

# 单元方向可控自适应圆阵的理论研究\*

刘 振 威

(中国空间技术研究院总体部)

## 提 要

本文采用一种振子型合成元作为阵元组成圆阵天线,通过一组加权,可控制阵中所有的元方向图型都指向预先任意规定的相控方向。这在“全向”范围内,任何方向都能形成强定向波束,以有效地获取有用信号。在此基础上,本文通过引入等效干扰源的概念,把 Gabriel 的各向同性元自适应直线阵理论扩展应用到有向元圆阵,对单元方向可控自适应圆阵专题进行了研究。它包括:阵远区辐射图型;单元方向可控圆阵系统输入协方差矩阵的导出;单元方向可控自适应圆阵辐射图型正交分解;阵系统输出噪声瞬态特性公式。

## 一、引 言

控制天线阵各种参量,以最大的可能,形成有利于提高信/噪比的辐射图型,一直是天线阵工程的中心课题之一。自适应阵技术是一种十分有效的技术,之所以有效是因为它以某种算法通过处理器引导天线阵自己适应复杂的干扰环境,对于有用信号方向产生强定向波束,对于干扰对应辐射图型的位置上形成深度零点或凹槽<sup>[1]</sup>。近年来,在自适应阵的研究中,由于圆阵具有“全向”捕捉信号的能力和快速自适应响应的特点,而给予了特别地关注。因此,本文从单元方向可控,相控和自适应三个方面的结合上,提出一种单元方向可控自适应圆阵专题。它采用一种振子型合成元作为阵元<sup>[2]</sup>,通过一组多重加权,可控制阵中所有的合成元方向图型都指向预先任意选定的相控方向。这不仅在“全向”范围内任何方向上都能充分利用每个元而有效地形成强定向波束,并同时使得圆阵阵因子化<sup>[6]</sup>。在这个基础上,本文通过引入等效干扰源的概念,把 Gabriel 的各向同性元自适应直线阵理论扩展应用到有向元圆阵,对单元方向可控自适应圆阵天线进行了研究。它包括:阵远区辐射图型公式;单元方向可控圆阵系统输入协方差矩阵的导出;单元方向可控自适应圆阵波束正交分解;阵系统输出噪声瞬态特性公式。

## 二、单元方向图型可控圆阵远区辐射图型公式

在  $xoy$  平面内,以  $o$  点为圆心,以  $a$  为半径的圆周上,等间隔地放置  $M$  个合成元,如图 1 所示。第  $m$  元 ( $m = 1, 2, \dots, M$ ) 的位置坐标向量为  $\mathbf{a}_m = a(\hat{x} \cos \phi_m + \hat{y} \sin \phi_m)$ ,

\* 1980年7月12日收到。

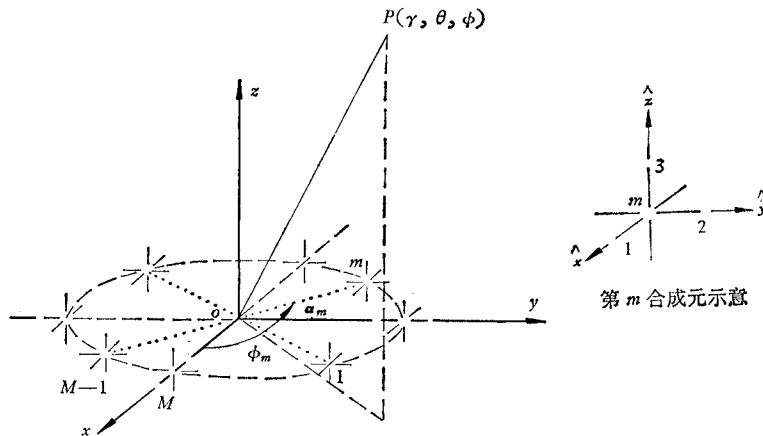


图 1 合成元圆阵几何结构

Fig. 1 Geometrical configuration for circular array of combined elements

$\phi_m = \frac{2\pi m}{M}$ ; 每个合成元由三个相互垂直的振子组成, 其中, 第 1、2、3 振子的轴向单位向量分别在  $\hat{x}$ 、 $\hat{y}$ 、 $\hat{z}$  方向上;  $\hat{x}$ 、 $\hat{y}$ 、 $\hat{z}$  分别表示坐标  $x$ 、 $y$ 、 $z$  的单位向量。

