

广义多结构元素并行复合形态滤波器¹

赵春晖 孙圣和

(哈尔滨工业大学自动化测试与控制系 哈尔滨 150001)

摘要 本文基于数学形态学中的广义形态开-闭和闭-开运算,采用多结构元素,构造了一类并行复合形态滤波器。这类滤波器具有平移不变性、递增性、对偶性和幂等性等重要性质,并遵守阈值叠加准则,不仅可以有效地抑制图象中的噪声,而且较好地保持了图象的几何结构特征。计算机模拟结果证实了滤波算法的有效性。

关键词 数学形态学,形态滤波器,非线性滤波,结构元素,图象处理

中图分类号 TN911.72

1 引言

形态滤波器是从数学形态学中发展出来的一类新型非线性滤波器,它在信号处理、图象处理和分析中获得了广泛的应用^[1,2]。形态滤波器是基于信号的几何特征,利用预先定义的结构元素(相当于滤波窗)对信号进行匹配,以达到提取信号,抑制噪声的目的。目前,人们所采用的形态滤波器主要有形态开运算、闭运算,以及它们的级联组合形式^[3,4]。尚没有按要求设计形态滤波器的系统方法。

Maragos 提出了一类形态开-闭(open-closing)和闭-开(clos-opening)滤波器^[5,6]。这类滤波器虽可同时抑制信号中的正、负脉冲噪声;但它只采用一种结构元素,不利于信号几何特征的提取。基于这类滤波器,我们在文献[7]中采用多结构元素,构造了一类多结构元素并行复合形态滤波器。虽然它可以抑制图象中的噪声,保持图象的几何结构特征,但当图象被噪声污染较严重时,它不能有效地滤除全部噪声。本文对这类滤波器进行了改进,利用广义形态开-闭和闭-开运算,构造了一类广义多结构元素并行复合形态滤波器,这类滤波器具有平移不变性、递增性、对偶性和幂等性等重要性质,并遵守阈值叠加准则。通过计算机模拟,证实了滤波算法的有效性。

2 基本形态变换和广义形态滤波器

形态变换一般分为二值形态变换和多值(灰度)形态变换。为了便于分析问题,本节只限于离散情况下的多值形态变换。包括腐蚀、膨胀、形态开和形态闭,以及形态开、闭的级联组合。

定义 1 设 $f(n)$ 为定义在二维离散空间 $Z^{(2)}$ 上的离散函数,结构元素 B 为 $Z^{(2)}$ 上的有限子集,则四种基本形态变换定义如下:

$f(n)$ 关于 B 的腐蚀和膨胀分别为

$$(f \ominus B)(n) = \min\{f(n+m)/m \in B\}, \quad (1)$$

¹ 1996-06-26 收到, 1997-02-04 定稿

$$(f \oplus B)(n) = \min\{f(n-m)/m \in B\}, \quad (2)$$

$f(n)$ 关于 B 的形态开和形态闭分别为

$$(f \circ B)(n) = [(f \ominus B) \oplus B](n), \quad (3)$$

$$(f \bullet B)(n) = [(f \oplus B) \ominus B](n). \quad (4)$$

通常, 形态开、闭运算用于形态滤波, 它们以不同的方式平滑信号。形态开可以抑制信号中的峰值 (正脉冲) 噪声, 而形态闭可以抑制信号中的底谷 (负脉冲) 噪声。为了同时去除信号中正、负两种脉冲噪声, 通常采用形态开、闭的级联形式。我们在文献 [8] 中提出了广义形态开-闭和形态闭-开滤波器, 其定义如下:

定义 2 设 $f(n)$ 为输入信号, B_1 、 B_2 为两个结构元素, 且 $B_1 \subseteq B_2$, 则广义形态开-闭 (OC) 和闭-开 (CO) 滤波器分别定义为

