量  $V_s = (V_{s1}, V_{s2}, \dots, V_{sn})^T$  激励, 输出电流向量是  $I_o = (I_{o1}, I_{o2}, \dots, I_{om})^T$ ,  $V_\alpha = X I_\beta$  为一组流控电压源,  $V_\alpha = (V_{\alpha 1}, V_{\alpha 2}, \dots, V_{\alpha q})^T$  为受控电压向量,  $I_\beta = (I_{\beta 1}, I_{\beta 2}, \dots, I_{\beta p})^T$  为控制电流向量。为突出作为回归元件的受控源, 特地将它画在子网络  $N_1$  的外部, 受控源的系数矩阵  $X$  为

$$V_\alpha = \begin{bmatrix} V_{\alpha 1} \\ V_{\alpha 2} \\ \vdots \\ V_{\alpha k} \\ \vdots \\ V_{\alpha q} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_{11} & x_{12} & \dots & x_{1p} \\ x_{21} & x_{22} & \dots & x_{2p} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ x_{k1} & x_{k2} & \dots & x_{kp} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ x_{q1} & x_{q2} & \dots & x_{qp} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{\beta 1} \\ \vdots \\ I_{\beta j} \\ \vdots \\ I_{\beta p} \end{bmatrix} = X I_\beta \quad (26)$$

在研究广义回归率矩阵  $T_K^g(X)$  和广义零回归率矩阵  $\hat{T}_K^g(X)$  之前, 引入一任意的  $q \times p$  阶参考矩阵  $K$ 。  $K$  反映未被抽取的回归作用, 而  $X_1 = X - K$  ( $x_{ij} = x_{ij} - k_{ij}$ ,  $i = 1, 2, \dots, q, j = 1, 2, \dots, p$ ) 反映被抽取出来的那部分回归作用。

为了研究广义回归率矩阵  $T_K^g(X)$ , 令  $V_s = 0$ , 并将  $V_\alpha$  分解成  $V_{\alpha 0} = X_1 I_{\beta 0}$  的

独立源向量和  $V'_s = KI_\beta$  的受控源向量两部分串联。采用文献 [6] 中类似的方法, 令  $I_{\beta 0} = (0, 0, \dots, 0, I_{\beta 10} = 1, 0, \dots, 0)^T$ , 计算  $T_K^m(X)$  的第  $j$  列元素。当  $j$  取遍所有的列, 即  $j = 1, 2, \dots, p$ , 则可求出  $T_K^m(X)$  的全部元素。因为  $I_{\beta 0}$  中只有一个  $I_{\beta 10} = 1 \neq 0$ , 故  $V_{\alpha 0} = (x'_{1j}, x'_{2j}, \dots, x'_{qj})^T$ 。应用 (1a) 式和叠加定理得到第  $\beta_i (i = 1, 2, \dots, p)$  条支路中的回归电流  $I_{\beta i}$

$$I_{\beta i} = - \frac{1}{\det Z_m^k} \sum_{k=1}^q M_{\alpha_k \beta_i}^k(B) x'_{ki} \quad i = 1, 2, \dots, p \quad (27)$$

$T_{ij,K}^m(X)$  是  $I_{\beta i}$  的负数, 所以

$$T_{ij,K}^m(X) = \frac{1}{\det Z_m^k} \sum_{k=1}^q M_{\alpha_k \beta_i}^k(B) x'_{ki} \quad i = 1, 2, \dots, p, \quad j = 1, 2, \dots, p$$

式中,  $\det Z_m^k \neq 0$ 。写成密集形式为

$$T_K^m(X) = \frac{1}{\det Z_m^k} M_{\alpha\beta}^k(B) X_1 \quad (28a)$$

相应地, 广义回归差矩阵  $F_K^m(X)$  为

$$F_K^m(X) = \mathbf{1}_p + \frac{1}{\det Z_m^k} M_{\alpha\beta}^k(B) X_1 \quad (28b)$$

