

MIMO雷达通信一体化：波束图增益最大化波束成形设计

张若愚^① 任红^① 陈光毅^① 林志^② 吴文*^①

^①(南京理工大学近程射频感知芯片与微系统教育部重点实验室 南京 210094)

^②(国防科技大学电子对抗学院 合肥 230037)

摘要：无线通信设备数量的骤增造成频谱资源日益稀缺，通信用频逐渐向更高频段扩展，从而导致通信与雷达频段出现越来越多的重叠，雷达通信一体化被视为解决频谱拥挤实现高效共生的潜在技术。该文考虑一个多输入多输出(MIMO)雷达通信一体化系统，在实现目标探测的同时进行多用户通信。首先，在满足多用户信干噪比和总功率约束的条件下，最大化目标方向的波束图增益。然后，针对一体化发射波束成形设计问题，提出基于半正定松弛(SDR)和优化最小化(MM)的两种波束成形设计方案，求解得到发射波束成形矢量。最后，仿真结果表明基于MM的方案复杂度更低，并且能够实现与基于SDR的方案几乎相同的波束图增益。此外，随着发射天线数量的增加，基于MM的方案相比于基于SDR的方案复杂度的降低程度变得更为显著。

关键词：雷达通信一体化；多输入多输出；波束成形；波束图增益；优化最小化

中图分类号：TN929.5

文献标识码：A

文章编号：1009-5896(2025)03-0001-09

DOI: 10.11999/JEIT240631

1 引言

随着5G的广泛商用，全球业界已开始对下一代移动通信技术进行研究和探索^[1]。与此同时，无线通信设备数量以指数级增长，通信系统所使用的频段逐渐向高频扩展，导致通信与雷达系统出现越来越多的频段重叠且同频干扰越来越明显^[2-4]。另外，现有通信与雷达系统的不断发展使得它们在硬件架构、信道特性以及信号处理等方面的相似性越来越高，因此，在同一硬件平台共享频谱资源实现的雷达通信一体化将成为解决频谱拥挤问题的一种有效方法^[5,6]。多输入多输出(Multiple-Input Multiple-Output, MIMO)使用多天线技术，充分利用空间维度资源，不仅能够提高通信系统的容量，也为雷达系统提供了更多的空间自由度^[7]。因此，MIMO与雷达通信一体化的结合对于同时实现高精度探测和大容量通信有重要意义。

近年来，科研人员针对MIMO雷达通信一体化的波形设计开展了大量研究，也取得了诸多成果。目前雷达通信一体化系统的波形设计方法主要有3种，分别是雷达为中心、通信为中心和联合设计^[8]。雷达为中心将通信信息嵌入到雷达脉冲中实现雷达通

信一体化，文献^[9]通过旁瓣控制和波形分集使得通信能够共享相同的脉冲雷达频谱，文献^[10]则提出利用稀疏天线阵列结构将通信信息嵌入MIMO雷达发射端。通信为中心基于现有的通信波形和标准兼容协议实现雷达功能，文献^[11]提出一种自适应正交频分复用(Orthogonal Frequency Division Multiplexing, OFDM)雷达通信一体化波形设计方法，文献^[12]考虑了一种基于IEEE 802.11 ad的雷达，实现了厘米级的目标探测精度和千兆/秒的数据传输速率。

联合设计则不依赖于具体的雷达或者通信波形，而是通过建立基于两种功能的联合优化问题来进行一体化波束成形设计，其与MIMO技术的结合可以利用空间自由度来优化通信与雷达的性能，从而对两者之间的性能折中达到更好的调控^[13]。文献^[14,15]在满足单天线功率和通信用户接收信干噪比(Signal-to-Interference-plus-Noise Ratio, SINR)约束的条件下，通过联合优化雷达和通信的发射波束成形矢量以最小化发射波束图的匹配误差。然而，这种方法并未考虑目标的参数估计情况及整体的性能度量。为了对目标的估计性能进行优化，文献^[16]以最小化克拉美罗界为目标进行多用户MIMO雷达通信一体化波束成形设计，并且推导出单用户场景下发射波束成形矢量的闭式解。文献^[17]则通过分析可达克拉美罗界与通信速率间的帕累托边界，研究了雷达估计克拉美罗界和通信数据速率之间的权衡。进一步考虑到雷达的探测成功率和定位精度等性能，文献^[18,19]通过最大化目标的信杂噪比且使通信用户的SINR和总功率满足要求，进行一体化波束成

收稿日期：2024-07-22；改回日期：2025-02-14；网络出版：2025-02-21

*通信作者：吴文 wuwen@njjust.edu.cn

基金项目：国家自然科学基金(62201266, 62201592, 62471477)，江苏省自然科学基金(BK20210335)

Foundation Items: The National Nature Science Foundation of China (62201266, 62201592, 62471477), The National Nature Science Foundation of Jiangsu Province (BK20210335)

形设计并刻画了性能边界来表征通信与雷达之间的性能权衡。

当目标的大致方位已知时,只需要最大化目标方向的波束图增益即可提升目标跟踪性能^[20],但上述研究均未考虑这一情况。鉴于此,该文在满足通信用户SINR和总功率约束的条件下,通过最大化目标方向的波束图增益建立波形设计优化问题并提出两种求解方案,分别是基于半正定松弛(Semi-Definite Relaxation, SDR)的波束成形设计方案和基于优化最小化(Majorization-Minimization, MM)的波束成形设计方案。具体而言,基于SDR的方案通过引入辅助变量并忽略秩一约束将原问题转化为半定规划(SemiDefinite Programming, SDP)问题求解,基于MM的方案核心思想则是利用一阶泰勒展开构造目标函数的代理函数,并将SINR约束转化为二阶锥约束形式,然后对简化后的问题进行迭代求解。仿真结果表明,基于MM的方案复杂度更低,并且能够实现与基于SDR的方案几乎相近的波束图增益。此外,随着发射天线数量的增加,基于MM的方案相比于基于SDR的方案复杂度的降低程度变得更为显著。

2 系统模型与问题描述

考虑一个MIMO雷达通信一体化系统,发射波形能够同时实现目标感知与多用户通信功能,如图1所示。一体化系统的基站配备有由 N_t 个发射天线构成的均匀线性阵列,同时服务 K 个单天线通信用户和单个雷达点目标。

2.1 发射信号模型

图1所示的MIMO雷达通信一体化系统的发射信号 $\mathbf{x} \in \mathbb{C}^{N_t \times 1}$ 表示为

$$\mathbf{x} = \sum_{k=1}^K \mathbf{w}_k s_k + \sum_{j=1}^{N_t} \mathbf{w}_j s_j = \mathbf{W} \mathbf{s} \quad (1)$$

其中, $\mathbf{w}_k \in \mathbb{C}^{N_t \times 1}$ 和 $\mathbf{w}_j \in \mathbb{C}^{N_t \times 1}$ 分别是通信和雷达发射波束成形矢量, s_k 和 s_j 分别表示通信和雷达