$$\text{OC}(f(n)) = (f \circ B_1 \bullet B_2)(n), \quad (5)$$

$$\text{CO}(f(n)) = (f \bullet B_1 \circ B_2)(n). \quad (6)$$

利用开、闭运算的性质, 不难证明广义形态开-闭和闭-开滤波器具有如下重要性质^[8,9]。

(1) 平移不变性

$$\text{OC}(f(n-m) + s) = \text{OC}(f)(n-m) + s, \quad (7)$$

$$\text{CO}(f(n-m) + s) = \text{CO}(f)(n-m) + s, \quad (8)$$

这里 $m \in Z^{(2)}$, $s \in R$ 。 Z 、 R 分别表示整数、实数集合。

(2) 递增性 若 $f_1(n) \leq f_2(n)$, 则

$$\text{OC}(f_1(n)) \leq \text{OC}(f_2(n)), \quad (9)$$

$$\text{CO}(f_1(n)) \leq \text{CO}(f_2(n)). \quad (10)$$

(3) 对偶性

$$[\text{OC}(f(n))]^c = \text{CO}(f^c(n)), \quad (11)$$

$$[\text{CO}(f(n))]^c = \text{OC}(f^c(n)). \quad (12)$$

符号 c 表示求补运算。

(4) 幂等性

$$\text{OC}[\text{OC}(f(n))] = \text{OC}(f(n)), \quad (13)$$

$$\text{CO}[\text{CO}(f(n))] = \text{CO}(f(n)). \quad (14)$$

3 广义多结构元素并行复合形态滤波器

3.1 定义和性质

基于广义形态开-闭和闭-开滤波器, 我们采用多结构元素, 构造了一类并行复合形态滤波器, 分别称之为广义形态开-闭最大滤波器和闭-开最小滤波器。

定义 3 设 $f(n)$ 为一离散数字图象, $\{B_{11}, B_{12}, \dots, B_{1N}\}$ 和 $\{B_{21}, B_{22}, \dots, B_{2N}\}$ 为两个多结构元素集, 且 $B_{1i} \subseteq B_{2i}, i \in (1, 2, \dots, N)$, 则广义形态开-闭最大滤波器和闭-开最小滤波器分别定义为

$$\Psi_{OC}(f(n)) = \max_{i \in (1, 2, \dots, N)} (f \circ B_{1i} \bullet B_{2i})(n), \quad (15)$$

$$\Psi_{CO}(f(n)) = \min_{i \in (1, 2, \dots, N)} (f \bullet B_{1i} \circ B_{2i})(n). \quad (16)$$

广义形态开-闭最大滤波器和闭-开最小滤波器同样具有如下重要性质:

(1) 平移不变性

$$\Psi_{OC}(f(n-m) + s) = \Psi_{OC}(f)(n-m) + s, \quad (17)$$

$$\Psi_{CO}(f(n-m) + s) = \Psi_{CO}(f)(n-m) + s. \quad (18)$$

(2) 递增性 若 $f_1(n) \leq f_2(n)$, 则

$$\Psi_{OC}(f_1(n)) \leq \Psi_{OC}(f_2(n)), \quad (19)$$

$$\Psi_{CO}(f_1(n)) \leq \Psi_{CO}(f_2(n)). \quad (20)$$

(3) 对偶性

$$[\Psi_{OC}(f(n))]^c = \Psi_{CO}(f^c(n)), \quad (21)$$

$$[\Psi_{CO}(f(n))]^c = \Psi_{OC}(f^c(n)). \quad (22)$$

(4) 幂等性

$$\Psi_{OC}(\Psi_{OC}(f(n))) = \Psi_{OC}(f(n)), \quad (23)$$

$$\Psi_{CO}(\Psi_{CO}(f(n))) = \Psi_{CO}(f(n)). \quad (24)$$

上述性质证明见附录.

3.2 阈值叠加准则

设非负离散图象信号 $f(n)$ 具有 $M+1$ 个整数值, 即 $0, 1, \dots, M$. 在所有灰度电平 $0 \leq a \leq M$ 上对 $f(n)$ 取阈值, 我们可获得阈值二值信号为

$$f_a(n) = \begin{cases} 1, & f(n) \geq a; \\ 0, & f(n) < a. \end{cases} \quad (25)$$

$f(n)$ 可从它所有的二值阈值信号正确重建, 即

$$f(n) = \sum_{a=1}^M f_a(n) = \max\{a : f_a(n) = 1\}. \quad (26)$$

若系统 Ψ 满足下列条件:

$$\Psi(f) = \sum_{a=1}^M \Psi(f_a), \quad (27)$$

则称它遵守阈值叠加准则。不难验证: 腐蚀、膨胀、开运算和闭运算均遵守阈值叠加准则^[2,10]。广义形态开-闭最大滤波器和闭-开最小滤波器也遵守阈值叠加准则, 即

$$\begin{aligned}\Psi_{OC}(f(n)) &= \max_{i \in (1,2,\dots,N)} \left\{ \sum_{a=1}^M f_a(n) \circ B_{1i} \bullet B_{2i} \right\} \\ &= \max_{i \in (1,2,\dots,N)} \left\{ \sum_{a=1}^M (f_a \circ B_{1i})(n) \bullet B_{2i} \right\} = \max_{i \in (1,2,\dots,N)} \left\{ \left(\sum_{a=1}^M (f_a \circ B_{1i} \bullet B_{2i}) \right) (n) \right\} \\ &= \sum_{a=1}^M \left(\max_{i \in (1,2,\dots,N)} \{ f_a \circ B_{1i} \bullet B_{2i} \} \right) (n) = \sum_{a=1}^M \Psi_{OC}(f_a)(n).\end{aligned}\quad (28)$$

