

# 学生 $t$ 混合势均衡多目标多伯努利滤波器

陈树新<sup>①</sup> 洪磊<sup>①</sup> 吴昊<sup>\*①</sup> 刘卓威<sup>②</sup> 岳龙华<sup>③</sup>

<sup>①</sup>(空军工程大学信息与导航学院 西安 710077)

<sup>②</sup>(空军研究院 北京 100096)

<sup>③</sup>(93658部队 北京 100144)

**摘要:** 在有重尾的过程噪声和量测噪声的影响下, 高斯混合势均衡多目标多伯努利滤波器(GM-CBMeMber)的滤波性能会明显下降。针对上述问题, 该文提出一种新的学生  $t$  混合势均衡多目标多伯努利滤波器(STM-CBMeMber)。该滤波器将过程噪声和量测噪声近似为学生  $t$  分布, 并用学生  $t$  混合模型来近似多目标的先验强度。从理论上推导出学生  $t$  混合形式的预测强度和后验强度, 建立了势均衡多目标多伯努利滤波器的闭式递推框架。仿真结果表明, 在重尾的过程噪声和量测噪声存在的环境中, 该滤波器能有效抑制其干扰, 相比于传统方法, 具有更高的跟踪精度。

**关键词:** 多目标跟踪; 重尾噪声; 势均衡多目标多伯努利; 学生  $t$  分布; 闭式递推框架

中图分类号: TP39

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2019)10-2457-07

DOI: [10.11999/JEIT181121](https://doi.org/10.11999/JEIT181121)

## Student's $t$ Mixture Cardinality Balanced Multi-target Multi-Bernoulli Filter

CHEN Shuxin<sup>①</sup> HONG Lei<sup>①</sup> WU Hao<sup>①</sup> LIU Zhuowei<sup>②</sup> YUE Longhua<sup>③</sup>

<sup>①</sup>(*Institute of Information and Navigation, Air Force Engineering University, Xi'an 710077, China*)

<sup>②</sup>(*Air Force Research Institute, Beijing 100096, China*)

<sup>③</sup>(*Unit 93658, Beijing 100144, China*)

**Abstract:** The filtering performance of Gaussian Mixture Cardinality Balanced Multi-target Multi-Bernoulli (GM-CBMeMber) filter can be effected by the heavy-tailed process noise and measurement noise. To solve this problem, a new Student's  $t$  Mixture Cardinality Balanced Multi-target Multi-Bernoulli (STM-CBMeMber) filter is proposed. The process noise and measurement noise approximately obey the Student's  $t$  distribution in the filter, where the Student's  $t$  mixture model is used to describe approximately the posterior intensity of the multi-target. The predictive intensity and posterior intensity of Student's  $t$  mixture form are deduced theoretically, and the closed recursive framework of cardinality balanced multi-target multi-Bernoulli filter is established. The simulation results show that, in the presence of the heavy-tailed process noise and the measurement noise, the filter can effectively suppress its interference, its tracking accuracy is superior over the traditional methods.

**Key words:** Multi-Target Tracking (MTT); Heavy-tailed noise; Cardinality Balanced Multi-target Multi-Bernoulli (CBMeMber); Student's  $t$  distribution; Closed recursive framework

### 1 引言

多目标跟踪(Multi-Target Tracking, MTT)技术经过数年发展, 现已广泛地应用于军事和民用领域, 如空中交通管制、遥感、弹道导弹制导和机器

视觉等<sup>[1,2]</sup>。传统的基于数据关联的MTT方法, 计算复杂度较高, 难以满足实时性要求。为了解决这一问题, Mahler<sup>[3]</sup>引入了有限集统计(Finite Set Statistics, FISST)理论, 用随机集建模的方法表示目标状态, 得到了基于随机有限集(Random Finite Set, RFS)的多目标跟踪理论<sup>[4]</sup>, 并在此基础上提出了多目标多伯努利(Multi-target Multi-Bernoulli, MeMber)滤波器<sup>[5]</sup>, 该滤波器在滤波过程中直接近似递推多目标状态的后验概率密度, 使得多目标跟踪问题的求解更为直观。由于MeMber滤波器会过

收稿日期: 2018-12-04; 改回日期: 2019-04-28; 网络出版: 2019-05-21

\*通信作者: 吴昊 wuhaostudy@163.com

基金项目: 国家自然科学基金(61703420, 61673392)

Foundation Items: The National Natural Science Foundation of China (61703420, 61673392)

估目标的数目, Vo等人<sup>[6]</sup>在其基础上进行改进, 提出了无偏的势均衡多目标多伯努利(Cardinality Balanced MeMber, CBMeMber)滤波器, 并给出基于该算法的高斯混合(Gaussian Mixture-CBMeMber, GM-CBMeMber)形式。

在多目标跟踪系统中, 噪声是影响势均衡多目标多伯努利滤波器滤波精度的重要因素, GM-CBMeMber滤波器在较为理想的条件下, 即量测和模型噪声都服从高斯分布时, 可得到较好的滤波结果。但在实际应用中, 由于各类干扰和传感器自身的不稳定性, 量测噪声可能会出现异常, 即不严格服从高斯分布, 这样带有误差的量测常常表现出重尾特性<sup>[7]</sup>。此外, 在实际应用中, 探测目标也会受到各类不确定性因素的扰动, 从而导致过程噪声也出现异常, 进而呈现出重尾特性。而传统高斯噪声模型不能很好地描述重尾的过程和量测噪声, 进而限制了CBMeMber滤波器在实际多目标跟踪中的精度。

