# 基于形态学尺度空间和梯度修正的分水岭分割

王小鹏<sup>102</sup> 郝重阳<sup>10</sup> 樊养余<sup>10</sup> (西北工业大学电子与信息工程研究所 西安 710072) <sup>20</sup>(兰州交通大学信电学院 兰州 730070)

**摘 要** 分水岭是一种有效的图像分割方法,但存在过分割现象,为此提出了一种基于形态学尺度空间和梯度修 正的分水岭图像分割方法,该方法利用形态学混合开闭重建尺度空间和梯度修正技术,在平滑原始图像的同时保 留了重要的区域轮廓而去除了易造成过分割的区域细节和噪声,克服了传统的形态学开闭尺度空间在平滑细节和 噪声时,部分重要区域轮廓也被平滑及不满足尺度因果性的问题。对平滑后的图像采用梯度修正分水岭变换,保 持了尺度和分割区域数目间的因果性,进一步消除了标准分水岭的过分割现象。仿真实验表明,该方法能有效地 消除过分割现象,分割的区域数目满足尺度因果性,且具有较高的区域轮廓定位能力。

关键词 图像分割,形态学尺度空间,梯度修正,分水岭

中图分类号: TP391.41 文献标识码: A 文章编号 1009-5896(2006)03-0485-05

# Watershed Segmentation Based on Morphological Scale-Space and Gradient Modification

Wang Xiao-peng $\square^{\square\square}$ Hao Chong-yangFan Yang-yu $\square$  $\square$  $\square$  $\square$  $\square$ 

<sup>®</sup> (Institute of Electronic & Information Engineering, Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072, China) <sup>®</sup> (College of Information & Electronic Engineering, Lanzhou Jiaotong University, Lanzhou 730070, China)

Abstract A method for watershed image segmentation based on morphological scale-space and gradient modification is proposed to avoid over-segmentation and the drawbacks of some improved watershed segmentations. Firstly, morphological hybrid opening and closing by reconstruction scale-space is employed to smooth the original image, after smoothing, the essential region contours are preserved and unimportant details and noise which are often the causes of over-segmentation are removed, and the problem of the traditional morphological opening and closing scale-space, including the lost of partial essential region contours and not satisfying scale causality, are both avoided. Secondly, in order to eliminate over-segmentation and to keep the scale causality from the extreme to the segmented regions, gradient modification is used before the standard watershed transform, to remove the regional minimum in the gradient image caused by the regional maximum in the smoothed image. Simulations show that this method can efficiently not only avoid over-segmentation, but also satisfy scale causality, and the localization of region contours is precise.

Key words Image segmentation, Morphological scale-space, Gradient modification, Watershed

1 引言

形态学分水岭由于其独特的区域边缘定位和封闭轮廓 提取能力,已广泛应用于图像分割领域,但存在过分割现象, 为此许多文献提出了相应的改进方法<sup>[1-3]</sup>,其中利用尺度空间 对图像进行预平滑是一类有效的方法。线性高斯尺度空间<sup>[4]</sup> 通过高斯尺度滤波器去除图像细节和噪声,达到图像简化的

2004-08-23收到, 2004-12-28改回

目的,然而利用高斯尺度空间平滑图像的同时,一些重要的 边缘也被模糊了,易造成部分边缘轮廓丢失和定位偏移,加 之尺度参数的确定困难,使其难以达到满意的平滑目的。非 线性形态学尺度空间<sup>[5]</sup>由于其较强的边缘定位和目标轮廓提 取能力,已成为近年来的研究热点。形态学膨胀腐蚀尺度空 间<sup>[6]</sup>虽然满足尺度因果性但对噪声敏感,开闭尺度空间<sup>[7]</sup>具 有较好的细节和噪声平滑能力,但不满足区域极小值对尺度 的因果性关系,易使平滑后的图像中产生新的区域极小值, 致使分水岭过分割现象仍然存在。

航空科学基金(02153071)和兰州交通大学"青蓝"人才工程基金 资助课题

有效的分水岭分割,不但应能够消除过分割现象,而且 能够保持区域极小值和分割的区域数对尺度的因果性,为此 本文提出了一种基于形态学尺度空间和梯度修正的分水岭 分割方法,利用形态学开闭重建混合运算构建的尺度空间和 梯度重建修正技术,首先对图像进行平滑,消除图像细节和 噪声而保留重要的区域边缘轮廓,然后对平滑后的图像进行 梯度修正,进一步消除造成过分割的区域极小值,保持尺度 因果性关系的延续,最后对修正后的梯度图像进行分水岭分 割。