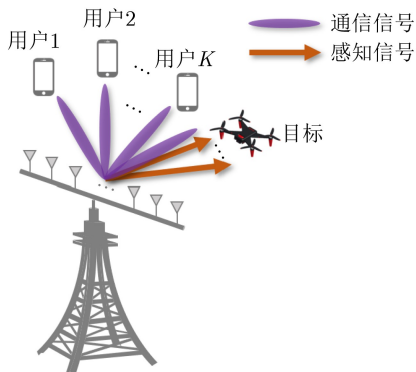


图1 MIMO雷达通信一体化系统

信号,为了简单起见,定义 $\mathbf{W} \triangleq [\mathbf{w}_1, \mathbf{w}_2, \dots, \mathbf{w}_{K+N_t}] \in \mathbb{C}^{N_t \times (K+N_t)}$, $\mathbf{s} \triangleq [s_1, s_2, \dots, s_{K+N_t}]^T \in \mathbb{C}^{(K+N_t) \times 1}$ 。具体地, s_k 与 s_j 都是均值为0, 方差为1的独立随机变量,不失一般性,假设通信与雷达信号相互独立,即 $\mathbb{E}\{s_k s_j^H\} = 0$ 。

由上述假设可以得到系统的总发射功率约束为

$$\sum_{k=1}^K \|\mathbf{w}_k\|_2^2 + \sum_{j=1}^{N_t} \|\mathbf{w}_j\|_2^2 = \sum_{i=1}^{K+N_t} \|\mathbf{w}_i\|_2^2 = \|\mathbf{w}\|_2^2 \leq P_t \quad (2)$$

其中, $\mathbf{w} = \text{vec}(\mathbf{W})$ 为总发射波束成形矩阵 \mathbf{W} 的向量化, P_t 为总发射功率。

2.2 雷达感知模型

假设一个位于远场的点目标所在方向为 θ_0 , 根据发射阵列导向矢量归一化与否,相应的目标方向波束图增益 $\mathcal{P}(\theta_0, \mathbf{w})$ 有两种计算方法,具体为

(1)归一化波束图增益

$$\begin{aligned} \mathcal{P}_1(\theta_0, \mathbf{w}) &= \mathbb{E} \left\{ \left| \mathbf{a}^H(\theta_0) \left(\sum_{k=1}^K \mathbf{w}_k s_k + \sum_{j=1}^{N_t} \mathbf{w}_j s_j \right) \right|^2 \right\} \\ &= \mathbf{a}^H(\theta_0) \left(\sum_{i=1}^{K+N_t} \mathbf{w}_i \mathbf{w}_i^H \right) \mathbf{a}(\theta_0) \\ &= \mathbf{w}^H \mathbf{A} \mathbf{A}^H \mathbf{w} \end{aligned} \quad (3)$$

其中, $\mathbf{a}(\theta_0) = \sqrt{\frac{1}{N_t}} [1, e^{-j\frac{2\pi}{\lambda} d \sin(\theta_0)}, \dots, e^{-j\frac{2\pi}{\lambda} (N_t-1) d \sin(\theta_0)}]^T \in \mathbb{C}^{N_t \times 1}$ 为归一化发射阵列导向矢量, λ 为载波波长, d 为相邻天线间的间隔, $\mathbf{A} = \mathbf{I}_{K+N_t} \otimes \mathbf{a}(\theta_0)$ 为 $K+N_t$ 维单位矩阵 \mathbf{I}_{K+N_t} 与 $\mathbf{a}(\theta_0)$ 的克罗内克积。

(2)未归一化波束图增益

$$\begin{aligned} \mathcal{P}_2(\theta_0, \mathbf{w}) &= \mathbb{E} \left\{ \left| \mathbf{b}^H(\theta_0) \left(\sum_{k=1}^K \mathbf{w}_k s_k + \sum_{j=1}^{N_t} \mathbf{w}_j s_j \right) \right|^2 \right\} \\ &= \mathbf{b}^H(\theta_0) \left(\sum_{i=1}^{K+N_t} \mathbf{w}_i \mathbf{w}_i^H \right) \mathbf{b}(\theta_0) \\ &= \mathbf{w}^i \mathbf{B} \mathbf{B}^H \mathbf{w} \end{aligned} \quad (4)$$

其中, $\mathbf{b}(\theta_0) = [1, e^{-j\frac{2\pi}{\lambda} d \sin(\theta_0)}, \dots, e^{-j\frac{2\pi}{\lambda} (N_t-1) d \sin(\theta_0)}]^T \in \mathbb{C}^{N_t \times 1}$ 为未归一化发射阵列导向矢量, $\mathbf{B} = \mathbf{I}_{K+N_t} \otimes \mathbf{b}(\theta_0)$ 为 $K+N_t$ 维单位矩阵 \mathbf{I}_{K+N_t} 与 $\mathbf{b}(\theta_0)$ 的克罗内克积。

2.3 通信传输模型

考虑基站与用户之间的传输信道服从几何信道模型^[21,22], 则基站与第 k 个通信用户之间的信道矢量 $h_k \in \mathbb{C}^{N_t \times 1}$ 表示为

$$\mathbf{h}_k = \sqrt{\frac{N_t}{L_k}} \sum_{l=1}^{L_k} \alpha_{k,l} \mathbf{a}(\varphi_{k,l}) \quad (5)$$

其中, L_k 为基站与第 k 个通信用户之间的路径数, $\alpha_{k,l}$ 与 $\varphi_{k,l}$ 分别为第 k 个通信用户第 l 条路径的信道增益系数和离开角。

第 k 个通信用户接收信号可以表示为

$$y_k = \mathbf{h}_k^H \mathbf{x} + n_k \quad (6)$$

其中, $n_k \sim \mathcal{CN}(0, \sigma^2)$ 是第 k 个通信用户受到的加性高斯白噪声干扰, σ^2 为噪声的协方差。

于是, 可以得到第 k 个通信用户的 SINR 为

$$\gamma_k = \frac{|\mathbf{h}_k^H \mathbf{w}_k|^2}{\sum_{i \neq k} |\mathbf{h}_k^H \mathbf{w}_i|^2 + \sum_{i=K+1}^{K+N_t} |\mathbf{h}_k^H \mathbf{w}_i|^2 + \sigma^2}, \forall k \quad (7)$$

其中, 分母第1项是用户间干扰, 第2项是雷达信号对通信用户的干扰, 第3项是加性高斯白噪声。

2.4 问题描述

为了进行 MIMO 雷达通信一体化发射波束成形设计, 根据 2.1 节–2.3 节的描述, 该文在满足通信多用户 SINR 以及总功率的约束条件下, 通过最大化目标方向的波束图增益来优化发射波束成形矢量, 具体的优化问题表示为

$$\begin{aligned} & \max_{\mathbf{w}} \mathcal{P}(\theta_0, \mathbf{w}) \\ & \text{s.t. C1: } \gamma_k \geq \Gamma, \forall k \\ & \quad \text{C2: } \|\mathbf{w}\|_2^2 \leq P_t \end{aligned} \quad (8)$$