式中,  $p \times q$  阶矩阵  $M_{\alpha\beta}^k(B)$  的第  $(i, j)$  元素是  $M_{\alpha_i \beta_j}^k(B)$ ,  $\mathbf{1}_p$  为  $p$  阶单位阵。

为了研究广义零回归率矩阵  $\hat{T}_K^m(X)$ , 先假定  $V_s$  和  $I_0$  均为  $n$  维向量。调节  $V_s$  使  $I_0$  在  $V_s$  和  $V_{\alpha 0} = X_1 I_{\beta 0}$  共同作用下恒为零, 这种情况下的回归率矩阵便是广义零回归率矩阵。这时描述网络  $N$  的矩阵方程组为

$$I_s = \frac{-1}{\det Z_m^k} M_{\alpha\beta}^k(B) V_{\alpha 0} + \frac{-1}{\det Z_m^k} M_{i\beta}^k(B) V_s \quad (29)$$

$$I_0 = \frac{-1}{\det Z_m^k} M_{\alpha 0}^k(B) V_{\alpha 0} + \frac{-1}{\det Z_m^k} M_{i0}^k(B) V_s = 0 \quad (30)$$

$$V_{\alpha 0} = X_1 I_{\beta 0} \quad (31)$$

式中,

$$M_{i\beta}^k(B) = [M_{i\beta_j}^k(B)], \quad i = 1, 2, \dots, p, \quad j = 1, 2, \dots, n \quad (32)$$

$$M_{\alpha 0}^k(B) = [M_{\alpha_i 0_j}^k(B)], \quad i = 1, 2, \dots, n, \quad j = 1, 2, \dots, q \quad (33)$$

$$M_{i0}^k(B) = [M_{i0_j}^k(B)], \quad i, j = 1, 2, \dots, n \quad (34)$$

如果  $M_{i0}^k(B)$  是非奇异的, 则解出回归电流向量  $I_\beta$  如下:

$$I_\beta = \frac{-1}{\det Z_m^k} \{M_{\alpha\beta}^k(B) - M_{i\beta}^k(B)[M_{i0}^k(B)]^{-1}M_{\alpha 0}^k(B)\} X_1 I_{\beta 0} \quad (35)$$

因此,

$$\hat{T}_K^m(X) = \frac{1}{\det Z_m^k} \{M_{\alpha\beta}^k(B) - M_{i\beta}^k(B)[M_{i0}^k(B)]^{-1}M_{\alpha 0}^k(B)\} X_1 \quad (36)$$

现在我们构造  $p \times q$  个广义二阶余因式矩阵  $M_{i_0, \alpha_j \beta_i}^k(B)$  ( $i = 1, 2, \dots, p, j = 1, 2, \dots, q$ ) 如下:

$$[M_{i_0, \alpha_j \beta_i}^k(B)]_{mk} = M_{i_k 0, \alpha_j \beta_i}^k(B), \quad k, m = 1, 2, \dots, n \quad (37)$$

应用文献[5]中的类似方法, 可以证明

$$\begin{aligned} \hat{T}_K^m(X) &= \left[ \frac{W^k}{\det M_{i_0}^k(B)} - (n-1) \frac{M_{\alpha\beta}^k(B)}{\det Z_m^k} \right] X_i \\ &= H^k X_i \end{aligned} \quad (38)$$

式中, 矩阵  $W^k$  的第  $(i, j)$  元素是矩阵  $M_{i_0, \alpha_j \beta_i}^k(B)$  和伴随矩阵  $\text{adj}[M_{i_0}^k(B)]$  乘积的迹, 即

$$[W^k]_{ij} = \text{Tr}[M_{i_0, \alpha_j \beta_i}^k(B) \cdot \text{adj} M_{i_0}^k(B)] \quad (39)$$