#### 2 形态学尺度空间平滑

图像平滑的目的在于减轻或消除造成图像过分割的根本因素,实际上产生过分割的根源在于图像中的非规则细节扰动和噪声。图像信号粒度分析表明<sup>[8]</sup>,大部分非规则细节和噪声成分的粒度通常比目标信息小(如图 1),从这个意义讲,细节和噪声与图像的目标信息具有可分离性。考虑到在去除噪声和细节的同时,保持图像中重要目标的完整性和轮廓定位的准确性,采用非线性滤波方式是比较合适的选择,这种方式能够在消除细节和噪声的同时,保留重要的目标轮廓。



图 1 图像信号中各种成分的粒度分布示意图

形态学尺度空间是建立在非线性形态学运算基础之上 的,能有效地保留感兴趣的边缘轮廓而消除多余的细节,避 免了边缘轮廓模糊和定位偏移。形态学尺度空间可以通过多 种不同的形态学运算组合实现,如膨胀腐蚀尺度空间,开闭 尺度空间等。本文提出的形态学尺度空间继承了已有形态学 尺度空间及形态学灰度重建运算<sup>[9,10]</sup>的优点,利用形态学混 合开闭重建运算构建的尺度空间对原始图像进行平滑,该尺 度空间一方面满足尺度对区域极小值的因果性关系,另一方 面具有很强的轮廓定位能力。

形态学混合开闭重建尺度空间建立在测地膨胀和腐蚀的基础之上。对于灰度图像 f(x,y)(为了简化,以下用 f代 替 f(x,y),其余类同)和参考图像 r(protect f - 1),形态学测地膨胀定义如下:

$$D_{nb}^{i+1}(f,r) = \min(D_{nb}^{i} \oplus nb, r), D_{nb}^{1}(f,r) = \min(f \oplus nb, r), \qquad i = 1, 2, \cdots$$
(1)

其中 ⊕ 表示形态学膨胀运算, nb 为尺度 n (整数)对应的圆盘 状结构元素,由于圆盘形结构元素具有各向同性,满足旋转 不变性,因此不会造成图像特征值(区域极值等)的畸变。对 于基准结构元素 b, 尺度 n 对应的结构元素 nb 定义为对 b 作 n-1 次连续膨胀。

类似地,形态学测地腐蚀定义为

$$E_{nb}^{i+1}(f,r) = \max(E_{nb}^{i}\Theta nb,r), E_{nb}^{1}(f,r) = \max(f\Theta nb,r),$$
  $i = 1, 2, \cdots$  (2)

其中 $\Theta$ 为形态学腐蚀运算。测地膨胀和腐蚀均为迭代运算, 当迭代次数达到预定值或 $D_{nb}^{i+1} = D_{nb}^{i}$ 和 $E_{nb}^{i+1} = E_{nb}^{i}$ 时,迭代终止。基于上述测地膨胀和腐蚀的运算定义,形态学开和闭重 建运算 $O_{nb}^{(rec)}$ 和 $C_{nb}^{(rec)}$ 分别定义为

$$O_{nb}^{(\text{rec})}(f,r) = D_{nb}^{(\text{rec})}(f \circ nb,r)$$
(3)

$$C_{nb}^{(\text{rec})}(f,r) = E_{nb}^{(\text{rec})}(f \bullet nb,r)$$
(4)

其中。和●分别为形态学开和闭运算, *D*<sup>(rec)</sup> 和 *E*<sup>(rec)</sup> 分别表 示测地膨胀和腐蚀运算收敛时的重建图像。

细节和噪声可能位于图像目标信号的上方,也可能位于 信号下方,如果采用单一的开(或闭)重建运算,只能消除图 像目标信号上方(或下方)的细节和噪声,并且平滑后的图像 总是位于原图像的下方(或上方),因此会造成目标信息的位 置偏移。为了消除图像中明暗细节和噪声以及避免位置偏 移,并考虑到开、闭重建运算分别对图像中明暗细节和噪声 的平滑特性,将上述开和闭重建运算结合,构建形态学混合 开闭重建尺度空间运算,在保持目标信息完整性及位置不变 的前提下,达到同时消除图像中明暗细节和噪声的目的。