根据阵辐射空间几何关系<sup>[5]</sup>, 求得合成元圆阵天线远区辐射场  $\mathbf{E}_{\text{阵}}(\theta, \phi)$  为

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_{\text{阵}}(\theta, \phi) = & -j \frac{60}{r} \left[ \frac{\pi l}{\lambda} \right] e^{-jk_0 r} \sum_{m=1}^M \{ I_{m1} [\cos \theta \cos \phi \hat{\theta} - \sin \phi \hat{\phi}] \\ & + I_{m2} [\cos \theta \sin \phi \hat{\theta} + \cos \phi \hat{\phi}] + I_{m3} [-\sin \theta \hat{\theta}] \} \\ & \times e^{j[\delta_m + k_0 a \sin \theta \cos(\phi - \phi_m)]} \end{aligned} \quad (1)$$

式中,  $l$  为振子的臂长;  $I_{m1}$ 、 $I_{m2}$ 、 $I_{m3}$  分别为第  $m$  合成元第 1、2、3 振子的激励电流幅度;  $\hat{\theta}$ 、 $\hat{\phi}$  分别为阵球面坐标方向角  $\theta$ 、 $\phi$  的单位向量;  $\delta_m$  是第  $m$  合成元的激励相位;  $k_0 = \frac{2\pi}{\lambda}$ , 是波数。

令某任意选择的相控方向为  $\hat{r}_0(\theta_0, \phi_0)$ , 根据同相定向条件, 则有

$$\delta_m = -k_0 a \sin \theta_0 \cos(\phi_0 - \phi_m) \quad m = 1, 2, \dots, M \quad (2)$$

并取一组加权条件:

$$\left. \begin{aligned} -I_{m1} = I_{m2} = -I_{m3} = I_0 \\ \sin \phi_{meR1} = -\cos \phi_0 \\ \cos \phi_{meR1} = \sin \phi_0 \\ \cos \phi_{meR2} = \cos \theta_0 \\ \sin \phi_{meR2} = \sin \theta_0 \end{aligned} \right\} m = 1, 2, \dots, M \quad (3)$$

式中,  $\phi_{meR1}$  称为合成元第一加权旋转角;  $\phi_{meR2}$  称为其第二加权旋转角。将式 (3) 权因子代入式 (1), 则得:

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_{\text{阵}}(\theta, \phi) |_{\text{加权}} = & -j \frac{60 I_0}{r} \left[ \frac{\pi l}{\lambda} \right] e^{-jk_0 r} \sum_{m=1}^M \{ [(-\cos \theta \cos \phi \hat{\theta} + \sin \phi \hat{\phi}) \\ & \times \sin \phi_{meR1} + (\cos \theta \sin \phi \hat{\theta} + \cos \phi \hat{\phi}) \cos \phi_{meR1}] \\ & \times \cos \phi_{meR2} + [\sin \theta \hat{\theta}] \sin \phi_{meR2} \} \times e^{j[\delta_m + k_0 a \sin \theta \cos(\phi - \phi_m)]} \end{aligned}$$

$$= -j \frac{60 I_0}{r} \left[ \frac{\pi l}{\lambda} \right] e^{-ik_0 r} \mathbf{g}(\theta, \phi)_{|(\theta_0, \phi_0)} \times \sum_{m=1}^M e^{j(\delta_m + k_0 a \sin \theta \cos(\phi - \phi_m))} \quad (4)$$

式中,  $\mathbf{g}(\theta, \phi)_{|(\theta_0, \phi_0)} = [\cos \theta \cos \theta_0 \cos(\phi - \phi_0) + \sin \theta \sin \theta_0] \hat{\boldsymbol{\theta}} - \cos \theta_0 \sin(\phi - \phi_0) \hat{\boldsymbol{\phi}}$ . 归一化合成元加权相控圆阵辐射图型函数<sup>[7]</sup>  $\mathbf{G}_{\text{圆}}(\theta, \phi)_{|_{\text{加权}}}$  为:

$$\mathbf{G}_{\text{圆}}(\theta, \phi)_{|_{\text{加权}}} = \mathbf{g}(\theta, \phi)_{|(\theta_0, \phi_0)} \left\{ J_0(k_0 \rho) + 2 \sum_{n=1}^{\infty} j^{Mn} J_{Mn}(k_0 \rho) \cos(Mn\xi) \right\} \quad (5)$$