同理得

$$\Psi_{CO}(f(n)) = \sum_{a=1}^M \Psi_{CO}(f_a)(n) \quad (29)$$

因此, 利用阈值分解方法, 广义多结构元素并行复合形态滤波器可通过相应的二值形态变换实现并行处理。

4 计算机模拟结果

为了验证所提滤波算法的有效性, 本节对噪声污染的图象信号进行处理。图 1 为两组四种线性结构元素, 图 2 为一 $512 \times 512 \times 8\text{bit}$ 原始图象, 图 3 为噪声污染图象 (正、负脉冲噪声概率为 10%)。图 4, 5 分别为采用一个 3×3 方形结构元素的传统开-闭滤波和闭-开滤波结果。采用第一组结构元素, 分别进行开-闭最大滤波和闭-开最小滤波, 结果如图 6, 7。利用本文所提滤波算法, 采用第一组和第二组结构元素, 分别进行广义开-闭最大滤波和广义闭-开最小滤波, 结果如图 8, 9。通过比较可以看出, 传统的开-闭滤波和闭-开滤波模糊了图象的细节特征, 滤波效果不好; 普通的开-闭最大滤波和闭-开最小滤波虽保持了细节, 但没有完全滤除噪声, 而本文提出的广义开-闭最大滤波和广义闭-开最小滤波不仅有效地抑制图象中的噪声, 而且较好地保持了图象的几何结构特征。

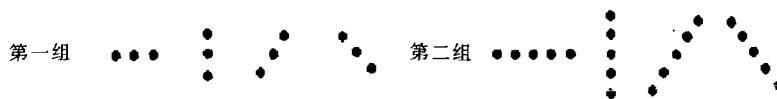


图 1 两组四种线性结构元素



图 2 原始图象



图 3 噪声污染图象



图 4 开-闭滤波结果



图 5 闭-开滤波结果



图 6 开-闭最大滤波结果



图 7 闭-开最小滤波结果



图 8 广义开-闭最大滤波结果



图 9 广义闭-开最小滤波结果

5 结束语

形态滤波是近年来兴起的一种非线性数字信号处理技术。目前, 尚没有设计形态滤波器的系统方法。本文基于广义形态开-闭和闭-开滤波器, 采用多结构元素, 构造了广义开-闭最大和闭-开最小两种滤波器。它们不仅可以有效地抑制图象中的噪声, 而且较好地保持图象的几何结构特征。这两种滤波器遵守阈值叠加准则, 适合于用 VLSI 实现并行实时处理。

附 录

广义多结构元素并行复合形态滤波器性质证明。

第 3.1 节中性质 (1) 可利用广义多结构元素并行复合形态滤波器的定义, 以及第 2 节中性质 (1), 容易证明, 这里省略。

第 3.1 节中性质 (2) 的证明由第 2 节中性质 (2) 得

$$(f_1 \circ B_{1i} \bullet B_{2i})(n) \leq (f_2 \circ B_{1i} \bullet B_{2i}), \quad i = 1, 2, \dots, N;$$

则

$$\max_{i=1,2,\dots,N} (f_1 \circ B_{1i} \bullet B_{2i})(n) \leq \max_{i=1,2,\dots,N} (f_2 \circ B_{1i} \bullet B_{2i})(n),$$

即

$$\Psi_{OC}(f_1(n)) \leq \Psi_{OC}(f_2(n)).$$

同理可证

$$\Psi_{CO}(f_1(n)) \leq \Psi_{CO}(f_2(n)).$$

第 3.1 节中性质 (3) 的证明

$$\begin{aligned} [\Psi_{OC}(f(n))]^c &= \left[\max_{i \in (1,2,\dots,N)} (f \circ B_{1i} \bullet B_{2i})(n) \right]^c \\ &= \max_{i \in (1,2,\dots,N)} [(f \circ B_{1i} \bullet B_{2i})(n)]^c = \max_{i \in (1,2,\dots,N)} [(f \circ B_{1i})^c \circ B_{2i}](n) \\ &= \max_{i \in (1,2,\dots,N)} [(f^c \bullet B_{1i} \circ B_{2i}](n) = \Psi_{CO}(f^c(n)). \end{aligned}$$