形态学混合开闭重建运算 *f*<sub>n</sub><sup>(rec)</sup> 在尺度 *n* 时定义为开闭 和闭开重建运算的平均,即

$$f_{n}^{(\text{rec})} = \frac{1}{2} \left\{ O_{nb}^{(\text{rec})} \Big[ C_{nb}^{(\text{rec})}(f,r), r \Big] + C_{nb}^{(\text{rec})} \Big[ O_{nb}^{(\text{rec})}(f,r), r \Big] \right\}$$
(5)

由于开和闭重建运算分别满足尺度因果性<sup>[11]</sup>,即对于尺度 n2 > n1 > 0,有

$$O_{n2b}^{(\text{rec})}(f,r) \le O_{n1b}^{(\text{rec})}(f,r) \le f$$
(6)

$$C_{n2b}^{(\text{rec})}(f,r) \le C_{n1b}^{(\text{rec})}(f,r) \le f$$

$$\tag{7}$$

因此下列关系成立

$$O_{n2b}^{(\text{rec})}[C_{n2b}^{(\text{rec})}(f,r),r] \le O_{n2b}^{(\text{rec})}[C_{n1b}^{(\text{rec})}(f,r),r] \le O_{n2b}^{(\text{rec})}(f,r)$$
(8)

由上式及式(6),可得

$$O_{n2b}^{(\text{rec})}[C_{n2b}^{(\text{rec})}(f,r),r] \le O_{n1b}^{(\text{rec})}[C_{n1b}^{(\text{rec})}(f,r),r] \le (f,r)$$
(9)

类似地,有

$$C_{n2b}^{(\text{rec})}[O_{n2b}^{(\text{rec})}(f,r),r] \le C_{n1b}^{(\text{rec})}[O_{n1b}^{(\text{rec})}(f,r),r] \le (f,r)$$
(10)

结合式(9)和式(10),则有  $\frac{1}{2} \Big\{ O_{n2b}^{(\text{rec})} \Big[ C_{n2b}^{(\text{rec})}(f,r),r \Big] + C_{n2b}^{(\text{rec})} \Big[ O_{n2b}^{(\text{rec})}(f,r),r \Big] \Big\}$   $\leq \frac{1}{2} \Big\{ O_{n1b}^{(\text{rec})} \Big[ C_{n1b}^{(\text{rec})}(f,r),r \Big] + C_{n1b}^{(\text{rec})} \Big[ O_{n1b}^{(\text{rec})}(f,r),r \Big] \Big\} \leq f \quad (11)$ 即

$$f_{n2}^{(\text{rec})} \le f_{n1}^{(\text{rec})} \le f \tag{12}$$

这表明经混合开闭重建平滑后的重建图像满足尺度因果性 要求。相比之下,传统的形态学开闭尺度空间只能去除图像 中的部分高灰度和低灰度细节,而混合开闭重建运算在图像 的平滑过程中,要么完全去除比当前尺度小的高灰度和低灰 度区域细节,要么完全保留这些细节,因此,利用混合开闭 重建尺度空间运算平滑图像时,随着尺度的递增,图像中的 局部极小值只会消除,而不会产生新的区域极小值,重建图 像中保留下来的区域轮廓也不会发生位置偏移。

### 3 梯度修正分水岭分割

经形态学混合开闭重建尺度空间运算的简化图像  $f_n^{(rec)}$ ,减少或消除了图像中的细节和噪声。由混合开闭重 建尺度空间的因果性,可推出重建图像  $f_n^{(rec)}$ 的区域极小值 满足尺度因果性,即对尺度 n4 > n3 > 0,有

$$N[R_{\min}(f_{n4}^{(\text{rec})})] \le N[R_{\min}(f_{n3}^{(\text{rec})})] \le N[R_{\min}(f)]$$
(13)

其中 N[R<sub>min</sub>(f<sub>n3</sub><sup>(rec)</sup>)] 和 N[R<sub>min</sub>(f<sub>n4</sub><sup>(rec)</sup>)] 分别表示尺度为 n3 和 n4 对应的平滑图像中的区域极小值数目,  $N[R_{min}(f)]$  为原 始图像中区域极小值数目。这种因果性是必然的,因为如果 关系式(13)不成立,随着尺度的递增,会出现新的区域极小 值,那么相应的关系式(12)就不成立,因此对于图像  $f_n^{(rec)}$ , 极小值数目满足尺度因果性。类似地,区域极大值同样满足 尺度因果性。但平滑图像区域极值的因果性并不能保证经分 水岭分割后区域数目和尺度的因果关系,这是因为分水岭分 割是在提取图像极小值的基础上进行的, 而梯度图像中的区 域极小值不同于原始图像平滑后图像中的区域极小值,平滑 图像中区域极大值经梯度变换后,可能变为梯度图像中的区 域极小值,使得 f<sub>n</sub><sup>(rec)</sup> 的极值因果性关系无法延续到梯度图 像,致使梯度图像中仍然存在过多的区域极小值(如图 2),这 种情况一方面仍然会造成最终的过分割,另一方面使尺度和 分割的区域数目难以保持相应的因果性关系。为此在进行标 准分水岭变换之前,首先对梯度图像进行修正,然后再进行 标准分水岭变换提取图像的区域轮廓。