式中,

$$k_0 \rho = k_0 a \sqrt{[\sin \theta \cos \phi - \sin \theta_0 \cos \phi_0]^2 + [\sin \theta \sin \phi - \sin \theta_0 \sin \phi_0]^2}$$

$$\xi = \arccos \left[ \frac{a(\sin \theta \cos \phi - \sin \theta_0 \cos \phi_0)}{\rho} \right]$$

式(5)表明: 当对合成元圆阵通过式(3)多重加权后, 在相控方向  $\hat{\mathbf{r}}_0(\theta_0, \phi_0)$  上, 阵中每个元的场强方向都为  $\hat{\boldsymbol{\theta}}$  方向, 并且相对幅度得到都为 1 的最大值, 因此在相控方向产生了有效地叠加, 这说明了在三维空间中任意选择的方向上都能实现完全的相控, 而形成强定向波束. 通过合成元加权方式, 阵中的每个元都具有一致性的特征, 而使得有方向元圆阵阵因子化. 因此, 式(5)被称为单元方向可控圆阵的辐射图型. 以后分析表明式(5)是自适应波束正交分解中, 我们要选择的静态主波束图型  $\mathbf{G}_{\text{圆}}(\theta, \phi)$ , 并且这点说明了自适应阵与相控阵紧密关系的一个方面.

### 三、单元方向可控系统输入协方差矩阵 $\mathbf{N}_{\text{圆}}$ 的导出

令有  $I$  个统计不相关的干扰信号源, 以平面波传来, 分别为  $\mathbf{J}_1, \mathbf{J}_2, \dots, \mathbf{J}_I$ , 其到达方向分别为  $\hat{\mathbf{r}}(\theta_1, \phi_1), \hat{\mathbf{r}}(\theta_2, \phi_2), \dots, \hat{\mathbf{r}}(\theta_I, \phi_I)$ . 这里, 定义  $J'_i$  为第  $\mathbf{J}_i$  干扰源与单元可控方向图极化方向等效干扰源电压

$$J'_i = \langle \mathbf{g}(\theta_i, \phi_i)_{|(\theta_0, \phi_0)} \mathbf{J}_i \rangle \quad i = 1, 2, \dots, I \quad (6)$$

并考虑第  $m$  合成元通道接收机噪声为  $n_m$ , 则第  $m$  合成元上干扰——噪声源的信号幅度  $\mathbf{E}'_m$  为

$$\mathbf{E}'_m = n_m + \sum_{i=1}^I J'_i e^{jk_0 a \sin \theta_i \cos(\phi_i - \phi_m)} \quad (7)$$

根据式(7), 则单元方向可控圆阵干扰——噪声信号空间列矢量  $\mathbf{E}'$  为

$$\mathbf{E}' = [\mathbf{E}'_1, \mathbf{E}'_2, \dots, \mathbf{E}'_M] \quad (8)$$

式中, “ $i$ ”表示矩阵的转置. 因为阵系统输入协方差矩阵由阵干扰——噪声信号空间列矢量在复空间意义上的并矢的平均构成. 根据式(5), 得到单元方向可控圆阵系统输入协方差矩阵  $\mathbf{N}_{\text{圆}}$  为

$$\mathbf{N}_{\text{圆}} = \{ \overline{\mathbf{E}'^* \mathbf{E}'} \} \quad (9)$$

不难证明, 单元方向可控圆阵系统协方差矩阵  $\mathbf{N}_{\text{圆}}$  是正定 Hermit 矩阵. 因此它具有如下性质<sup>[8,9]</sup>:  $\mathbf{N}_{\text{圆}}$  的特征值都是正实数; 其非重特征值所对应的特征矢量在 Hermit 长度意义上可被规格化, 构成了正交规格化矢量集合; 多重性  $S$  的特征值存在着  $S$  个线性不

相关的特征矢量,用 Gram-Schmidt 正交化方法,可得到  $S$  个正交规格化特征矢量. 因此,我们得到  $M$  个正交规格化特征矢量  $\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \dots, \mathbf{e}_M$  构成  $\mathbf{N}_{\text{圆}}$  的特征矢量的完整空间. 它是自适应波束分解的基础.