对于重尾分布, 实际中存在很多种统计描述方法, 如学生 $t$ 分布、Pareto分布、对数正态分布等。后两种分布形式由于其概率密度函数与高斯分布相差较大, 因此对于描述重尾的过程和量测噪声来说都不适用。学生 $t$ 分布的概率密度函数则与高斯分布较为相似, 且经常应用在类高斯分布的总体受到异常干扰的影响的场景<sup>[8]</sup>。因此, 本文将学生 $t$ 分布引入到CBMeMber滤波框架中, 提出一种基于学生 $t$ 混合实现的CBMeMber(Student's  $t$  Mixture CBMeMber, STM-CBMeMber)滤波器。在重尾非高斯环境下, 首先将过程噪声和量测噪声近似为学生 $t$ 分布, 然后将多目标先验强度近似为学生 $t$ 混合的形式, 得到学生 $t$ 混合形式的预测强度和后验强度, 形成势均衡多目标多伯努利滤波器的闭式递推框架, 进而推导出STM-CBMeMber滤波器的递推形式。与GM-CBMeMber滤波器相比, 由于该滤波器充分利用了学生 $t$ 分布的重尾特性, 因此在重尾过程和量测噪声同时存在的场景中具有更好的准确性和鲁棒性。

## 2 闭式递推框架

不同于GM-CBMeMber滤波器, STM-CBMeMber滤波器将多目标随机有限集**的强度**近似为学生 $t$ 混合的形式, 并得到势均衡多目标多伯努利滤波器的闭式递推框架。下面首先给出STM-CBMeMber滤波器在线性系统中的闭式递推框架, 并在之后将其推广至非线性系统。

### 2.1 STM-CBMeMber闭式递推框架

基于线性假设, STM-CBMeMber滤波器的递推过程可表示如下:

#### (1) 预测

假设 $k-1$ 时刻给定后验多目标密度为

$$\pi_{k-1} = \left\{ \left( r_{k-1}^{(i)}, p_{k-1}^{(i)} \right) \right\}_{i=1}^{M_{k-1}} \quad (1)$$

且每个概率密度 $p_{k-1}^{(i)}$  ( $i = 1, 2, \dots, M_{k-1}$ ) 是学生 $t$ 混合形式的, 即

$$p_{k-1}^{(i)}(\mathbf{x}) = \sum_{j=1}^{J_{k-1}^{(i)}} w_{k-1}^{(i,j)} \text{St} \left( \mathbf{x}; \mathbf{m}_{k-1}^{(i,j)}, p_{k-1}^{(i,j)}, \nu_3 \right) \quad (2)$$

则预测的多目标密度为

$$\pi_{k|k-1} = \left\{ \left( r_{P,k|k-1}^{(i)}, P_{P,k|k-1}^{(i)} \right) \right\}_{i=1}^{M_{k-1}} \cdot \bigcup \left\{ \left( r_{\Gamma,k}^{(i)}, P_{\Gamma,k}^{(i)} \right) \right\}_{i=1}^{M_{\Gamma,k}} \quad (3)$$

其中,

$$r_{P,k|k-1}^{(i)} = r_{k-1}^{(i)} P_{S,k} \quad (4)$$

$$P_{P,k|k-1}^{(i)}(\mathbf{x}) = \sum_{j=1}^{J_{k-1}^{(i)}} w_{k|k-1}^{(i,j)} \text{St} \left( \mathbf{x}; \mathbf{m}_{P,k|k-1}^{(i,j)}, P_{P,k|k-1}^{(i,j)}, \nu_3 \right) \quad (5)$$

$$\mathbf{m}_{P,k|k-1}^{(i,j)} = \mathbf{F}_{k-1} \mathbf{m}_{k-1}^{(i,j)} \quad (6)$$

$$P_{P,k|k-1}^{(i,j)} = \mathbf{F}_{k-1} P_{k-1}^{(i,j)} \mathbf{F}_{k-1}^T + \frac{\nu_3 - 2}{\nu_3} \frac{\nu_1}{\nu_1 - 2} \mathbf{Q}_{k-1} \quad (7)$$

其中,  $\left\{ \left( r_{\Gamma,k}^{(i)}, P_{\Gamma,k}^{(i)} \right) \right\}_{i=1}^{M_{\Gamma,k}}$  为出生目标的强度, 式(4)–式(6)的推导过程可参考GM-CBMeMber滤波器, 式(7)的推导可参考文献<sup>[8]</sup>。

#### (2) 更新

假设 $k$ 时刻给定预测的多目标密度为

$$\pi_{k|k-1} = \left\{ \left( r_{k|k-1}^{(i)}, p_{k|k-1}^{(i)} \right) \right\}_{i=1}^{M_{k|k-1}} \quad (8)$$

且对每个概率密度 $p_{k|k-1}^{(i)}$  ( $i = 1, 2, \dots, M_{k|k-1}$ ), 是学生 $t$ 混合形式的, 即

$$p_{k|k-1}^{(i)}(\mathbf{x}) = \sum_{j=1}^{J_{k|k-1}^{(i)}} w_{k|k-1}^{(i,j)} \text{St} \left( \mathbf{x}; \mathbf{m}_{k|k-1}^{(i,j)}, p_{k|k-1}^{(i,j)}, \nu_3 \right) \quad (9)$$

则更新的多目标密度为

$$\pi_k = \left\{ \left( r_{L,k}^{(i)}, P_{L,k}^{(i)} \right) \right\}_{i=1}^{M_{k|k-1}} \cdot \bigcup \{ (r_{U,k}(\mathbf{z}), P_{U,k}(\cdot; \mathbf{z})) \}_{\mathbf{z} \in \mathbf{Z}_k} \quad (10)$$