#### 3.1 梯度修正

分水岭变换通过提取图像中区域极小值对应的分水线 实现区域分割,这意味着区域极小值数目和最终的分割区域 数之间存在着一一对应的关系。为了提取区域极小值,通常 先对图像进行灰度对比度增强处理,以突出对比度快速变化 的极值部分。对比度增强的方法很多,其中形态学梯度变换 是一类有效的方法,但变换后的梯度图像不同于变换前的图 像,梯度图像中的区域极小值可能包含 *f*<sup>(rec)</sup>中的极大值, 因此,从消除过分割和保持尺度对区域极小值因果性关系的 角度出发,需要从梯度图像的区域极小值中去除对应于 *f*<sup>(rec)</sup>极大值的极小值像素,即进行梯度图像修正,使修正 后梯度图像中的区域极小值只对应于平滑图像中的区域极 小值。

梯度修正是建立在梯度图像重建的基础上的,其目的是 通过梯度标记将平滑图像中区域极大值映射到梯度图像区 域的极小值去除,进一步消除产生过分割的因素,并保持尺 度因果性关系的延续。

对于平滑图像  $f_n^{(rec)}$ ,其形态学梯度图像为

$$g_n = f_{nb}^{(\text{rec})} \oplus b - f_{nb}^{(\text{rec})} \Theta b$$
(14)

梯度修正过程首先从平滑图像  $f_n^{(rec)}$  中提取区域极大 值,以确定  $g_n$ 的标记图像,通过标记图像对  $g_n$ 进行重建, 使得修正梯度图像的区域极小值只对应于平滑图像  $f_n^{(rec)}$ 的 区域极小值,建立梯度图像和修正梯度图像的同伦映射关 系,其数学描述如下:

对于平滑图像  $f_n^{(rec)}$  中的极值像素点 (x, y),其梯度必然为零,即

$$\nabla[f_n^{(\text{rec})}(x,y)] = 0, \quad (x,y) \in L$$
(15)

其中L为 $f_n^{(\text{rec})}$ 中极值像素集合。由于梯度图像 $g_n$ 中的区域 极小值(即零梯度值)源于 $f_n^{(\text{rec})}$ 的极值,因此, $f_n^{(\text{rec})}$ 的区域 极值 $R_M(f_n^{(\text{rec})})$ 和 $g_n$ 的区域极小值 $R_{Min}(g_n)$ 存在以下包含 关系:

$$R_M(f_n^{(\text{rec})}) \subset R_{\text{Min}}(g_n) \tag{16}$$

基于上述关系,标记图像M(x, y)就是将 $R_{Min}(g_n)$ 中属 于 $R_M(f_n^{(rec)})$ 的极大值像素点(x, y)标记为一常量,从而使修 正后梯度图像中的区域极小值只对应于 *f*<sub>n</sub><sup>(rec)</sup> 中区域极小值。标记图像为

$$M(x, y) = \begin{cases} Max(g_n), & (x, y) \in Q \\ 0, & (x, y) \notin Q \end{cases}$$
(17)

其中Q为 $R_{Min}(g_n)$ 中属于 $R_M(f_n^{(rec)})$ 的极大值像素集合。利用M(x, y)重建梯度图像 $g_n$ ,则修正后的梯度图像 $g'_n$ :

$$g'_{n} = E_{n}^{\text{rec}}[M(x, y), g_{n}(x, y)]$$
(18)

其中 $E_n^{\text{rec}}$ 表示以梯度图像 $g_n$ 为参考图像的形态学灰度腐蚀重建。

修正后的梯度图像 g'<sub>n</sub>和 g<sub>n</sub>除了部分极小值被标记图像 *M*(x,y)中的常数替代而消失外,其余部分基本相同。这意 味着 g'<sub>n</sub>的区域极小值数目与 f<sup>(rec)</sup><sub>n</sub>中的区域极小值相对应, 由于 f<sup>(rec)</sup>的区域极小值数目与尺度存在因果性关系,相应 地,修正后梯度图像 g'<sub>n</sub>的区域极小值数目同样也与尺度存在 因果性关系。从这个意义讲,梯度修正一方面消除了一部分 区域极小值,另一方面保持了相应梯度图像中区域极小数目 与尺度因果性关系。

