

一种分布式 MIMO 雷达正交波形和失配滤波器组联合设计方法

徐磊磊^{*①②} 周生华^{①②} 刘宏伟^{①②} 马林^② 严俊坤^{①②}

^①(西安电子科技大学雷达信号处理国家重点实验室 西安 710071)

^②(西安电子科技大学信息感知技术协同创新中心 西安 710071)

摘要:针对分布式 MIMO 雷达正交相位编码信号和其失配滤波器组分开设计输出的距离旁瓣电平仍然过高的问题,该文提出一种正交相位编码信号和失配滤波器组联合设计方法。首先,以约束信噪比损失和最小化失配滤波器组输出的距离旁瓣电平为目标,构建联合设计准则。然后,根据最小 p 范数算法的理论,给出一种基于 L-BFGS 算法的双最小 p 范数算法进行求解。仿真结果表明,与分开设计方法相比,该文方法输出的距离旁瓣电平可以进一步降低。

关键词: 分布式 MIMO 雷达; 正交波形; 失配滤波器组; 联合设计

中图分类号: TN958

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2018)06-1476-08

DOI: 10.11999/JEIT170836

Joint Design of Distributed MIMO Radar Orthogonal Waveforms and Mismatched Filter Bank

XU Leilei^{①②} ZHOU Shenghua^{①②} LIU Hongwei^{①②} MA Lin^② YAN Junkun^{①②}

^①(National Laboratory of Radar Signal Processing, Xidian University, Xi'an 710071, China)

^②(Collaborative Innovation Center of Information Sensing and Understanding at Xidian University, Xi'an 710071, China)

Abstract: For the high Range Sidelobe Level (RSL) of designing distributed MIMO radar orthogonal phase coded waveforms and its mismatched filter bank separately, a joint design method of Orthogonal Phase Coded Waveforms and Mismatched Filter Bank (OPCW-MFB) is proposed in this paper. Firstly, by controlling signal-to-noise ratio loss and minimizing the RSL of mismatched filter bank output, the joint design criterion is formulated. Then, based on the theory of a least- p th minimax algorithm, a double least- p th minimax algorithm with the L-BFGS as its sub-algorithm is proposed to solve it. Numerical results show that compared with the separate design methods of OPCW-MFB, the proposed method can further suppress the RSL.

Key words: Distributed MIMO radar; Orthogonal waveforms; Mismatched filter bank; Joint design

1 引言

多输入多输出(Multiple Input Multiple Output, MIMO)雷达是一种新兴的雷达体制,是下一代雷达发展的一个重要方向^[1,2]。传统的合成孔径雷达和相控阵雷达可以视为是 MIMO 雷达的一种特殊情况。集中式 MIMO 雷达和分布式 MIMO 雷达是 MIMO 雷达两种基本体制,前者阵元空间分布紧凑,不同阵元可以发射不同波形(相对于相控阵雷达),具有比较好的波形分集能力,从而可以提高对目标的测角精度和参数辨别能力^[1];后者阵元空间分布较远,

可以在空间不同角度观测目标(回波可以视为相互独立),较好地解决了目标雷达散射截面积的闪烁效应,提升了雷达的探测性能和定位精度^[2]。本文重点研究分布式 MIMO 雷达体制下的信号设计。

关于分布式 MIMO 雷达信号设计问题,通常需要考虑以下 3 个方面^[3,4]: (1)为了抑制不同阵元回波信号的相互干扰,发射信号需要具备正交性;(2)为了提高雷达的检测性能,发射信号需要具有比较好的脉冲压缩性能;(3)由于雷达发射电路中的放大器通常工作在饱和状态,发射信号需要是恒模信号。相位编码信号是一种常见的恒模信号,具有比较好的抗截获性和高的测量精度等优势,在 MIMO 雷达研究中获得广泛研究^[3-10]。除了时间维和频率维以外,相位编码信号提供了另一个维度(码元维、波形维)来实现信号之间的相互正交。而绝对正交的信号通常难以实现。在实际应用中,可以通过优化信号

收稿日期: 2017-09-01; 改回日期: 2018-01-10; 网络出版: 2018-03-15

*通信作者: 徐磊磊 llxu@stu.xidian.edu.cn

基金项目: 国家自然科学基金(61401329, 61372134), 国家杰出青年科学基金(61525105)

Foundation Items: The National Natural Science Foundation of China (61401329, 61372134), The National Science Fund for Distinguished Young Scholars (61525105)