#### 四、单元方向可控自适应圆阵辐射图型正交分解

图 2 表示第  $m$  合成元自适应环电路图,该环的电路微分方程为

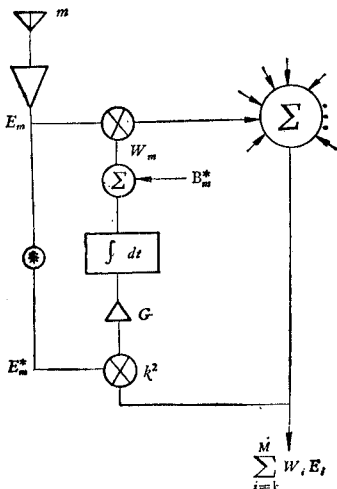


图 2 第  $m$  合成元自适应环电路

Fig. 2 Adaptive control loop of the  $m$ th combined element

$$\tau_0 \frac{dW_m}{dt} + W_m = B_m^* - \gamma \left( E_m'^* \sum_{m=1}^M W_m E_m' \right) \quad (10)$$

式中,  $W_m$  是第  $m$  合成元自适应权;  $B_m^*$  是第  $m$  合成元波束——控向分量;  $\gamma = k^2 G$  为电路参数;  $\tau_0$  是积分电路时间常数. 对于具有  $M$  个自适应环的单元方向可控自适应圆阵系统, 自适应环电路微分方程组可用矩阵形式表示为

$$\tau_0 \frac{d\mathbf{W}}{dt} + \mathbf{W} = \mathbf{B}^* - \gamma [\overline{\mathbf{E}'^* \mathbf{E}'}] \mathbf{W} \quad (11)$$

式中,  $\mathbf{W}$ 、 $\mathbf{B}^*$  分别为阵系统加权列矢量和阵系统波束——控向列矢量:

$$\mathbf{W}' = [W_1, W_2, \dots, W_M]$$

$$\mathbf{B}^{*t} = [B_1^*, B_2^*, \dots, B_M^*]$$

用  $\mathbf{N}_{\text{圆}}$  矩阵的正交模态矩阵算子  $\mathbf{Q}$

$$\mathbf{Q}' = [\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \dots, \mathbf{e}_M]$$

对式(11)作变换,并考虑稳态权  $\hat{W}_i(\infty)$ , 初始权  $\hat{W}_i(0)$  与静态权  $\hat{W}_{qi}$  的关系, 求解得到阵权矢量为

$$\hat{W}_i = \hat{W}_{qi} - (1 - e^{-\alpha_i t}) \left( \frac{\mu_i - \mu_0}{\mu_i + 1} \right) \hat{W}_{qi}, \quad i = 1, 2, \dots, M \quad (12)$$

式中, 符号“ $\wedge$ ”表示  $\mathbf{Q}$  变换后的对应的阵参量,  $\hat{\mathbf{W}} = \mathbf{Q}\mathbf{W}$ ;  $\hat{\mathbf{W}}_q = \mathbf{Q}\mathbf{W}_q$ ;  $\alpha_i = \frac{1 + \mu_i}{\tau_0}$  是权瞬态衰减因子;  $\mu_i = \gamma \lambda_i$  是等效增益因子,  $\lambda_i$  为  $\mathbf{N}_{\text{圆}}$  的第  $i$  个特征值;  $\mu_0 = \gamma \lambda_0$ ,  $\lambda_0$  为仅存在合成元通道接收机噪声时,  $\mathbf{N}_{\text{圆}}$  的特征值. 根据正交变换算子  $\mathbf{Q}$  下的内积不变性质, 则单元方向可控自适应圆阵的辐射图型函数  $G_{\text{圆}}(\theta, \phi, t)$  为

$$G_{\text{圆}}(\theta, \phi, t) = \mathbf{g}(\theta, \phi) |_{(\theta, \phi)} \hat{\mathbf{W}}^t \hat{\mathbf{F}}_{\text{圆}}^* \quad (13)$$