#### 3.2 分水岭分割

经过形态学开闭混合重建尺度空间平滑后的图像,消除 了非规则的细节扰动和明暗噪声,减轻了造成过分割的因 素,而对平滑图像的梯度变换及梯度修正,则进一步消除了 产生过分割的根本因素,同时保持了尺度对梯度图像区域极 小值的因果性。

由于修正后的梯度图像 g'n 满足区域极小值数目对应于 平滑图像 f<sup>(rec)</sup>中区域极小值,而平滑图像中的区域极小值 满足因果性,因此,修正后梯度图像 g'n 的极小值同样满足尺 度因果性。分水岭变换实际上就是检测出 g'n 中的区域极小 值,并以此确定该区域的分水线,因此,对 g'n 进行标准分水 岭变换后的区域数目也就是 g'n 中的区域极小值数目,从而对 于尺度 n6 > n5 > 0,有

 $N[W(g'_{n6})] \le N[W(g'_{n5})] \le N[W(g_n)]$  (19) 其中  $N[W(g_n)]$ 为原始梯度图像未经过修正而采用分水岭变 换分割的区域数,  $N[W(g'_{n5})]$ 和  $N[W(g'_{n6})]$ 分别表示尺度为 n5和 n6时,经梯度修正后的分水岭分割区域数。这说明, 随着尺度的增大,分割的区域数相应减少,保持了尺度从细 节平滑到分割区域数目的因果关系。

从整个分割过程来看,图像的最终分割结果取决于所选 择的圆盘状结构元素大小(即尺度),而尺度大小的选择则取 决于对图像的具体分析需要,因此,这种基于形态学尺度空 间的梯度修正分水岭图像分割方法,具有很强的适应性,从 一定程度上降低了图像分割的复杂程度。

#### 4 仿真实验

为了验证方法的有效性及分割性能, 仿真实验分别从消

除过分割、分割的区域数因果性及分割后的区域定位精度性能等方面进行了测试。仿真实验选取的原始图像如图 3(a), 大小为 256×256 像素,选取的基准结构元素是半径为 1 的 圆盘。首先利用标准的分水岭变换直接对原始图像进行分 割,结果如图 3(b),过分割现象很明显,图 3(c)给出了运用 传统的形态学开闭尺度空间对图像进行平滑而后采用标准 分水岭分割的结果,过分割现象相对减轻但没有消除,图 3(d)~3(f)分别给出了本文方法在不同尺度下的分割结果。



图 3 分割实验结果 (a) 原始图像, (b) 标准分水岭分割, (c)开闭分水岭分割,

(d)本文方法(n=2), (e) 本文方法(n=3), (f) 本文方法(n=8)

从分割结果的视觉效果来看,本文方法首先消除了过分 割现象,同时一些重要的区域轮廓在不同尺度下均被保留(如 大辣椒的轮廓等),一些细节轮廓(如辣椒上的亮光斑及背景 细节)和噪声则随着尺度的增大而逐渐消失;而传统的形态学 开闭尺度空间分水岭分割法,随着尺度的递增,细节和部分 重要的轮廓均被消除了,而且过分割现象相对减轻但没有消 除。分步实验表明,若对原始图像只平滑而不进行梯度图像 修正,那么过分割现象减轻但没有完全消除,分割的区域数 目不满足尺度因果性。若不预先平滑原始图像而只进行梯度 图像修正,过分割现象严重。

从分割区域数目的尺度因果性方面,随着尺度参数的增 大,相应的分割区域数目减少,满足分割区域数对尺度的因 果性关系,而传统的形态学开闭尺度空间分水岭分割法则不 满足这种因果性关系(实验数据对比如表 1),比如尺度 *n*=5 时比 *n*=4 的区域数目多。

为了定量测试本文方法的区域轮廓定位及重要目标的 完整性保持性能,实验选取了一副内容相对简单的硬币图像 如图 4(a),大小为 314×234 像素,其中包含大小和灰度值不 同的硬币,尽管分割此类简单图像其它方法也可以获得满意 的效果,但在此主要是为了测试本文方法的区域轮廓定位及 目标形状的保真性能。图 4(b)给出了理想情况下的区域目标