同理可证

$$[\Psi_{CO}(f(n))]^c = \Psi_{OC}(f^c(n)).$$

第 3.1 节中性质 (4) 的证明

因为

$$\begin{aligned}\Psi_{OC}[\Psi_{OC}(f(n))] &= \max_{i \in (1,2,\dots,N)} \left\{ \left[\max_{i \in (1,2,\dots,N)} (f \circ B_{1i} \bullet B_{2i}) \right] \circ B_{1i} \bullet B_{2i} \right\} (n) \\ &\geq \max_{i \in (1,2,\dots,N)} \{ f \circ B_{1i} \bullet B_{2i} \circ B_{1i} \bullet B_{2i} \} (n) \\ &= \max_{i \in (1,2,\dots,N)} \{ f \circ B_{1i} \bullet B_{2i} \} (n) = \Psi_{OC}(f(n)),\end{aligned}$$

又

$$\begin{aligned}\Psi_{OC}[\Psi_{OC}(f(n))] &= \max_{i \in (1,2,\dots,N)} \left\{ \left[\max_{i \in (1,2,\dots,N)} (f \circ B_{1i} \bullet B_{2i}) \right] \circ B_{1i} \bullet B_{2i} \right\} (n) \\ &\leq \max_{i \in (1,2,\dots,N)} \left\{ \left[\max_{i \in (1,2,\dots,N)} (f \circ B_{1i} \bullet B_{2i}) \right] \bullet B_{2i} \right\} (n) \\ &\leq \max_{i \in (1,2,\dots,N)} \left\{ \max_{i \in (1,2,\dots,N)} f \circ B_{1i} \bullet B_{2i} \bullet B_{2i} \right\} (n) \\ &= \max_{i \in (1,2,\dots,N)} (f \circ B_{1i} \bullet B_{2i}) (n) = \Psi_{OC}(f(n)).\end{aligned}$$

所以

$$\Psi_{OC}(\Psi_{OC}(f(n))) = \Psi_{OC}(f(n)).$$

同理可证

$$\Psi_{CO}(\Psi_{CO}(f(n))) = \Psi_{CO}(f(n)).$$

参 考 文 献

- [1] Serra J. Morphological filtering: An overview. *Signal Processing*, 1994, 38(1): 3-11.
- [2] Serra J. *Image analysis and mathematical morphology*. New York: Academic, 1982, 1-25.
- [3] Song J, Delp E J. A study of the generalized morphological filter. *Circuits, Systems and Signal Process.*, 1992, 11(2): 229-252.
- [4] 吴敏金. 图像形态学. 上海: 上海科学技术文献出版社, . 1991, 160-187.
- [5] Maragos P, Schafer R W. Morphological filters-Part I: Their set-theoretic analysis and relations to linear shift-invariant filters. *IEEE Trans. on ASSP*, 1987, ASSP-35(8): 1153-1169.
- [6] Maragos P, Schafer R W. Morphological filters-Part II: Their relations to median, order statistic, and stack filters. *IEEE Trans. on ASSP*, 1987, ASSP-35(8): 1170-1184.
- [7] 赵春晖, 孙圣和. 一类多结构元素并行复合形态滤波器. *哈尔滨工业大学学报*. 1997, 29(2): 64-67.
- [8] Zhao Chunhui, et al. A generalized morphological filter based on adaptive weighted average, *The Chinese Journal of Electronics*, 1997, 6(3): 32-37.
- [9] Stevenson R L, Arce G. Morphological filters: Statistical and further syntactic properties. *IEEE Trans. on CAS*, 1987, CAS-34(11): 1292-1305.
- [10] Maragos P, Ziff R D. Threshold superposition in morphological image analysis systems. *IEEE Trans. on PAMI*, 1990, PAMI-12(5): 498-504.

GENERALIZED PARALLEL COMPLEX MORPHOLOGICAL FILTERS WITH MULTIPLE STRUCTURING ELEMENTS

Zhao Chunhui Sun Shenghe

(*Harbin Institute of Technology, Harbin 150001*)

Abstract Based on the generalized open-closing and close-opening operations in mathematical morphology, a class of generalized parallel complex morphological filters is constructed by using multiple structuring elements in this paper. These filters possess some important properties such as translation invariance, increasing, duality and idempotence and obey the threshold superposition rule. They can not only efficiently suppress noise in images but also preserve the geometrical features of images. The results of computer simulation show that the new filtering method is quite effective.

Key words Mathematical morphology, Morphological filters, Nonlinear filtering, Structuring element, Image processing

赵春晖: 男, 1965 年生, 博士生, 研究领域为数字信号处理, 非线性滤波, 形态滤波器及其应用算法, 图象处理.

孙圣和: 男, 1937 年生, 教授, 博士生导师, 现从事自动化测试与控制, 系统辨识研究.