其中, $\mathcal{P}(\theta_0, \mathbf{w})$ 为目标方向的波束图增益, 分为归一化波束图增益 $\mathcal{P}_1(\theta_0, \mathbf{w})$ 和未归一化波束图增益 $\mathcal{P}_2(\theta_0, \mathbf{w})$ 两种情况; 约束条件 C1 表示每个通信用户的接收 SINR 不低于阈值 Γ , 从而保证每个用户的通信服务质量(Quality of Service, QoS)水平; 约束条件 C2 表示基站的最大发射总功率为 P_t 。从优化问题式(8)可观察到, 最大化目标方向的波束图增益以及约束条件 C1 的存在使其在数学上属于难以解决的非凸问题, 因此, 该文提出基于 SDR 和 MM 两种波束成形设计方案对其进行求解。

3 基于 SDR 的波束成形设计方案

本节利用 SDR 算法求解 2.4 节提出的非凸优化问题式(8)。首先引入辅助变量 \mathbf{R} 与 \mathbf{R}_k , 其中 $\mathbf{R} = \sum_{i=1}^{K+N_t} \mathbf{w}_i \mathbf{w}_i^H \in \mathbb{C}^{N_t \times N_t}$, $\mathbf{R}_k = \mathbf{w}_k \mathbf{w}_k^H \in \mathbb{C}^{N_t \times N_t}, \forall k$ 并且 $\text{rank}(\mathbf{R}_k) = 1$, 将目标方向的波束图增益转化为

$$\mathcal{P}(\theta_0, \mathbf{R}) = \text{Tr}(\mathbf{f}(\theta_0) \mathbf{f}^H(\theta_0) \mathbf{R}) \quad (9)$$

其中, $\mathbf{f}(\theta_0) \in \mathbb{C}^{N_t \times 1}$ 表示统一的发射阵列导向矢

量, 包括归一化发射阵列导向矢量 $\mathbf{a}(\theta_0) \in \mathbb{C}^{N_t \times 1}$ 和未归一化发射阵列导向矢量 $\mathbf{b}(\theta_0) \in \mathbb{C}^{N_t \times 1}$ 两种表示形式。

同样地, 第 k 个通信用户的 SINR 可以进一步转化为

$$\begin{aligned} \gamma_k &= \frac{|\mathbf{h}_k^H \mathbf{w}_k|^2}{\sum_{i=1}^{K+N_t} |\mathbf{h}_k^H \mathbf{w}_i|^2 - |\mathbf{h}_k^H \mathbf{w}_k|^2 + \sigma^2} \\ &= \frac{\text{Tr}(\mathbf{h}_k \mathbf{h}_k^H \mathbf{R}_k)}{\text{Tr}(\mathbf{h}_k \mathbf{h}_k^H \mathbf{R}) - \text{Tr}(\mathbf{h}_k \mathbf{h}_k^H \mathbf{R}_k) + \sigma^2} \end{aligned} \quad (10)$$

因此, 问题式(8)可以等效转换为

$$\begin{aligned} & \max_{\mathbf{R}, \{\mathbf{R}_k\}} \text{Tr}(\mathbf{f}(\theta_0) \mathbf{f}^H(\theta_0) \mathbf{R}) \\ & \text{s.t. C1: } \text{Tr}(\mathbf{h}_k \mathbf{h}_k^H \mathbf{R}_k) - \Gamma \text{Tr}(\mathbf{h}_k \mathbf{h}_k^H \mathbf{R} - \mathbf{h}_k \mathbf{h}_k^H \mathbf{R}_k) \\ & \quad \geq \Gamma \sigma^2, \forall k \\ & \quad \text{C2: } \text{Tr}(\mathbf{R}) \leq P_t \\ & \quad \text{C3: } \mathbf{R} \succeq 0, \mathbf{R} - \sum_{k=1}^K \mathbf{R}_k \succeq 0 \\ & \quad \text{C4: } \mathbf{R}_k \succeq 0, \text{rank}(\mathbf{R}_k) = 1, \forall k \end{aligned} \quad (11)$$

然而, 由于 C4 中秩一约束 $\text{rank}(\mathbf{R}_k) = 1, \forall k$ 的存在, 问题式(11)依旧是一个非凸问题。为了求解问题式(11), 我们将其中的秩一约束忽略, 从而得到可以用 MATLAB 自带的 CVX 工具箱优化求解的 SDR 形式的问题^[20], 即

$$\begin{aligned} & \max_{\mathbf{R}, \{\mathbf{R}_k\}} \text{Tr}(\mathbf{f}(\theta_0) \mathbf{f}^H(\theta_0) \mathbf{R}) \\ & \text{s.t. C1: } \text{Tr}(\mathbf{h}_k \mathbf{h}_k^H \mathbf{R}_k) - \Gamma \text{Tr}(\mathbf{h}_k \mathbf{h}_k^H \mathbf{R} - \mathbf{h}_k \mathbf{h}_k^H \mathbf{R}_k) \\ & \quad \geq \Gamma \sigma^2, \forall k \\ & \quad \text{C2: } \text{Tr}(\mathbf{R}) \leq P_t \\ & \quad \text{C3: } \mathbf{R} \succeq 0, \mathbf{R} - \sum_{k=1}^K \mathbf{R}_k \succeq 0 \\ & \quad \text{C4: } \mathbf{R}_k \succeq 0, \forall k \end{aligned} \quad (12)$$

为了得到通信和雷达发射波束成形矢量的秩一解, 在根据问题式(12)求解得到通信发射波束成形矢量的协方差矩阵 $\tilde{\mathbf{R}}_1, \tilde{\mathbf{R}}_2, \dots, \tilde{\mathbf{R}}_K$ 后, 通信发射波束成形矢量可表示为^[15]

$$\tilde{\mathbf{w}}_k = (\mathbf{h}_k^H \tilde{\mathbf{R}}_k \mathbf{h}_k)^{-1/2} \tilde{\mathbf{R}}_k \mathbf{h}_k, \forall k \quad (13)$$

在求解雷达发射波束成形矢量时, 首先求解雷达发射波束成形矩阵的协方差 $\tilde{\mathbf{R}}_r$, 即

$$\tilde{\mathbf{R}}_r = \tilde{\mathbf{R}} - \sum_{k=1}^K \tilde{\mathbf{w}}_k \tilde{\mathbf{w}}_k^H \quad (14)$$

其中, $\tilde{\mathbf{R}}$ 为根据问题式(12)求解得到的总发射波束

成形矩阵的协方差。由于 $\bar{\mathbf{R}}_r$ 为对称正定矩阵，可以采用特征值分解求解雷达发射波束成形矩阵 $\bar{\mathbf{W}}_r \in \mathbb{C}^{N_t \times N_t}$ ，即

$$\bar{\mathbf{W}}_r = \mathbf{Q}\mathbf{\Lambda}^{1/2} \quad (15)$$

其中， $\bar{\mathbf{R}}_r$ 的特征值分解为 $\bar{\mathbf{R}}_r = \mathbf{Q}\mathbf{\Lambda}\mathbf{Q}^H$ ， \mathbf{Q} 为正交矩阵， $\mathbf{\Lambda}$ 为对角矩阵。