其中,

$$r_{L,k}^{(i)} = r_{k|k-1}^{(i)} \frac{1 - P_{D,k}}{1 - r_{k|k-1}^{(i)} P_{D,k}} \quad (11)$$

$$P_{L,k}^{(i)}(\mathbf{x}) = p_{k|k-1}^{(i)}(\mathbf{x}) \quad (12)$$

$$r_{U,k}(\mathbf{z}) = \frac{\sum_{i=1}^{M_{k|k-1}} r_{k|k-1}^{(i)} \left(1 - r_{k|k-1}^{(i)}\right) \Lambda_{U,k}^{(i)}(\mathbf{z})}{\left(1 - r_{k|k-1}^{(i)} P_{D,k}\right)^2} \quad (13)$$

$$\kappa_k(\mathbf{z}) + \sum_{i=1}^{M_{k|k-1}} \frac{r_{k|k-1}^{(i)} \Lambda_{U,k}^{(i)}(\mathbf{z})}{1 - r_{k|k-1}^{(i)} P_{D,k}}$$

$$P_{U,k}(\cdot; \mathbf{z}) = \frac{\sum_{i=1}^{M_{k|k-1}} \sum_{j=1}^{J_{k-1}^{(i)}} w_{U,k}^{(i,j)}(\mathbf{z}) \text{St}\left(\mathbf{x}; \mathbf{m}_{U,k}^{(i,j)}(\mathbf{z}), \mathbf{P}_{U,k}^{(i,j)}(\mathbf{z}), \nu_3'\right)}{\sum_{i=1}^{M_{k|k-1}} \sum_{j=1}^{J_{k-1}^{(i)}} w_{U,k}^{(i,j)}(\mathbf{z})} \quad (14)$$

$$\Lambda_{U,k}^{(i)}(\mathbf{z}) = P_{D,k} \sum_{j=1}^{J_{k-1}^{(i)}} w_{k|k-1}^{(i,j)} q_k^{(i,j)}(\mathbf{z}) \quad (15)$$

$$q_k^{(i,j)}(\mathbf{z}) = \text{St}\left(\mathbf{z}; \boldsymbol{\eta}_{U,k|k-1}^{(i,j)}, \mathbf{S}_{U,k}^{(i,j)}, \nu_3\right) \quad (16)$$

$$w_{U,k}^{(i,j)}(\mathbf{z}) = \frac{r_{k|k-1}^{(i)}}{1 - r_{k|k-1}^{(i)}} P_{D,k} w_{k|k-1}^{(i,j)} q_k^{(i,j)}(\mathbf{z}) \quad (17)$$

$$\boldsymbol{\eta}_{U,k|k-1}^{(i,j)} = \mathbf{H}_k \mathbf{m}_{k|k-1}^{(i,j)} \quad (18)$$

$$\mathbf{S}_{U,k}^{(i,j)} = \mathbf{H}_k \mathbf{P}_{k|k-1}^{(i,j)} \mathbf{H}_k^T + \frac{\nu_3 - 2}{\nu_3} \frac{\nu_2}{\nu_2 - 2} \mathbf{R}_k \quad (19)$$

$$\mathbf{m}_{U,k}^{(i,j)}(\mathbf{z}) = \mathbf{m}_{k|k-1}^{(i,j)} + \mathbf{K}_{U,k}^{(i,j)} \left(\mathbf{z} - \boldsymbol{\eta}_{U,k|k-1}^{(i,j)}\right) \quad (20)$$

$$\mathbf{P}_{U,k}^{(i,j)}(\mathbf{z}) = \frac{\nu_3 + \Delta^2}{\nu_3 + d_z} \left(\mathbf{I} - \mathbf{K}_{U,k}^{(i,j)} \mathbf{H}_k\right) \mathbf{P}_{k|k-1}^{(i,j)} \quad (21)$$

$$\nu_3' = \nu_3 + d_z \quad (22)$$

$$\mathbf{K}_{U,k}^{(i,j)} = \mathbf{P}_{xz,k|k-1}^{(i,j)} \left(\mathbf{P}_{zz,k|k-1}^{(i,j)}\right)^{-1} \quad (23)$$

$$\Delta^2 = \left(\mathbf{z} - \mathbf{H}_k \mathbf{m}_{k|k-1}^{(i,j)}\right)^T \left(\mathbf{P}_{zz,k|k-1}^{(i,j)}\right)^{-1} \cdot \left(\mathbf{z} - \mathbf{H}_k \mathbf{m}_{k|k-1}^{(i,j)}\right) \quad (24)$$

$$\mathbf{P}_{xz,k|k-1}^{(i,j)} = \mathbf{P}_{k|k-1}^{(i,j)} \mathbf{H}_k^T \quad (25)$$

$$\mathbf{P}_{zz,k|k-1}^{(i,j)} = \mathbf{H}_k \mathbf{P}_{k|k-1}^{(i,j)} \mathbf{H}_k^T + \frac{\nu_3 - 2}{\nu_3} \frac{\nu_2}{\nu_2 - 2} \mathbf{R}_k \quad (26)$$

其中, 式(13)–式(17)的推导过程可参考GM-CBMeMBer滤波器, 式(18)–式(26)的推导过程可参考文献[8]。

## 2.2 算法的非线性拓展

对于非线性系统, 无法直接应用上述STM-CBMeMBer滤波器进行滤波, 这是因为系统的非线性导致后验密度对应的学生 $t$ 积分也是非线性的, 因此如何计算非线性学生 $t$ 积分成为需要解决的问题。当前, 一些研究者已经给出了基于泰勒线

性化[8]、无迹变换[9]和容积准则[10]的计算学生 $t$ 积分的解决方案。其中相比于泰勒线性化和无迹变换等方法, 基于容积准则的方法不容易发散且计算量更小, 因此, 本文采用容积准则将STM-CBMeMBer滤波器拓展到非线性模型, 其中容积点的计算方法同文献[10]。