	尺度 <i>n</i>					3	4	5	7		8	10	
	本文方法分割的区域数目					300	225	167	98	3	45	23	
	形态学开闭尺度空间分水岭分割的区域数目				981	709	530	540	45	7	457	402	
	尺度 <i>n</i>	尺度 n 1 2 3			4	5	6	7	8	10	平	平均值	
	目标区域定位精度	96.67	95.23	96.81	97.13	97.04	97.52	97.25	96.97	95.86	90	5.72	





图 4 区域轮廓定位精度及主要目标完整性保持实验

(a) 原始图像,(b) 理想分割区域轮廓,(c) 本文方法分割结果 分割结果(手工提取的硬币目标区域轮廓),图 4(c)为本文方 法在基准圆形结构元素半径为 2,尺度为 3 时的分割结果, 比较图 4(b)和图 4(c),可以明显地看出,本文方法有效地保 留了图像的基本目标信息及其形状(8 枚硬币均被检出,且未 发生形状畸变)。

分割后的图像目标区域定位精度定量计算采用如下方 式定义:

$$\rho_n = \frac{\rho_r(n)}{\rho_o} \times 100\% \tag{20}$$

其中 $\rho_n$ 表示尺度为n时的测试目标(硬币)的定位精度,  $\rho_r(n)$ 表示尺度为n时分割的目标区域与理想分割结果对应 目标区域重叠的像素数目, $\rho_o$ 表示理想情况下测试目标的 区域像素数目。从实验测试数据(如表 2)可以看出,本文方法 具有较高的目标区域定位精度。

#### 5 结束语

提出的基于形态学尺度空间和梯度修正的分水岭图像 分割方法,利用形态学混合开闭重建尺度空间对图像进行平 滑,一方面保留了重要的区域轮廓而去除了细节和噪声,另 一方面满足了区域极小值对尺度的因果性关系。对平滑后的 图像采用了梯度修正重建,保证了尺度因果关系的延续,进 一步消除了标准分水岭产生过分割的根源,保持了尺度和分 割区域数目的因果性。在分割的视觉效果、消除过分割、因 果关系及区域轮廓定位等性能方面,该方法均具有较好的分 割效果,加之尺度选择的方便性,使得该方法具有较广阔的 应用范围。

## 参考文献

[1] 赵建伟, 王朋, 刘重庆. 基于小波变换的分水岭图像分割方法,

光子学报, 2003, 32(5): 602-604.

- [2] Wang D. A multiscale gradient algorithm for image segmentation using watersheds. *Pattern Recognition*, 1997, 30(12): 2043 – 2052.
- [3] Jackway P T. Gradient watershed in morphological scale-space. IEEE Trans. on Image Processing, 1996, 5(6): 913 – 921.
- [4] 胡巍,张桂林,陈朝阳. 一种基于尺度空间理论的高斯平滑方法. 数据采集与处理, 1998, 13(3): 276-279.
- [5] Heijmans H J A M, Van D B R. Algebraic framework for linear and morphological scale-spaces. *Journal of Visual Communication and Image Representation*, 2002, 13(3): 269 – 300.
- [6] Jackway P T, Deriche M. Scale-space properties of the multiscale morphological dialation-erosion. *IEEE Trans. on Pattern Anal. Machine Intell.*, 1996, 18(1): 38 – 51.
- [7] Volker M, Christian T, Thomas L. Segmentation of medical images by feature tracing in a selfdual morphological scale-space. Proceedings of SPIE, 2001, 4322: 139 – 150.
- [8] Lee C K, Wang S P. A mathematical morphological approach for segmenting heavily noise corrupted images. *Pattern Recognition*, 1996, 29(8): 1347 – 1357.
- Beucher S. Geodesic reconstruction, saddle zones & hierarchical segmentation. *Image Anal. Stereol.*, 2001, 20(2): 137 – 141.
- [10] Vicent L. Morphological grayscale reconstruction image analysis: Application and efficient algorithms. *IEEE Trans. on Image Processing*, 1993, 2(4): 176 – 201.
- Salembier P. Morphological multiscale segmentation for image coding. *Signal Processing*, 1994, 38(3): 359 – 386.
- 王小鹏: 男,1969年生,博士生,副教授,感兴趣的方向为图像 分析与识别、多媒体信息处理。
- 郝重阳: 男,1940年生,教授,博士生导师,研究领域包括图像 处理、模式识别、虚拟现实等.
- 樊养余: 男,1960年生,教授,博士生导师,研究领域包括信号 处理、图像分析、虚拟现实等.