基于SDR的波形设计方案的具体流程如算法1所示。

4 基于MM的波束成形设计方案

虽然采用SDR算法可以得到2.4节提出的非凸优化问题式(8)的解，但是算法复杂度会随着发射天线数的增加而呈指数级增加。因此，该节提出了一种基于MM的低复杂度的波形设计方案来求解问题式(8)。由于问题式(8)的目标函数和SINR约束均为非凸函数，因此首先对目标函数进行1阶泰勒展开，引入总发射波束成形矩阵的向量化形式 $\mathbf{w} = \text{vec}(\mathbf{W}) \in \mathbb{C}^{N_t(K+N_t) \times 1}$ 并构造代理函数；其次对通信用户的SINR约束进行数学变换，使其变为凸的2阶锥约束^[23,24]；最后迭代求解松弛后的问题直到收敛。

根据文献^[25]，MM算法的关键步骤是为目标函数找到合适的代理函数，利用该代理函数，MM算法可以在每次迭代中找到原始目标函数的局部最优解。令 $\mathbf{D} = \mathbf{I}_{K+N_t} \otimes \mathbf{f}(\theta_0) \in \mathbb{C}^{N_t(K+N_t) \times (K+N_t)}$ ，对目标方向的波束图增益进行一阶泰勒展开，可以得到其在第 t 次迭代得到的求解结果 \mathbf{w}_t 处的凸下界为

$$\begin{aligned} \mathcal{P}(\theta_0, \mathbf{w}) &= \mathbf{w}^H \mathbf{D} \mathbf{D}^H \mathbf{w} \\ &\geq \mathbf{w}_t^H \mathbf{D} \mathbf{D}^H \mathbf{w}_t + 2\text{Re}\{\mathbf{D} \mathbf{D}^H \mathbf{w}_t\}^H (\mathbf{w} - \mathbf{w}_t) \\ &= 2\text{Re}\{\mathbf{w}_t^H \mathbf{D} \mathbf{D}^H \mathbf{w}\} - \mathbf{w}_t^H \mathbf{D} \mathbf{D}^H \mathbf{w}_t \end{aligned} \quad (16)$$

其中，第1个不等式成立是因为 $\mathcal{P}(\theta_0, \mathbf{w}) \geq \mathcal{P}(\theta_0, \mathbf{w}_t) + \nabla \mathcal{P}(\theta_0, \mathbf{w}_t)^H (\mathbf{w} - \mathbf{w}_t)$ ，即对 $\mathcal{P}(\theta_0, \mathbf{w})$ 在 \mathbf{w}_t 处进行1阶泰勒展开，然后对不等式右边的式子展开计算即可得到第2个等式。

接下来对第 k 个通信用户的SINR约束进行数学变换，具体过程为

$$\begin{aligned} |\mathbf{h}_k^H \mathbf{w}_k|^2 &\stackrel{(a)}{\geq} \Gamma \left(\sum_{i \neq k}^{K+N_t} |\mathbf{h}_k^H \mathbf{w}_i|^2 + \sigma^2 \right), \forall k \\ (1 + \Gamma) |\mathbf{h}_k^H \mathbf{w}_k|^2 &\stackrel{(b)}{\geq} \Gamma \left(\sum_{i=1}^{K+N_t} |\mathbf{h}_k^H \mathbf{w}_i|^2 + \sigma^2 \right), \forall k \\ \sqrt{1 + \Gamma} \mathbf{h}_k^H \mathbf{w}_k &\stackrel{(c)}{\geq} \sqrt{\Gamma} \|\mathbf{H}_k \mathbf{w}; \sigma\|_2, \text{Im}\{\mathbf{h}_k^H \mathbf{w}_k\} = 0, \forall k \end{aligned} \quad (17)$$

其中， $\mathbf{H}_k = \mathbf{I}_{K+N_t} \otimes \mathbf{h}_k^H \in \mathbb{C}^{(K+N_t) \times N_t(K+N_t)}$ 。将问题式(8)中C1约束的左右两边同时乘以第 k 个通信用户接收SINR的分母可以得到不等式(a)；不等式(a)左右两边同时增加 $\Gamma |\mathbf{h}_k^H \mathbf{w}_k|^2$ 项可以得到不等式(b)。由于对波束成形矢量 \mathbf{w}_k 进行相位旋转不会影响用户接收SINR，因此，可以令 $\mathbf{h}_k^H \mathbf{w}_k$ 虚部为0并将其作为实数处理^[23,24]。最后，对不等式(b)的两边同时开平方根得到不等式(c)。

问题式(8)中的总功率约束可以用 \mathbf{w} 表示为

$$\|\mathbf{w}\|_2^2 \leq P_t \quad (18)$$

由此，可以得到松弛后的凸优化问题为

$$\begin{aligned} \max_{\mathbf{w}} & 2\text{Re}\{\mathbf{w}_t^H \mathbf{D} \mathbf{D}^H \mathbf{w}\} - \mathbf{w}_t^H \mathbf{D} \mathbf{D}^H \mathbf{w}_t \\ \text{s.t. C1:} & \sqrt{1 + \Gamma} \mathbf{h}_k^H \mathbf{w}_k \geq \sqrt{\Gamma} \|\mathbf{H}_k \mathbf{w}; \sigma\|_2, \forall k \\ \text{C2:} & \text{Im}\{\mathbf{h}_k^H \mathbf{w}_k\} = 0, \forall k \\ \text{C3:} & \|\mathbf{w}\|_2^2 \leq P_t \end{aligned} \quad (19)$$

注意到问题式(19)目标函数的第2项在每次迭代中均为固定值，因此，问题式(19)可以进一步简化为

$$\begin{aligned} \max_{\mathbf{w}} & \text{Re}\{\mathbf{w}_t^H \mathbf{D} \mathbf{D}^H \mathbf{w}\} \\ \text{s.t. C1:} & \sqrt{1 + \Gamma} \mathbf{h}_k^H \mathbf{w}_k \geq \sqrt{\Gamma} \|\mathbf{H}_k \mathbf{w}; \sigma\|_2, \forall k \\ \text{C2:} & \text{Im}\{\mathbf{h}_k^H \mathbf{w}_k\} = 0, \forall k \\ \text{C3:} & \|\mathbf{w}\|_2^2 \leq P_t \end{aligned} \quad (20)$$

问题式(20)是一个凸优化问题，可以通过MATLAB的CVX工具箱进行求解^[26]。

基于MM的波形设计方案的具体流程如算法2所示。

算法1 基于SDR的波形设计方案

输入：初始化 P_t , \mathbf{h}_k , $\mathbf{f}(\theta_0)$, σ^2 , Γ 。
 输出：总发射波束成形矢量 $\bar{\mathbf{w}}$ 。
 步骤：
 1: 使用MATLAB的CVX工具箱求解问题式(12)得到 $\bar{\mathbf{R}}, \bar{\mathbf{R}}_1, \bar{\mathbf{R}}_2, \dots, \bar{\mathbf{R}}_K$ ；
 2: 根据式(13)求解通信发射波束成形矢量 $\bar{\mathbf{w}}_k$ ；
 3: 根据式(14)和式(15)求解雷达发射波束成形矩阵 $\bar{\mathbf{W}}_r$ ；
 4: 将 K 个 $\bar{\mathbf{w}}_k$ 与 $\bar{\mathbf{W}}_r$ 的各列按列堆叠得到总发射波束成形矢量 $\bar{\mathbf{w}}$ 。