于是, 得到广义零回归差矩阵

$$\hat{F}_K^m(X) = 1_p + H^k X_i \quad (40)$$

### 五、举 例

图 3(a) 所示的网络是文献[5]中典型差分放大器等效电路的对偶电路, 图 3(b) 是它

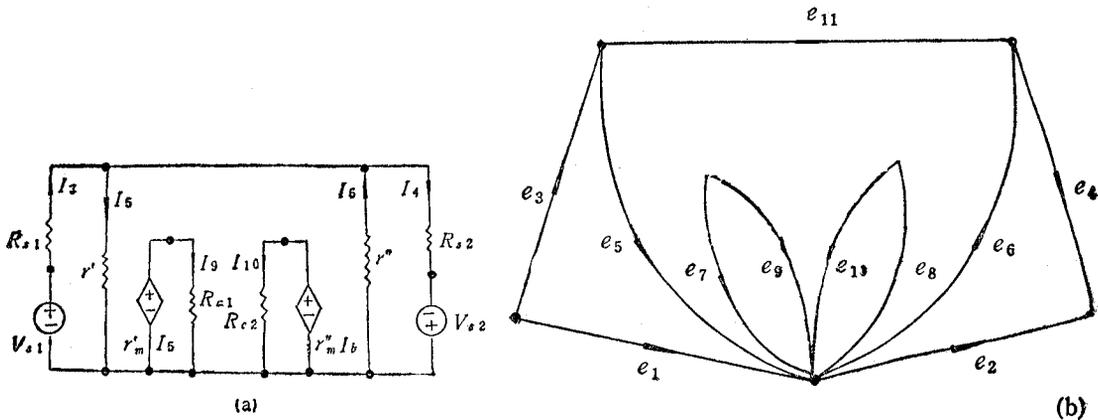


图 3 (a) 典型差分放大器等效电路的对偶电路  
(b) (a) 中电路的相伴有向图

的相伴有向图。选择支路  $e_1, e_5, e_9, e_{10}, e_6$  和  $e_2$  构成的树, 得到基本回路矩阵  $B$  如下:

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 & 11 \\ \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \end{bmatrix} \quad (41)$$

假定取  $r', r'', r'_m, r''_m$  和  $R_c$  五个元件作为一组回归元件, 并取  $K$  只有  $R_c, r'_m$  和  $r''_m$  三个元素不为零, 即

$$\mathbf{V}_a = \begin{bmatrix} V_5 \\ V_6 \\ V_7 \\ V_8 \\ V_{11} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r' & 0 & 0 \\ 0 & r'' & 0 \\ r'_m & 0 & 0 \\ 0 & r''_m & 0 \\ 0 & 0 & R_c^{-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -I_5 \\ I_6 \\ I_{11} \end{bmatrix} = \mathbf{X}\mathbf{I}_\beta \text{ 和 } \mathbf{K} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ r'_m & 0 & 0 \\ 0 & r''_m & 0 \\ 0 & 0 & R_c^{-1} \end{bmatrix}$$

根据该电路的支路阻抗矩阵和回路矩阵  $\mathbf{B}$ , 求出  $\mathbf{Z}_m$  如下:

$$\mathbf{Z}_m = \begin{bmatrix} R_{s1} + r' & 0 & 0 & 0 & -r' \\ 0 & R_{s2} + r'' & 0 & 0 & -r'' \\ r'_m & 0 & R_{c1} & 0 & -r'_m \\ 0 & r''_m & 0 & R_{c2} & -r''_m \\ -r' & -r'' & 0 & 0 & R_c + r' + r'' \end{bmatrix} \quad (42)$$

和  $\det \mathbf{Z}_m^k = R_{s1}R_{s2}R_{c1}R_{c2}R_c \neq 0$ . 还求出

$$\mathbf{M}_{s_o}^k(\mathbf{B}) = \begin{bmatrix} -R_{s2}R_{c2}R_c r'_m & 0 \\ 0 & -R_{s1}R_{c1}R_c r''_m \end{bmatrix} \quad (43)$$