## 3 算法实现中的问题

### 3.1 自由度参数

由式(22)可知, 自由度参数 $\nu_3'$ 会随着递推过程的进行趋向于无穷大, 这就会导致学生 $t$ 混合形式退化为高斯混合形式, 进而失去其对重尾噪声的鲁棒性。为避免这一情况, 可采用矩匹配[11]的方法对后验强度进行修正, 得到式(27)–式(29)

$$P_{U,k}(\cdot; \mathbf{z}) = \frac{\sum_{i=1}^{M_{k|k-1}} \sum_{j=1}^{J_{k-1}^{(i)}} w_{U,k}^{(i,j)}(\mathbf{z}) \text{St}\left(\mathbf{x}; \mathbf{m}_{U,k}^{(i,j)'}(\mathbf{z}), \mathbf{P}_{U,k}^{(i,j)'}(\mathbf{z}), \nu_3\right)}{\sum_{i=1}^{M_{k|k-1}} \sum_{j=1}^{J_{k-1}^{(i)}} w_{U,k}^{(i,j)}(\mathbf{z})} \quad (27)$$

$$\mathbf{m}_{U,k}^{(i,j)'}(\mathbf{z}) = \mathbf{m}_{U,k}^{(i,j)}(\mathbf{z}) \quad (28)$$

$$\mathbf{P}_{U,k}^{(i,j)'}(\mathbf{z}) = \frac{\nu_3 - 2}{\nu_3} \frac{\nu_3'}{\nu_3' - 2} \mathbf{P}_{U,k}^{(i,j)}(\mathbf{z}) \quad (29)$$

对学生 $t$ 分布, 由于通常对应于过程噪声模型、量测噪声模型和初始多目标状态的自由度参数 $\nu_1, \nu_2, \nu_3$ 是不同的, 因此在式(1)–式(7)的递推过程中, 存在这样一个问题, 在 $\nu_1$ 和 $\nu_3$ 之间该如何选择作为预测强度的自由度参数, 一种有效的方法[11]是选择 $\nu_1$ 和 $\nu_3$ 中更小的那个。同理, 在式(8)–式(26)的递推过程中, 选择 $\nu_2$ 和 $\nu_3$ 中更小的作为后验强度的自由度参数。为简化起见, 本文假设自由度参数满足 $\nu_1 = \nu_2 = \nu_3$ 。

### 3.2 修剪合并方案

类似于GM-CBMeMBer滤波器, 随着递推过程的进行, 用来表示STM-CBMeMBer滤波器后验密度的混合项的个数也会随着时间的增加无限增长, 因此也需要采用剪枝合并的方法进行抑制。具体过程与GM-CBMeMBer滤波器类似[6], 不同之处在于学生 $t$ 混合项中给出的为尺度矩阵而非协方差矩阵, 而STM-CBMeMBer滤波器在合并过程中需要用到协方差矩阵, 因此要计算出协方差矩阵 $\mathbf{P} = \frac{\nu}{\nu - 2} \mathbf{p}$ 用于合并过程。至于后续的目标数目计算和状态提取过程, 与GM-CBMeMBer滤波器完全相同, 这里不再赘述。

### 3.3 门限策略

此外, 针对杂波率较大的环境, GM-CBMeMBer滤波器往往采用门限策略来降低计算负担, 该方法也同样适用于STM-CBMeMBer滤波器。选择量测的准则为

$$\mathbf{z}_k^{(i)} \begin{cases} \in \tilde{\mathbf{Z}}_k, \exists (i,j) | \left( \mathbf{z}_k^{(i,j)} - \mathbf{H}_k \mathbf{m}_{k|k-1}^{(i,j)} \right)^T \left( \mathbf{S}_{U,k}^{(i,j)} \right)^{-1} \left( \mathbf{z}_k^{(i,j)} - \mathbf{H}_k \mathbf{m}_{k|k-1}^{(i,j)} \right) \leq T \\ \notin \tilde{\mathbf{Z}}_k, \exists (i,j) | \left( \mathbf{z}_k^{(i,j)} - \mathbf{H}_k \mathbf{m}_{k|k-1}^{(i,j)} \right)^T \left( \mathbf{S}_{U,k}^{(i,j)} \right)^{-1} \left( \mathbf{z}_k^{(i,j)} - \mathbf{H}_k \mathbf{m}_{k|k-1}^{(i,j)} \right) > T \end{cases} \quad (30)$$

其中,  $\tilde{\mathbf{Z}}_k$ 表示滤出部分杂波后的量测集合,  $\mathbf{S}_{U,k}^{(i,j)}$ 为新息协方差矩阵,  $T$ 为门限阈值。不同于GM的情况, 在学生 $t$ 混合执行方法下的判别统计量  $\left( \mathbf{z}_k^{(i,j)} - \mathbf{H}_k \mathbf{m}_{k|k-1}^{(i,j)} \right)^T \left( \mathbf{S}_{U,k}^{(i,j)} \right)^{-1} \left( \mathbf{z}_k^{(i,j)} - \mathbf{H}_k \mathbf{m}_{k|k-1}^{(i,j)} \right)$ 服从 $F$ 分布, 而非 $\chi^2$ 分布。这意味着在相同的置信水平下, STM-CBMeMBer滤波器的门限值与GM-CBMeMBer相比会有所差别。