算法2 基于MM的波形设计方案

输入：初始化 \mathbf{w}_0 , P_t , \mathbf{h}_k , $\mathbf{f}(\theta_0)$, σ^2 , Γ , ε 。
 输出：总发射波束成形矩阵的向量化形式 $\bar{\mathbf{w}}$ 。
 步骤：
 1: $t = 0$ ，随机初始化 \mathbf{w}_t ；
 2: $t = t + 1$ ；
 3: 使用MATLAB的CVX工具箱求解问题式(20)得到 \mathbf{w} ；
 4: 计算 $\text{res} = |\mathcal{P}(\theta_0, \mathbf{w}) - \mathcal{P}(\theta_0, \mathbf{w}_t)| / \mathcal{P}(\theta_0, \mathbf{w}_t)$ ；
 5: 若 $\text{res} > \varepsilon$ ，则 $\mathbf{w}_t = \mathbf{w}$ 并返回第2步；否则 $\bar{\mathbf{w}} = \mathbf{w}$ 。

5 复杂度分析

本节对文章中提到的两种波束成形设计方案的计算复杂度进行了分析。由于问题式(12)是一个SDP问题, 可以利用MATLAB中CVX工具箱的内点法对此问题进行求解。因此, 在给定求解精度 $\epsilon > 0$ 的情况下, 基于SDR的方案计算复杂度为 $\mathcal{O}((2K^{3.5}N_t^{6.5} + K^{2.5}N_t^{5.5})\ln(1/\epsilon))^{[27]}$ 。而基于MM的方案中待求解的问题式(20)是一个2阶锥规划(Second-Order Cone Programming, SOCP)问题, 使用内点法求解该问题的计算复杂度为 $\mathcal{O}(K^{0.5}N_t^3(K + N_t)^3\ln(1/\epsilon))^{[28]}$ 。可以看到, 基于MM的方案计算复杂度低于基于SDR的方案, 且基于MM的方案低复杂度的优势随着天线数的增加变得更为显著。

6 仿真结果

该节给出了基于SDR的波束成形设计方案与基于MM的波束成形设计方案的仿真结果, 用以验证方案的可行性与有效性。在仿真实验中, 假设MIMO雷达通信一体化系统的基站配备有 $N_t = 8, 16, 32, 64$ 根发射天线, 相邻发射天线之间的间隔为半波长且发射信噪比(Signal-to-Noise-Ratio, SNR)定义为 $\text{SNR} = 10 \lg(P_t/\sigma^2)$ 。一体化系统在探测位于方向 $\theta_0 = 0^\circ$ 的单个目标的同时能够与 $K = 4$ 个通信用户进行通信, 基站与第 k 个用户之间的路径数为 $L_k = 1$, 路径的离开角分别为 $\varphi_{k,l} = -45^\circ, -20^\circ, 15^\circ, 38^\circ$, 第 k 个用户第 l 条路径的信道增益系数为 $\alpha_{k,l} = e^{j\phi_{k,l}}$, 相应的信道路径引起的相移 $\phi_{k,l}$ 随机产生。加性高斯白噪声的方差为 $\sigma^2 = 0.01$, 用户SINR阈值 Γ 的取值范围为 $0 \sim 32$ dB。算法2的收敛阈值为 $\epsilon = 10^{-3}$ 。

基于SDR与基于MM的波束成形设计方案的收

敛曲线如图2所示, 其中图2(a)的发射天线数 $N_t = 8$, SINR阈值 $\Gamma = 6, 12, 18$ dB, 图2(b)的SINR阈值 $\Gamma = 18$ dB, 发射天线数 $N_t = 8, 16, 32$ 。可以看到, 基于MM的波束成形设计方案能获得与基于SDR的方案几乎相近的波束图增益。图2(a)表明在相同发射天线数下, SINR阈值越大, 归一化波束图增益越小, 这种现象反映出雷达通信一体化系统中通信与雷达两种功能之间的性能权衡; 图2(b)表明在相同SINR阈值下, 发射天线数越多, 归一化波束图增益越大, 这是因为发射天线数增加给雷达功能带来了额外的自由度, 而使归一化波束图增益的性能提升。

图3描述了SINR阈值 $\Gamma = 12$ dB时, 基于MM的波束成形设计方案与基于SDR的波束成形设计方案在不同发射天线数下单次CVX运行时间的对比。观察发现, MM方案的单次CVX运行时间在相同发射天线数条件下均比SDR方案更短, 且发射天线数的增加使得MM相比SDR方案复杂度的降低程度更显著。

图4展示了基于MM的波束成形设计方案与基于SDR的波束成形设计方案在不同发射天线数下波束图增益随SINR阈值的变化曲线, 其中图4(a)为归一化波束图增益, 图4(b)为未归一化波束图增益。可以发现, 基于MM的方法略低于基于SDR方法求得的波束图增益, 但随着发射天线数的增加, 两种波束成形设计方法之间的差异逐渐缩小, 而且发射天线数越多, 通信用户所能达到的SINR越大, 这同样得益于增加的发射天线数带来的雷达自由度的提升。