使其具有较低自相关旁瓣电平和互相关电平(以下简称旁瓣电平)的特点,来“近似”正交信号^[3,7-9]。文献[3,7,8]以最小化自相关积分旁瓣电平和积分互相关电平为目标来设计正交信号,但输出的自相关峰值旁瓣电平(Auto-correlation Peak Sidelobe Level, APSL)和峰值互相关电平(Peak Cross Correlation Level, PCCL)较高,不利于在多目标环境下对弱小目标的检测;针对此问题,文献[9]直接以最小化APSL和PCCL为目标来设计正交信号。

为了进一步降低APSL和PCCL,可以通过以一定的信噪比(SNR)损失为代价,设计失配滤波器组。文献[11,12]以最小化APSL和PCCL为目标,分别采用迭代加权最小二乘法和凸优化方法来设计失配滤波器组;文献[13]以最小化输出的干扰和噪声功率,约束SNR损失,APSL和PCCL为目标,并基于半正定松弛的方法设计失配滤波器组。但是文献[11-13]设计的失配滤波器组是在给定信号的条件下去进行的,损失了部分自由度。为了进一步降低峰值旁瓣电平,关键是寻找更多的自由度。因此,本文给出了一种正交相位编码信号和失配滤波器组联合设计的方法。通过约束SNR损失和最小化失配滤波器组输出的APSL和PCCL为目标,构建联合设计准则;然后,根据最小 p 范数算法^[14]的理论,使用基于L-BFGS(Limited-Memory Broyden-Fletcher-Goldfarb and Shannon)算法^[15]的双最小 p 范数优化算法进行求解。

2 信号模型

假设分布式MIMO雷达发射信号为 $\mathbf{S} = [\mathbf{s}_1, \mathbf{s}_2, \dots, \mathbf{s}_{N_t}] \in \mathbb{C}^{N_s \times N_t}$,发射信号经目标散射后,在接收通道经失配滤波器组 $\mathbf{H} = [\mathbf{h}_1, \mathbf{h}_2, \dots, \mathbf{h}_{N_r}] \in \mathbb{C}^{N_h \times N_r}$ 滤波,其中, N_t 为发射阵元的个数, N_s 为发射信号的码元长度, N_r 为接收阵元的个数, N_h ($N_h \geq N_s$)为滤波器长度,不失一般性,假设 $N_r = N_t$ 。信号 \mathbf{s}_i 经过滤波器 \mathbf{h}_i 滤波后,在距离位移 k 处的表达式^[8]为

$$\omega_{i,l}(k) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \mathbf{s}_i(n) \mathbf{h}_i^*(n-k) \quad (1)$$

其中, $i, l = 1, 2, \dots, N_t$,若 $l = i$, $\omega_{i,i}(k)$, $k \neq 0$ 表示失配滤波器输出的距离旁瓣电平;为了便于区分,假设 $\omega_{i,i}(k)$ ($k \neq 0$)为自相关旁瓣电平, $\omega_{i,l}(k)$ ($i \neq l, \forall k$)为互相关电平。相位编码信号 \mathbf{s}_i 和失配滤波器 \mathbf{h}_i 的第 n 个元素分别为

$$\mathbf{s}_i(n) = \begin{cases} e^{j\varphi_i(n)}, & n \in [1, N_s] \\ 0, & \text{其它} \end{cases} \quad (2)$$

$$\mathbf{h}_i(n) = \begin{cases} \mathbf{a}_i(n) e^{j\theta_i(n)}, & n \in [1, N_h] \\ 0, & \text{其它} \end{cases} \quad (3)$$

其中, φ_i 表示相位编码信号 \mathbf{s}_i 的相位向量,即 $\mathbf{s}_i = \exp(j\varphi_i)$, $j = \sqrt{-1}$, \mathbf{a}_i 和 θ_i 分别表示失配滤波器 \mathbf{h}_i 的幅度向量和相位向量,即 $\mathbf{h}_i = \mathbf{a}_i \odot \exp(j\theta_i)$, \odot 为Hadamard积。为了便于表示,假设向量 $\varphi = [\varphi_1^T, \varphi_2^T, \dots, \varphi_{N_t}^T]^T$, $\mathbf{a} = [\mathbf{a}_1^T, \mathbf{a}_2^T, \dots, \mathbf{a}_{N_t}^T]^T$ 和 $\theta = [\theta_1^T, \theta_2^T, \dots, \theta_{N_t}^T]^T$ 。