## 4 仿真与分析

为了更好地说明目标滤波器的性能, 在考虑线性和非线性场景的基础上, 将所提STM-CBMeMBer滤波器与已有的GM-CBMeMBer和SMC-CBMeMBer滤波器进行比较。论文采用最优子模式分配(Optimal Sub-Pattern Assignment, OSPA)距离作为评价指标, 它可以综合衡量势估计误差和位置估计误差, 在评价多目标滤波性能时更为全面<sup>[12]</sup>, 定义为

$$\bar{d}_p^{(c)}(\mathbf{X}, \mathbf{Z}) = \begin{cases} 0, & m = n = 0 \\ \left( \frac{1}{n} \left( \min_{\pi \in \Pi_n} \sum_{i=1}^m d^{(c)}(\mathbf{x}_i, \mathbf{z}_{\pi(i)})^p + c^p (n-m) \right) \right)^{\frac{1}{p}}, & m \leq n \\ \bar{d}_p^{(c)}(\mathbf{Z}, \mathbf{X}), & m > n \end{cases} \quad (31)$$

其中,  $\mathbf{X}$ 和 $\mathbf{Z}$ 表示任意子集, 其维数分别为 $m$ 和 $n$ , 且 $m \leq n$ ;  $d^{(c)}(\mathbf{x}, \mathbf{z}) = \min\{c, d(\mathbf{x}, \mathbf{z})\}$  ( $c > 0$ );  $\Pi_k$ 表示 $\{1, 2, \dots, k\}$ 的所有排列组成的集合。若 $m > n$ , 则有 $\bar{d}_p^{(c)}(\mathbf{X}, \mathbf{Z}) = \bar{d}_p^{(c)}(\mathbf{Z}, \mathbf{X})$ ,  $1 \leq p < \infty$ ; 若 $m = n = 0$ , 则有 $\bar{d}_p^{(c)}(\mathbf{X}, \mathbf{Z}) = \bar{d}_p^{(c)}(\mathbf{Z}, \mathbf{X}) = 0$ 。 $p$ 为阶数参量, 决定了对异常值的灵敏度;  $c$ 为分离参量, 决定了目标数和定位误差的相对权重, 在文献<sup>[12]</sup>中可以获取更多关于 $p$ 和 $c$ 的信息, 本文设 $p = 2$ ,  $c = 100$ 。

### 4.1 仿真设置

对线性系统, 假设在100 s的运行时间内有一个监视区域大小为 $[-1000 \text{ m}, 1000 \text{ m}] \times [-1000 \text{ m}, 1000 \text{ m}]$ 的2维场景, 存在有12个目标, 没有目标派生, 每个目标都以CV模型运动<sup>[13]</sup>, 其中

$$\mathbf{F} = \begin{bmatrix} 1 & T & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & T \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{Q} = \begin{bmatrix} T^3/4 & T^3/2 & 0 & 0 \\ T^3/2 & T & 0 & 0 \\ 0 & 0 & T^3/4 & T^3/2 \\ 0 & 0 & T^3/2 & T \end{bmatrix} \delta_w^2 \quad (32)$$

其中,  $\mathbf{F}$ 为转移矩阵,  $\mathbf{Q}$ 为过程噪声的协方差矩阵,  $T = 1 \text{ s}$ ,  $\delta_w = 5 \text{ m/s}^2$ , 目标的状态 $\mathbf{x}_k = [p_{x,k}, p'_{x,k}, p_{y,k}, p'_{y,k}]^T$ 由位置部分 $(p_{x,k}, p_{y,k})$ 和速度部分 $(p'_{x,k}, p'_{y,k})$ 构成。

每个目标的量测模型亦为线性的, 其中

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}, \mathbf{R} = \begin{bmatrix} 100 & 0 \\ 0 & 100 \end{bmatrix}。 \mathbf{H}$$

为量测矩阵,  $\mathbf{R}$ 为量测噪声的协方差矩阵。

对非线性系统, 假设在100 s的运行时间内有一个监视区域大小为 $[-2000 \text{ m}, 1500 \text{ m}] \times [0 \text{ m}, 2000 \text{ m}]$ 的2维场景, 存在有10个目标, 没有目标派生, 目标状态 $\mathbf{x}_k = [\mathbf{x}_k^T, \boldsymbol{\omega}_k^T]^T$ 由位置和速度部分 $\mathbf{x}_k = [p_{x,k}, p_{x,k}', p_{y,k}, p_{y,k}']$ 与角速度 $\boldsymbol{\omega}_k$ 组成, 每个目标都以CT模型运动<sup>[13]</sup>, 即

$$\mathbf{x}_k = \mathbf{F}(\boldsymbol{\omega}_{k-1}) + \mathbf{G}\boldsymbol{\omega}_{k-1}, \boldsymbol{\omega}_k = \boldsymbol{\omega}_{k-1} + T\mathbf{u}_{k-1} \quad (33)$$

$$\text{其中, } \mathbf{F}(\boldsymbol{\omega}) = \begin{bmatrix} 1 & \frac{\sin \boldsymbol{\omega} T}{\boldsymbol{\omega}} & 0 & -\frac{(1 - \cos \boldsymbol{\omega} T)}{\boldsymbol{\omega}} \\ 0 & \cos \boldsymbol{\omega} T & 0 & -\sin \boldsymbol{\omega} T \\ 0 & \frac{(1 - \cos \boldsymbol{\omega} T)}{\boldsymbol{\omega}} & 1 & \frac{\sin \boldsymbol{\omega} T}{\boldsymbol{\omega}} \\ 0 & \sin \boldsymbol{\omega} T & 0 & \cos \boldsymbol{\omega} T \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{G} = \begin{bmatrix} \frac{T^2}{2} & 0 \\ T & 0 \\ 0 & \frac{T^2}{2} \\ 0 & T \end{bmatrix}, T=1 \text{ s}。$$