式中,

$$\hat{\mathbf{F}}_{\text{圆}}^{*t} = [\mathbf{e}_1^t \mathbf{F}_{\text{圆}}^*, \mathbf{e}_2^t \mathbf{F}_{\text{圆}}^*, \dots, \mathbf{e}_M^t \mathbf{F}_{\text{圆}}^*] \quad (14)$$

$\mathbf{F}_{\text{圆}}^*$  是单元方向可控圆阵单位信号空间矢量的复共轭, 并且

$$\mathbf{F}_{\text{圆}} = \begin{bmatrix} e^{-jk_0 a \sin \theta \cos(\phi - \phi_1)} \\ e^{-jk_0 a \sin \theta \cos(\phi - \phi_2)} \\ \vdots \\ e^{-jk_0 a \sin \theta \cos(\phi - \phi_M)} \end{bmatrix} \quad (15)$$

它集中反映了阵辐射空间的几何性质。根据天线阵波束形成的原理, 不难看出:  $\hat{\mathbf{F}}_{\text{阵}}^*$  是  $\mathbf{N}_{\text{阵}}$  的特征矢量  $\mathbf{e}_m$ ,  $m = 1, 2, \dots, M$  作为阵权矢量形成  $M$  个正交波束集合  $D_i(\theta, \phi)$ ,  $i = 1, 2, \dots, M$ 。将式(12)代入式(13), 则  $\mathbf{G}_{\text{阵}}(\theta, \phi, t)$  为

$$\mathbf{G}_{\text{阵}}(\theta, \phi, t) = \mathbf{G}_{q\text{阵}}(\theta, \phi) - \mathbf{g}(\theta, \phi)_{|(\theta_0, \phi_0)} \sum_{i=1}^M (1 - e^{-\alpha_i t}) \left( \frac{\mu_i - \mu_0}{\mu_i + 1} \right) \hat{W}_{qi} D_i(\theta, \phi) \quad (16)$$

式中,

$$\mathbf{G}_{q\text{阵}} = \mathbf{g}(\theta, \phi)_{|(\theta_0, \phi_0)} \left\{ J_0(k_0 \rho) + 2 \sum_{n=1}^{\infty} j^{Mn} J_{Mn}(k_0 \rho) \cos(Mn\xi) \right\}$$

对式(16)作如下讨论: 式中第一项  $\mathbf{G}_{q\text{阵}}(\theta, \phi)$  称为静态主波束, 即仅存在合成元通道接收机噪声而无外部干扰源的情况。这时  $\mathbf{N}_{\text{阵}}$  仅存在  $M$  重特征值  $\lambda_0$ 。由于  $(\mu_i - \mu_0)$  因子为零, 式中第二项和式不存在; 因此这种情况与常规相控阵没有什么区别。式中第二项称为加权正交特征矢量波束之和, 当外部环境出现一个干扰时, 这时  $\mathbf{N}_{\text{阵}}$  的秩数为 1, 因而仅存在一个唯一特征值, 而生成一个对应的正交特征矢量波束。经过加权因子  $\hat{W}_{qi}$  与静态主波束在干扰位置精确匹配而形成深度零点。在多重干扰出现的情况下, 由于  $\mathbf{N}_{\text{阵}}$  的秩数与干扰数目相同, 而产生与干扰数目相同的唯一特征值的数目<sup>[10]</sup>形成对应的正交特征矢量波束。在加权因子  $\hat{W}_{qi}$  的作用下, 与静态主波束叠加, 对于不同干扰(依干扰位置、干扰之间的空间分布关系, 干扰功率和带宽等条件)形成不同深度的多重零点。由于干扰不同对应  $\mathbf{N}_{\text{阵}}$  的特征值不同, 将以不同的收敛速度达到稳态解。当外界干扰变化时, 由于  $\mathbf{N}_{\text{阵}}$  对应的唯一特征值和相应的特征矢量变化, 而形成的干扰零点也发生变化; 当某干扰消失时,  $\mathbf{N}_{\text{阵}}$  的对应的唯一特征值消失, 而该干扰零点也消失。因此, 阵辐射图型于干扰零点的生成、存在、变化和消失是实时地随外界复杂的干扰——噪声环境而自适应地变化的。根据上述分析, 式(16)集中反映了单元方向可控自适应圆阵自适应成零的基本规律。