和  $\det \mathbf{M}_{s_o}^k(\mathbf{B}) = R_{s1}R_{s2}R_{c1}R_{c2}r'_m r''_m \neq 0$ , 以及

$$\text{adj} \mathbf{M}_{s_o}^k(\mathbf{B}) = \begin{bmatrix} -R_{s1}R_{c1}R_c r''_m & 0 \\ 0 & -R_{s2}R_{c2}R_c r'_m \end{bmatrix} \quad (44)$$

进而计算  $\mathbf{W}^k$ ,  $\mathbf{M}_{s_\beta}^k(\mathbf{B})$  和  $\mathbf{H}^k$ , 得到

$$\mathbf{W}^k = R_{s1}R_{s2}R_{c1}R_{c2}R_c^2 r'_m r''_m \begin{bmatrix} R_c^{-1} + R_{s1}^{-1} & R_c^{-1} & (r'_m)^{-1} & 0 & -R_c^{-1} \\ R_c^{-1} & R_c^{-1} + R_{s2}^{-1} & 0 & (r''_m)^{-1} & -R_c^{-1} \\ -2R_c^{-1} & -2R_c^{-1} & 0 & 0 & R_c^{-1} \end{bmatrix} \quad (45)$$

$$\mathbf{M}_{s_\beta}^k(\mathbf{B}) = R_{s1}R_{s2}R_{c1}R_{c2}R_c \begin{bmatrix} R_c^{-1} + R_s^{-1} & R_c^{-1} & 0 & 0 & -R_c^{-1} \\ R_c^{-1} & R_c^{-1} + R_{s2}^{-1} & 0 & 0 & -R_c^{-1} \\ -R_c^{-1} & -R_c^{-1} & 0 & 0 & R_c^{-1} \end{bmatrix} \quad (46)$$

$$\mathbf{H}^k = \begin{bmatrix} 0 & 0 & (r'_m)^{-1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & (r''_m)^{-1} & 0 \\ -R_c^{-1} & -R_c^{-1} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (47)$$

考虑到  $\mathbf{X}_1 = \mathbf{X} - \mathbf{K}$

$$\mathbf{X}_1 = \begin{bmatrix} r' & 0 & 0 \\ 0 & r'' & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (48)$$

最后计算出

$$\hat{\mathbf{F}}_K^n(\mathbf{X}) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ -\frac{r'}{R_c} & -\frac{r''}{R_c} & 1 \end{bmatrix} \quad (49)$$

## 参 考 文 献

- [1] W. K. Chen, M. D. Tong (全茂达) *IEEE Trans. on CAS*, CAS-32 (1985), 840—847.
- [2] W. K. Chen, *Applied Graph Theory: Graphs and Electrical Networks*, 2nd edition, American Elsevier, New York, 1976.
- [3] H. W. Bode, *Network Analysis and Feedback Amplifier Design*, Van Nostrand, New York, 1945.
- [4] 全茂达, 电子学报, 1988年, 第1期, 第80—86页
- [5] M. D. Tong (全茂达), W. K. Chen, On Linear Feedback Network Theory, Proc. Inter. Conference, Nanjing, 1987, 7.
- [6] 全茂达, 中国科技大学学报, 15(1985), 3, 321—331.

## A NEW METHOD FOR ANALYSING LINEAR FEEDBACK NETWORKS

Tong Maoda

(University of Science and Technology of China, Hefei)

**Abstract** A new method for analysing linear feedback networks is derived by determining the loop impedance matrix and generalized cofactor. This method is used to study deeply and systematically network functions, sensitivities, return difference and null return difference, as well as return difference matrix and null return difference matrix. A set of formula with strong regularity which are suitable for CAA is obtained. The method can be used to analyse non-planar networks. It is more suitable for networks composed of RLCM and current controlled voltage sources which is excited by independent voltage sources.

**Key words** Network; Network function; Sensitivity; Return difference matrix; Null return difference matrix