目标的量测模型 $\mathbf{z}_k$ 为带噪声的方位角和距离向量:

$$\mathbf{z}_k = \left[ \sqrt{p_{x,k}^2 + p_{y,k}^2} \arctan \frac{p_{y,k}}{p_{x,k}} \right]^T + \mathbf{v}_k \quad (34)$$

对于受重尾噪声污染的过程噪声 $\mathbf{w}_k$ 和量测噪声 $\mathbf{v}_k$ , 可表示为<sup>[14]</sup>

$$\mathbf{w}_k \sim \begin{cases} N(0, \mathbf{Q}), & p = 0.97 \\ N(0, 25\mathbf{Q}), & p = 0.03 \end{cases},$$

$$\mathbf{v}_k \sim \begin{cases} N(0, \mathbf{R}), & p = 0.97 \\ N(0, 25\mathbf{R}), & p = 0.03 \end{cases} \quad (35)$$

其中,  $p$ 表示当前分布所占总体的比重, 大约有3%的过程和量测噪声由高协方差的高斯分布表示, 这个比例也叫污染率, 用 $\varepsilon$ 表示。

在均匀分布假设下, 对杂波强度 $\kappa_k$ , 有 $\kappa_k = \lambda_c/V$ , 其中,  $V$ 为监视区域的面积,  $\lambda_c$ 为杂波率, 为监视区域内单次扫描出现杂波的个数, 在本次实验中, 设 $\lambda_c = 20$ 。

STM-CBMeMBer滤波器的新生目标模型为强度为 $\pi_{\Gamma}$ 的多伯努利有限集, 即

$$\pi_{\Gamma} = \left\{ \left( r_{\Gamma}^{(i)}, p_{\Gamma}^{(i)} \right) \right\}_{i=1}^4 \quad (36)$$

其中,  $r_{\Gamma}^{(1)} = r_{\Gamma}^{(2)} = r_{\Gamma}^{(3)} = r_{\Gamma}^{(4)} = 0.03$ ,  $p_{\Gamma}^{(i)} = \text{St}(\mathbf{x}; \mathbf{m}_{\Gamma}^{(i)}, \mathbf{p}_{\Gamma}^{(i)}, \nu_3)$ ,  $\mathbf{m}_{\Gamma}^{(1)} = [0 \ 0 \ 0 \ 0]^T$ ,  $\mathbf{m}_{\Gamma}^{(2)} = [400 \ 0 \ -600 \ 0]^T$ ,  $\mathbf{m}_{\Gamma}^{(3)} = [-800 \ 0 \ -200 \ 0]^T$ ,

$$\mathbf{m}_{\Gamma}^{(4)} = [-200 \ 0 \ 800 \ 0]^T, \mathbf{p}_{\Gamma}^{(1)} = \mathbf{p}_{\Gamma}^{(2)} = \mathbf{p}_{\Gamma}^{(3)} = \mathbf{p}_{\Gamma}^{(4)} = \text{diag}\{10, 10, 10, 10\}^T, \nu_3 = 10.$$

假设目标的探测概率和生存概率分别为 $P_{D,k} = 0.98$ 和 $P_{S,k} = 0.99$ , 修剪门限 $T_p = 10^{-5}$ , 合并门限 $U = 4$ , 最大学生 $t$ 项个数 $J_{\max} = 100$ 。为简化计算, 设置自由度参数 $\nu_1 = \nu_2 = \nu_3 = 10$ 。

## 4.2 仿真验证

为了充分评价STM-CBMeMBer滤波器的性能, 将其与GM-CBMeMBer和传统SMC-CBMeMBer滤波器进行比较, 其中蒙特卡洛仿真次数为50。图1和图2分别给出了线性和非线性两种系统下3种滤波器对真实目标数的估计情况和OSPA距离。

由图1可以看到, 在重尾噪声的干扰下, 尽管与真实目标数相比有一些偏差, 但在目标数估计精度上, 无论是线性系统还是非线性系统, STM-CBMeMBer滤波器相比其他两种滤波器在总体上均有了显著提升, 而SMC-CBMeMBer滤波器则与真实值相差较大。图2中, 两个系统中SMC-CBMeMBer滤波器的OSPA距离均呈现出一种不稳定且幅值较大的状态, 这是因为SMC-CBMeMBer滤波器在提取多目标状态的过程中需要额外的聚类算法, 而聚类算法也会导致目标状态估计的不稳定; SMC-CBMeMBer滤波器在实现过程中需要