图5为 $N_t = 8$ 时, 纯雷达与基于MM方案求解的波束图增益随发射SNR的变化曲线, 其中图5(a)为归一化波束图增益, 图5(b)为未归一化波束图增

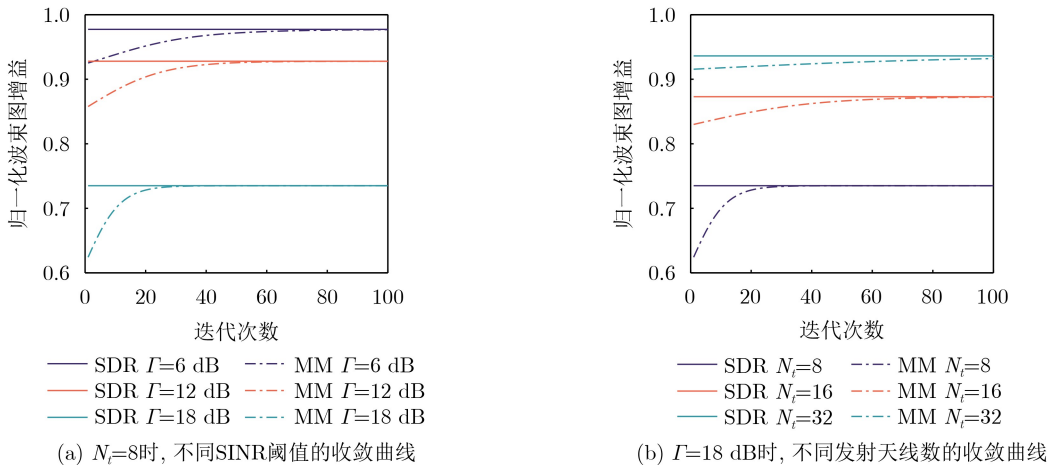


图2 波束图增益随迭代次数的收敛曲线图

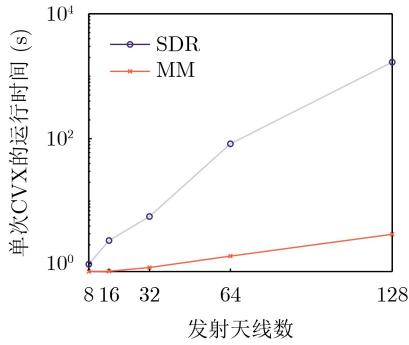


图3 不同发射天线数下单次CVX的运行时间对比图

益。图6为 $\Gamma = 18$ dB时，纯雷达与基于MM方案求

解的波束图增益随发射SNR的变化曲线，其中图6(a)为归一化波束图增益，图6(b)为未归一化波束图增益。由发射SNR的定义可知，随着发射SNR的增加，总发射功率增大，波束图增益增大。从图5可以看到，与纯雷达相比，雷达通信一体化系统的波束图增益性能均较低，且SINR阈值越大波束图增益越小。这是因为通信功能的加入使得系统无法把全部能量都分配给雷达功能，SINR阈值越大，分配给通信的能量越多，从而导致波束图增益下降。从图6可以看出，在相同发射SNR下，发射天线数越多，波束图增益越大，这与理论结果相吻合。

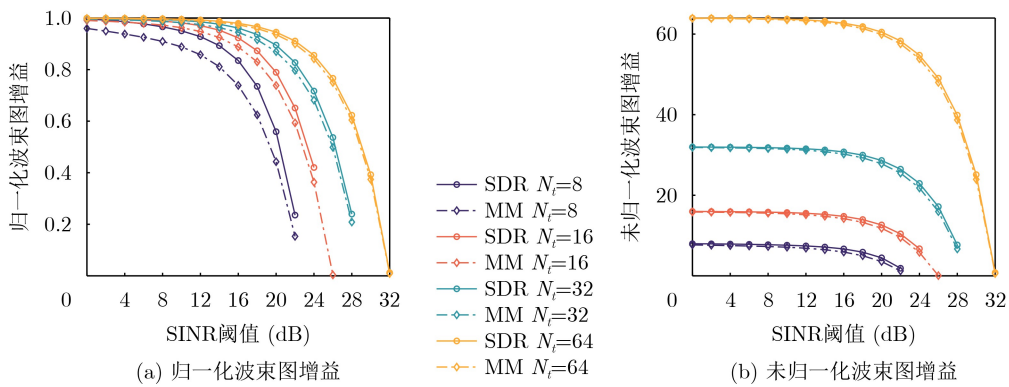


图4 不同发射天线数下的波束图增益随SINR阈值变化曲线

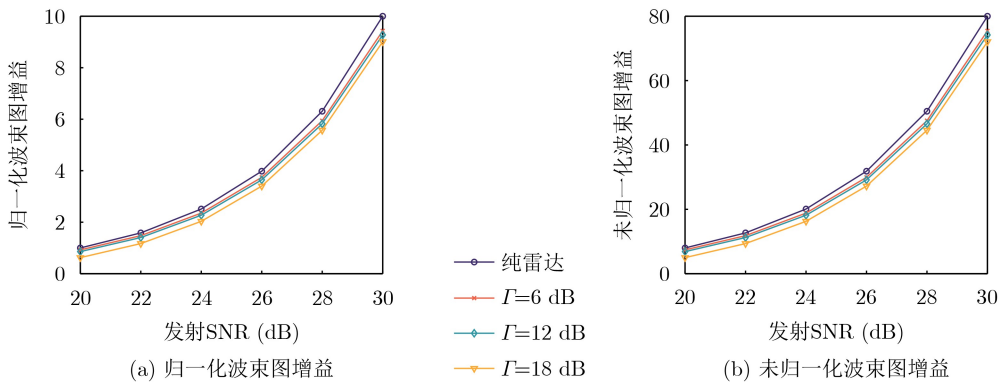


图5 $N_t = 8$ 的波束图增益随发射SNR的变化曲线

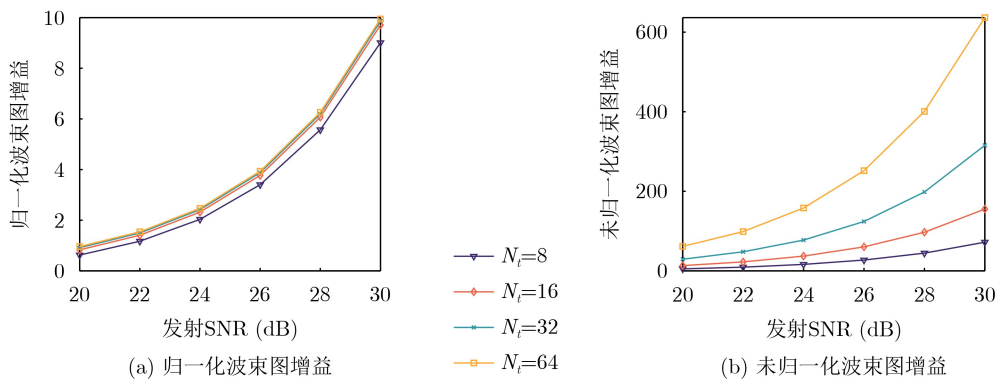


图6 $\Gamma = 18$ dB的波束图增益随发射SNR的变化曲线

7 结束语

该文研究了面向波束图增益最大化的MIMO雷达通信一体化波束成形设计方法。通过联合优化通信和雷达发射波束成形矢量, 在满足通信用户SINR和总发射功率约束的同时, 最大化目标方向的波束图增益。针对一体化波束成形优化问题, 提出基于SDR的波束成形设计方案和基于MM的波束成形设计方案。仿真结果表明, 基于MM的波束成形设计方案复杂度更低且能获得与基于SDR方案近似的波束图增益。随着发射天线数量的增加, 基于MM的方案相比于基于SDR方案复杂度的降低程度更显著。