## 五、阵系统输出噪声瞬态响应公式 $\chi_{\text{阵}}$

在自适应阵的研究中, 阵系统输出噪声瞬态响应特性是十分重要的。由于每个合成元通道接收机噪声与外部干扰源之间统计无关,  $\chi_{\text{阵}}$  将由这两部分瞬态响应之和构成。根据式(12), 并假设在所有合成元通道接收机噪声幅度都相同时, 则  $\chi_{\text{阵}}$  为:

$$\chi_{\text{阵}} = 1 + \left\{ \frac{\sum_{i=1}^I P_i \mathbf{G}_{\text{阵}}^2(\theta_i, \phi_i, t) - \sum_{i=1}^M [2 - A_i(t)] A_i(t) |\hat{W}_{qi}|^2}{\sum_{m=1}^M |W_{qm}|^2} \right\} \quad (17)$$

式中,  $A_i(t) = (1 - e^{-\alpha_i t}) \left( \frac{\mu_i - \mu_0}{\mu_i + 1} \right)$ ;  $P_i$  是第  $i$  个干扰功率与静态通道接收机噪声功率之比;  $\mathbf{G}_{\text{阵}}(\theta_i, \phi_i, t)$  由式(16)在  $\hat{\mathbf{r}}(\theta_i, \phi_i)$  方向值给出。根据式(17), 用数值方法可计算出  $\chi_{\text{阵}}$  的特性曲线。

本项研究工作过程中, 得到了中国科学院电子学研究所吕保维教授和西南交通大学任朗教授的热情支持和指导, 在此表示衷心感谢。

## 参 考 文 献

- [ 1 ] W. F. Gabriel, Proc. IEEE, **64**(1976), 239.
- [ 2 ] S. P. Applebaum, IEEE Trans. on AP, **AP-24**(1976), 585.
- [ 3 ] B. Widrow et al., Proc. IEEE, **55**(1967), 2143.
- [ 4 ] B. D. Steinberg, *Principles of Aperture and Array System Design*, John Wiley & Sons, Inc., (1976), chapter 12.
- [ 5 ] 刘振威, 电子学通讯, **2**(1980), 54.
- [ 6 ] 刘振威, 电子学通讯, **1**(1979), 163.
- [ 7 ] 刘振威, 电子学通讯, **1**(1979), 118.
- [ 8 ] F. B. Hildebrand, *Methods of Applied Mathematics*, Prentice-Hall, (1965), pp. 30—45.
- [ 9 ] J. H. Wilkinson, *The Algebraic Eigenvalue Problem*, Oxford England, Clarendon Press, (1965), pp. 24—30.
- [ 10 ] A. E. Bryson, Jr. and Yu-chi Ho, *Applied Optimal Control*, John Wiley & Sons, (1975), pp. 441—448.

## THE ELEMENT PATTERN-STEERABLE ADAPTIVE CIRCULAR ARRAYS

Liu Zhen-wei

(*Institute of Spacecraft System Engineering, The Chinese Academy of Space Technology*)

In this paper the element pattern-steerable adaptive circular arrays are described. The element consists of three-orthogonal dipoles. All the element radiation patterns in the array can be steered by a set of weightings to point to an arbitrary specified direction. Thus a high directional beam in an arbitrary directional position within a 3-dimensional space can be formed to capture a desired signal effectively. On the above basis the techniques of the adaptive linear array of uniformly spaced isotropic elements investigated by W. F. Gabriel are generalized to the special topic of the element pattern-steerable adaptive circular arrays by means of the concept of equivalent interference source.

This paper discusses following theoretical aspects of the said arrays: the array far-zone radiation field, the direction-controlled weighting factors of the element radiation pattern, the covariance matrix of the set of system inputs, the orthogonal resolution of the array output pattern, the transient characteristic for total output noise power of the array system.