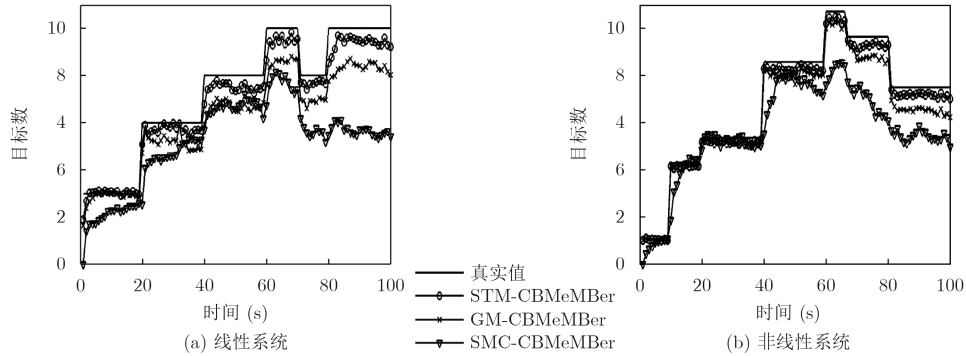


图1 目标数估计

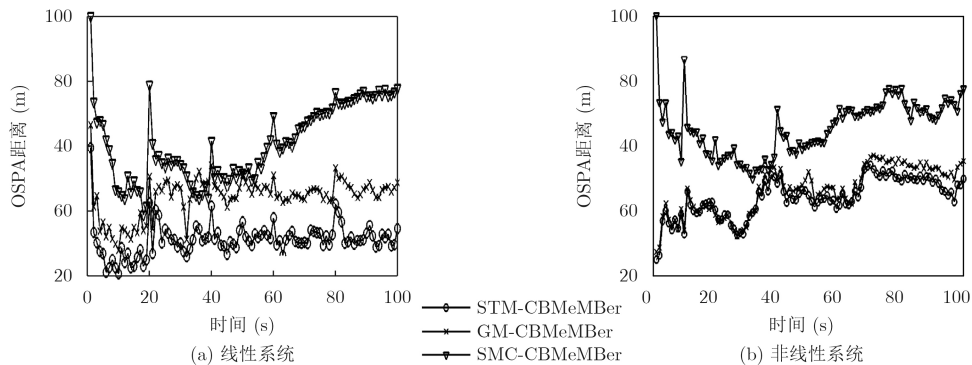


图2 OSPA距离

大量的粒子去近似多目标的概率密度,这在有重尾噪声的环境中也会加大其估计误差。对比其他两种滤波器,可以看到,无论是线性还是非线性系统,STM-CBMeMBer滤波器的OSPA距离始终小于GM-CBMeMBer滤波器,且目标数越多,两种滤波器OSPA距离上的差别越明显,这是因为STM-CBMeMBer滤波器抗重尾噪声的能力更强,在目标数增多之后,对目标数的估计更精确。

为了进一步评价STM-CBMeMBer滤波器的性能,设计了3种滤波器在不同污染率下的仿真实验,杂波率 $\lambda_c = 20$ ,观察其平均OSPA距离的变化情况,共进行了50次蒙特卡洛仿真,结果如图3所示。

设置污染率 $\varepsilon$ 的变化范围为0~0.05,随着 $\varepsilon$ 的增大,总体上SMC-CBMeMBer滤波器的OSPA距离始终远大于其他两种滤波器,且非线性系统中差别更大。而对比其他两种滤波器,可以看到,无论是线性还是非线性系统,STM-CBMeMBer滤波器的OSPA距离始终小于GM-CBMeMBer滤波器,且两者之间的差值有逐渐增大的趋势。这说明在有重尾噪声的环境中STM-CBMeMBer滤波器具有更强的鲁棒性,且污染率越高,这种鲁棒性越明显。其原因是学生 $t$ 模型能更好地匹配重尾非高斯噪声,而对于高斯模型,当污染率逐渐增大时,其对于重尾非高斯噪声的匹配效果将越来越差。当

$\varepsilon = 0$ 时,两个系统中SMC-CBMeMBer滤波器的OSPA距离也均远大于其他两种滤波器,而STM-CBMeMBer滤波器与GM-CBMeMBer滤波器均近似相等,这说明在没有噪声污染的环境中SMC-CBMeMBer滤波器的滤波性能也相对较低,而其他两种滤波器的滤波性能则近似相当。

为了验证杂波对滤波器的影响,下面设置了在不同杂波率下3种滤波器的对比仿真实验,污染率 $\varepsilon = 0.03$ ,杂波率 $\lambda_c$ 的变化范围为0~50,仿真结果如图4所示。

由图4可得,随着杂波率的不断增大,两个系统中3种滤波器的OSPA距离也在逐渐增大,且STM-CBMeMBer滤波器的OSPA距离始终小于GM-CBMeMBer滤波器和SMC-CBMeMBer滤波器。这说明在有重尾噪声的环境中,无论杂波是否存在,无论目标如何机动,STM-CBMeMBer滤波器的跟踪性能始终优于GM-CBMeMBer滤波器和SMC-CBMeMBer滤波器。

## 5 结论

为了解决在有重尾的过程和量测噪声的环境中势均衡多目标多伯努利滤波器跟踪性能下降的问题,本文提出了一种学生 $t$ 混合势均衡多目标多伯努利滤波器,通过将多目标的强度近似为学生 $t$ 混