参 考 文 献

- [1] IMT-2030(6G)推进组. 6G总体愿景与潜在关键技术白皮书[R]. 2020.
IMT-2030(6G) Promotion Group. 6G vision and candidate technologies[R]. 2020.
- [2] 刘凡, 袁伟杰, 原进宏, 等. 雷达通信频谱共享及一体化: 综述与展望[J]. 雷达学报, 2021, 10(3): 467–484. doi: [10.12000/JR20113](https://doi.org/10.12000/JR20113).
- LIU Fan, YUAN Weijie, YUAN Jinhong, *et al.* Radar-communication spectrum sharing and integration: Overview and prospect[J]. *Journal of Radars*, 2021, 10(3): 467–484. doi: [10.12000/JR20113](https://doi.org/10.12000/JR20113).
- [3] LIU Fan, ZHOU Longfei, MASOUIROS C, *et al.* Toward dual-functional radar-communication systems: Optimal waveform design[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2018, 66(16): 4264–4279. doi: [10.1109/TSP.2018.2847648](https://doi.org/10.1109/TSP.2018.2847648).
- [4] CHEN Guangyi, ZHANG Ruoyu, REN Hong, *et al.* Hybrid beamforming design with overlapped subarrays for massive MIMO-ISAC systems[C]. Proceedings of GLOBECOM 2023 - 2023 IEEE Global Communications Conference, Kuala Lumpur, Malaysia, 2023: 528–533. doi: [10.1109/GLOBECOM54140.2023.10437590](https://doi.org/10.1109/GLOBECOM54140.2023.10437590).
- [5] ZHOU Wenxing, ZHANG Ruoyu, CHEN Guangyi, *et al.* Integrated sensing and communication waveform design: A survey[J]. *IEEE Open Journal of the Communications Society*, 2022, 3: 1930–1949. doi: [10.1109/OJCOMS.2022.3215683](https://doi.org/10.1109/OJCOMS.2022.3215683).
- [6] 肖博, 霍凯, 刘永祥. 雷达通信一体化研究现状与发展趋势[J]. 电子与信息学报, 2019, 41(3): 739–750. doi: [10.11999/JEIT180515](https://doi.org/10.11999/JEIT180515).
- XIAO Bo, HUO Kai, and LIU Yongxiang. Development and prospect of radar and communication integration[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2019, 41(3): 739–750. doi: [10.11999/JEIT180515](https://doi.org/10.11999/JEIT180515).
- [7] 张若愚, 袁伟杰, 崔原豪, 等. 面向6G的大规模MIMO通信感知一体化: 现状与展望[J]. 移动通信, 2022, 46(6): 17–23. doi: [10.3969/j.issn.1006-1010.2022.06.003](https://doi.org/10.3969/j.issn.1006-1010.2022.06.003).
- ZHANG Ruoyu, YUAN Weijie, CUI Yuanhao, *et al.* Integrated sensing and communications with massive MIMO for 6G: Status and prospect[J]. *Mobile Communications*, 2022, 46(6): 17–23. doi: [10.3969/j.issn.1006-1010.2022.06.003](https://doi.org/10.3969/j.issn.1006-1010.2022.06.003).
- [8] ZHANG J A, RAHMAN M L, WU Kai, *et al.* Enabling joint communication and radar sensing in mobile networks—a survey[J]. *IEEE Communications Surveys & Tutorials*, 2022, 24(1): 306–345. doi: [10.1109/COMST.2021.3122519](https://doi.org/10.1109/COMST.2021.3122519).
- [9] HASSANIEN A, AMIN M G, ZHANG Y D, *et al.* Dual-function radar-communications: Information embedding using sidelobe control and waveform diversity[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2016, 64(8): 2168–2181. doi: [10.1109/TSP.2015.2505667](https://doi.org/10.1109/TSP.2015.2505667).
- [10] WANG Xiangrong, HASSANIEN A, and AMIN M G. Dual-function MIMO radar communications system design via sparse array optimization[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2019, 55(3): 1213–1226. doi: [10.1109/TAES.2018.2866038](https://doi.org/10.1109/TAES.2018.2866038).
- [11] LIU Yongjun, LIAO Guisheng, XU Jingwei, *et al.* Adaptive OFDM integrated radar and communications waveform design based on information theory[J]. *IEEE Communications Letters*, 2017, 21(10): 2174–2177. doi: [10.1109/LCOMM.2017.2723890](https://doi.org/10.1109/LCOMM.2017.2723890).
- [12] KUMARI P, CHOI J, GONZÁLEZ-PRELCIC N, *et al.* IEEE 802.11ad-based radar: An approach to joint vehicular communication-radar system[J]. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, 2018, 67(4): 3012–3027. doi: [10.1109/TVT.2017.2774762](https://doi.org/10.1109/TVT.2017.2774762).
- [13] CUI Yuanhao, LIU Fan, JING Xiaojun, *et al.* Integrating sensing and communications for ubiquitous IoT: Applications, trends, and challenges[J]. *IEEE Network*, 2021, 35(5): 158–167. doi: [10.1109/MNET.010.2100152](https://doi.org/10.1109/MNET.010.2100152).
- [14] LIU Fan, MASOUIROS C, LI Ang, *et al.* MU-MIMO communications with MIMO radar: From co-existence to joint transmission[J]. *IEEE Transactions on Wireless Communications*, 2018, 17(4): 2755–2770. doi: [10.1109/TWC.2018.2803045](https://doi.org/10.1109/TWC.2018.2803045).
- [15] LIU Xiang, HUANG Tianyao, SHLEZINGER N, *et al.* Joint transmit beamforming for multiuser MIMO communications and MIMO radar[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2020, 68: 3929–3944. doi: [10.1109/TSP.2020.3004739](https://doi.org/10.1109/TSP.2020.3004739).
- [16] LIU Fan, LIU Yafeng, LI Ang, *et al.* Cramér-Rao bound optimization for joint radar-communication beamforming[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2022, 70: 240–253.

- doi: [10.1109/TSP.2021.3135692](https://doi.org/10.1109/TSP.2021.3135692).
- [17] HUA Haocheng, SONG Xianxin, FANG Yuan, *et al.* MIMO integrated sensing and communication with extended target: CRB-Rate tradeoff[C]. Proceedings of GLOBECOM 2022 - 2022 IEEE Global Communications Conference, Rio de Janeiro, Brazil, 2022: 4075–4080. doi: [10.1109/GLOBECOM48099.2022.10000676](https://doi.org/10.1109/GLOBECOM48099.2022.10000676).
- [18] CHEN Li, WANG Zhiqin, DU Ying, *et al.* Generalized transceiver beamforming for DFRC with MIMO radar and MU-MIMO communication[J]. *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, 2022, 40(6): 1795–1808. doi: [10.1109/JSAC.2022.3155515](https://doi.org/10.1109/JSAC.2022.3155515).
- [19] DU Ying, LIU Yao, HAN Kaifeng, *et al.* Multi-user and multi-target dual-function radar-communication waveform design: Multi-fold performance tradeoffs[J]. *IEEE Transactions on Green Communications and Networking*, 2023, 7(1): 483–496. doi: [10.1109/TGCN.2023.3234275](https://doi.org/10.1109/TGCN.2023.3234275).
- [20] HUA Haocheng, XU Jie, and HAN T X. Optimal transmit beamforming for integrated sensing and communication[J]. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, 2023, 72(8): 10588–10603. doi: [10.1109/TVT.2023.3262513](https://doi.org/10.1109/TVT.2023.3262513).
- [21] ZHANG Ruoyu, CHENG Lei, WANG Shuai, *et al.* Tensor decomposition-based channel estimation for hybrid mmWave massive MIMO in high-mobility scenarios[J]. *IEEE Transactions on Communications*, 2022, 70(9): 6325–6340. doi: [10.1109/TCOMM.2022.3187780](https://doi.org/10.1109/TCOMM.2022.3187780).
- [22] ZHANG Ruoyu, CHENG Lei, WANG Shuai, *et al.* Integrated sensing and communication with massive MIMO: A unified tensor approach for channel and target parameter estimation[J]. *IEEE Transactions on Wireless Communications*, 2024, 23(8): 8571–8587. doi: [10.1109/TWC.2024.3351856](https://doi.org/10.1109/TWC.2024.3351856).
- [23] LUO Zhiqian and YU Wei. An introduction to convex optimization for communications and signal processing[J]. *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, 2006, 24(8): 1426–1438. doi: [10.1109/JSAC.2006.879347](https://doi.org/10.1109/JSAC.2006.879347).
- [24] TRAN L N, HANIF M F, TOLLI A, *et al.* Fast converging algorithm for weighted sum rate maximization in multicell MISO downlink[J]. *IEEE Signal Processing Letters*, 2012, 19(12): 872–875. doi: [10.1109/LSP.2012.2223211](https://doi.org/10.1109/LSP.2012.2223211).
- [25] SUN Ying, BABU P, and PALOMAR D P. Majorization-minimization algorithms in signal processing, communications, and machine learning[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2017, 65(3): 794–816. doi: [10.1109/TSP.2016.2601299](https://doi.org/10.1109/TSP.2016.2601299).
- [26] MOSEK ApS. Mosek optimization toolbox for matlab[R]. 2025.
- [27] WANG Kunyu, SO A M C, CHANG T H, *et al.* Outage constrained robust transmit optimization for multiuser MISO downlinks: Tractable approximations by conic optimization[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2014, 62(21): 5690–5705. doi: [10.1109/TSP.2014.2354312](https://doi.org/10.1109/TSP.2014.2354312).
- [28] BEN-TAL A and NEMIROVSKI A. Lectures on Modern Convex Optimization: Analysis, Algorithms, and Engineering Applications[M]. Philadelphia: Society for Industrial and Applied Mathematics, 2001. doi: [10.1137/1.9780898718829](https://doi.org/10.1137/1.9780898718829).
- 张若愚: 男, 副研究员, 研究方向为MIMO雷达通信一体化。
任红: 女, 硕士生, 研究方向为雷达通信一体化。
陈光毅: 男, 博士生, 研究方向为雷达通信一体化混合波束成形。
林志: 男, 副教授, 研究方向为阵列信号处理、空天地一体化通信网络。
吴文: 男, 研究员, 研究方向为毫米波近程探测理论与技术。

责任编辑: 陈倩

MIMO Dual-functional Radar-communication: Beampattern Gain Maximization Beamforming Design

ZHANG Ruoyu^① REN Hong^① CHEN Guangyi^① LIN Zhi^② WU Wen^①

^①(Key Laboratory of Near-Range RF Sensing ICs & Microsystems, Nanjing University of Science and Technology, Nanjing 210094, China)

^②(College of Electronic Engineering, National University of Defense Technology, Hefei 230037, China)

Abstract:

Objective The rapid growth in the number of wireless communication devices has led to the expansion of frequency bands to higher frequencies, resulting in increased overlap between communication and radar systems. Dual-Functional Radar-Communication (DFRC), which shares spectrum resources on the same hardware platform, is an effective solution to address spectrum congestion. The integration of Multiple-Input Multiple-Output (MIMO) technology, which employs multi-antenna techniques, with DFRC is crucial for

achieving both high-precision detection and large-capacity communication. Beamforming technology plays a key role in efficiently allocating resources between these two requirements, further enhancing the collaborative gain of DFRC systems. Beampattern gain, a critical performance metric for target detection, makes it essential to investigate beamforming designs that maximize this gain in MIMO DFRC systems.

Methods A MIMO DFRC system is considered, which simultaneously achieves target detection and Multi-User (MU) communication. First, a beamforming problem is formulated to maximize the beampattern gain in the target direction, while satisfying MU Signal-to-Interference-plus-Noise Ratio (SINR) and total power constraints. To address this beamforming design problem, two methods based on Semidefinite Relaxation (SDR) and Majorization Minimization (MM) are proposed to solve for the transmit beamforming vectors. Specifically, the SDR-based method transforms the beamforming problem into a semidefinite programming problem by introducing auxiliary variables and relaxing the rank-one constraint. The MM-based method, on the other hand, uses the first-order Taylor expansion to construct a cost function from the objective function, transforms the SINR constraint into a second-order cone constraint, and iteratively solves the simplified problem.

Results and Discussions The convergence curves of the SDR-based and MM-based beamforming design schemes are shown (Figure 2). The results indicate that the MM-based method can achieve almost the same beampattern gain as the SDR-based method. Under the same number of transmit antennas, a higher SINR threshold results in a smaller beampattern gain. This phenomenon reflects the performance trade-off between communication and radar in MIMO DFRC systems. Under the same SINR threshold, increasing the number of transmit antennas leads to a greater beampattern gain. This is because an increase in the number of transmit antennas provides additional degrees of freedom for the radar. The comparison of the single CVX running time of the SDR-based and MM-based methods under different numbers of transmit antennas is shown (Figure 3). The results demonstrate that the single CVX running time of the MM-based method is shorter than that of the SDR-based method for the same number of transmit antennas, and as the number of transmit antennas increases, the complexity reduction of the MM-based method becomes more significant than that of the SDR-based method. The variation curves of beampattern gain with SINR threshold for different numbers of transmit antennas in the MM-based and SDR-based methods are shown (Figure 4). The beampattern gain obtained by the MM-based method is slightly lower than that obtained by the SDR-based method. However, as the number of transmit antennas increases, the difference between the two methods gradually decreases. Moreover, the more transmit antennas there are, the greater the SINR achievable by the communication user. When the number of antennas is fixed, the relationship between beampattern gain and transmit SNR obtained by the radar using the MM-based method is presented (Figure 5). When the SINR threshold remains unchanged, the relationship between them is shown (Figure 6). The results illustrate that, compared with the radar-only scenario, the beampattern gain performance of MIMO DFRC systems is lower, and a larger SINR threshold results in a smaller beampattern gain. Additionally, within a certain range, when the transmit SNR is constant, beampattern gain is directly proportional to the number of transmit antennas.

Conclusions This paper addresses the beamforming design problem for MIMO DFRC systems with the objective of maximizing beampattern gain. By jointly optimizing the communication and radar transmit beamforming vectors, the beampattern gain in the target direction is maximized while satisfying the SINR constraint for communication users and the total transmit power constraint. To solve this problem, the SDR-based and MM-based beamforming design methods are proposed. Simulation results demonstrate that the MM-based method offers lower complexity and achieves nearly the same beampattern gain as the SDR-based method. Moreover, as the number of transmit antennas increases, the complexity reduction of the MM-based method is more significant compared to the SDR-based method.

Key words: Dual-Functional Radar-Communication (DFRC); Multiple-Input Multiple-Output (MIMO); Beamforming; Beampattern gain; Majorization minimization