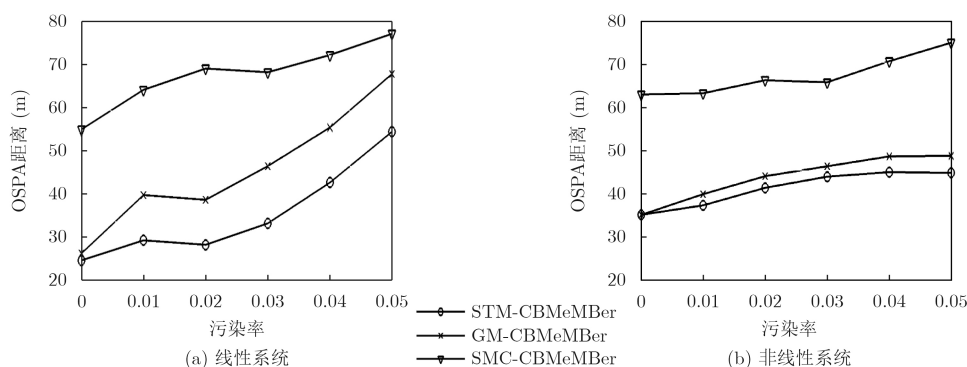


图3 不同污染率下的平均OSPA距离

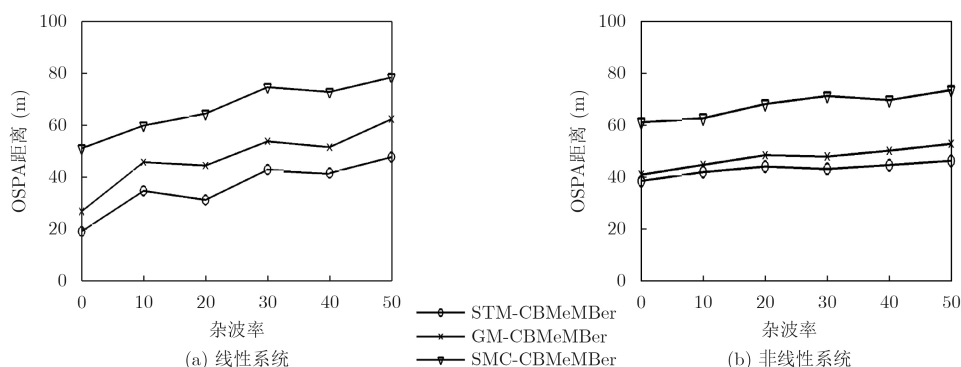


图4 不同杂波率下的OSPA距离

合的形式, 得到了在学生 $t$ 假设下势均衡多目标多伯努利滤波器的闭式递推框架, 并将其推广到非线性系统。仿真实验通过与GM-CBMeMBer滤波器及传统SMC-CBMeMBer滤波器进行性能对比, 验证了所提算法在提高跟踪精度方面的有效性。

### 参考文献

- [1] LEUNG K Y K, INOSTROZA F, and ADAMS M. Relating random vector and random finite set estimation in navigation, mapping, and tracking[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2017, 65(17): 4609–4623. doi: [10.1109/TSP.2017.2701330](https://doi.org/10.1109/TSP.2017.2701330).
- [2] JIN Xuebo, SUN Shuli, WEI Hong, *et al.* Advances in multi-sensor information fusion: Theory and applications 2017[J]. *Sensors*, 2018, 18(4): 1162. doi: [10.3390/s18041162](https://doi.org/10.3390/s18041162).
- [3] MAHLER R. PHD filters of higher order in target number[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2007, 43(4): 1523–1543. doi: [10.1109/TAES.2007.4441756](https://doi.org/10.1109/TAES.2007.4441756).
- [4] MAHLER R P S, VO B T, and VO B N. CPHD filtering with unknown clutter rate and detection profile[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2011, 59(8): 3497–3513. doi: [10.1109/TSP.2011.2128316](https://doi.org/10.1109/TSP.2011.2128316).
- [5] MAHLER R P S. Statistical Multisource-Multitarget Information Fusion[M]. Boston: Artech House, Inc., 2007: 655–682.
- [6] VO B T, VO B N, and CANTONI A. The cardinality balanced multi-target multi-Bernoulli filter and its implementations[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2009, 57(2): 409–423. doi: [10.1109/TSP.2008.2007924](https://doi.org/10.1109/TSP.2008.2007924).
- [7] YANG Jinlong and GE Hongwei. Adaptive probability hypothesis density filter based on variational bayesian approximation for multi-target tracking[J]. *IET Radar, Sonar, & Navigation*, 2013, 7(9): 959–967. doi: [10.1049/iet-rsn.2012.0357](https://doi.org/10.1049/iet-rsn.2012.0357).
- [8] HUANG Yulong, ZHANG Yonggang, LI Ning, *et al.* Robust student's  $t$  based nonlinear filter and smoother[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2016, 52(5): 2586–2596. doi: [10.1109/TAES.2016.150722](https://doi.org/10.1109/TAES.2016.150722).
- [9] TRONARP F, HOSTETTTLER R, and SÄRKKÄ S. Sigma-point filtering for nonlinear systems with non-additive heavy-tailed noise[C]. The 19th International Conference on Information Fusion, Heidelberg, Germany, 2016: 1859–1866.
- [10] HUANG Yulong, ZHANG Yonggang, LI Ning, *et al.* A robust student's  $t$  based cubature filter[C]. The 19th International Conference on Information Fusion, Heidelberg, Germany, 2016: 9–16.
- [11] ROTH M, ÖZKAN E, and GUSTAFSSON F. A student's  $t$  filter for heavy tailed process and measurement noise[C]. 2013 IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing, Vancouver, Canada, 2013: 5770–5774. doi: [10.1109/ICASSP.2013.6638770](https://doi.org/10.1109/ICASSP.2013.6638770).
- [12] SCHUHMACHER D, VO B T, and VO B N. A consistent metric for performance evaluation of multi-object filters[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2008, 56(8): 3447–3457. doi: [10.1109/tsp.2008.920469](https://doi.org/10.1109/tsp.2008.920469).
- [13] TIAN Xin, YUAN Ting, and BAR-SHALOM Y. Track-to-track fusion in linear and nonlinear systems[C]. Selected Papers of the Itzhack Y. Bar-Itzhack Memorial Symposium on Estimation, Navigation, and Spacecraft Control, Berlin Heidelberg, 2015: 21–41. doi: [10.1007/978-3-662-44785-7\\_2](https://doi.org/10.1007/978-3-662-44785-7_2).
- [14] MCNEIL A J. Multivariate  $t$  distributions and their applications[J]. *Journal of the American Statistical Association*, 2006, 101(473): 390–391. doi: [10.1198/jasa.2006.s67](https://doi.org/10.1198/jasa.2006.s67).

陈树新: 男, 1965年生, 教授, 博士生导师, 主要研究方向为无源定位跟踪。

洪磊: 男, 1995年生, 硕士, 研究方向为多目标跟踪。

吴昊: 男, 1988年生, 讲师, 博士, 研究方向为无源定位跟踪。

刘卓威: 男, 1989年生, 工程师, 研究方向为多目标跟踪。

岳龙华: 男, 1975年生, 工程师, 研究方向为光端通信。