定义 $\omega_{i,i}$ 为相位编码信号 \mathbf{s}_i 经过失配滤波器 \mathbf{h}_i 输出的自相关旁瓣向量,即

$$\omega_{i,i} = [\omega_{i,i}(1 - (N_s + N_h)/2), \dots, \omega_{i,i}(-1), \omega_{i,i}(1), \dots, \omega_{i,i}((N_s + N_h)/2 - 1)]^T \quad (4)$$

将所有的自相关旁瓣向量 $\omega_{i,i}$ ($\forall i$)组成一个列向量,即

$$\omega_{sd} = [\omega_{1,1}^T, \omega_{2,2}^T, \dots, \omega_{N_t, N_t}^T]^T \quad (5)$$

类似地,令 $\omega_{i,l}$ ($i \neq l$)为相位编码信号 \mathbf{s}_i 经过失配滤波器 \mathbf{h}_l 输出的互相关电平向量:

$$\omega_{i,l} = [\omega_{i,l}(1 - (N_s + N_h)/2), \omega_{i,l}(2 - (N_s + N_h)/2), \dots, \omega_{i,l}((N_s + N_h)/2 - 1)]^T \quad (6)$$

将所有互相关电平向量 $\omega_{i,l}$ ($\forall i \neq l$)组成一个列向量:

$$\omega_{cr} = [\omega_{1,2}^T, \omega_{1,3}^T, \dots, \omega_{N_t, N_t-1}^T]^T \quad (7)$$

为了构建正交相位编码信号和失配滤波器组联合设计准则,需要考虑以下3个方面:

(1)自相关旁瓣电平压缩:在对目标检测时,特别是在多目标环境下对弱小目标的检测,要求发射信号具有低APSL^[9,12]。因此,提出一个最小化APSL设计准则:

$$\min_{\varphi, \mathbf{a}, \theta} \|\omega_{sd}\|_{\infty} \quad (8)$$

其中, $\|\cdot\|_{\infty}$ 表示无穷范数。

(2)互相关电平压缩:为了抑制不同发射信号回波的相互干扰,提出一个最小化PCCL^[9,12]的设计准则

$$\min_{\varphi, \mathbf{a}, \theta} \|\omega_{cr}\|_{\infty} \quad (9)$$

(3)信噪比损失约束:在实际应用中,如果SNR损失过大,会影响到雷达的探测性能和定位精度等。为了避免SNR损失过大,提出一个简单但有效的方法来约束SNR损失。首先,相位编码信号 \mathbf{s}_i 经过失配滤波器 \mathbf{h}_i 的SNR损失^[16]可以表示为

$$\text{SNR}_{\text{lo},i} = 10 \lg \left(N_s \mathbf{h}_i^H \mathbf{h}_i / \omega_{i,i}^H(0) \omega_{i,i}(0) \right) \quad (10)$$

MIMO 雷达系统的 SNR 损失可以表示为^[12]

$$\text{SNR}_{\text{lo}} = \max_{i=1,2,\dots,N_t} \text{SNR}_{\text{lo},i} \quad (11)$$

令 $\omega_{i,i}(0) = N_s$ ，即信号经失配滤波器输出的峰值等于其经过匹配滤波器输出的峰值。因此，式(10)可以简化为

$$\text{SNR}_{\text{lo},i} = 10 \lg \left(\mathbf{h}_i^H \mathbf{h}_i / N_s \right) \quad (12)$$

通常 $\mathbf{h}_i^H \mathbf{h}_i \geq N_s$ (匹配滤波器能量); 由对数函数的性质可知, 式(12)中第 i 个雷达的 SNR 损失随着 $\mathbf{h}_i^H \mathbf{h}_i$ 的值减小而减少。为了便于优化, 本文通过调节 $|\mathbf{h}_i^H \mathbf{h}_i - N_s|$ 来间接调节 $\mathbf{h}_i^H \mathbf{h}_i / N_s$, 进而控制 SNR 损失。由于 $\omega_{i,i}(0) = N_s$ 是一个非凸的限制, 优化过程中较难操作。因此, 本文提出通过同时最小化 $|\omega_{i,i}(0) - N_s|$ 和 $|\mathbf{h}_i^H \mathbf{h}_i - N_s|$ 的方法来约束 SNR 损失, $|\cdot|$ 表示取模值。为了便于表示, 假设向量 $\boldsymbol{\omega}_{\text{ma}} = [|\omega_{1,1}(0) - N_s|, |\omega_{2,2}(0) - N_s|, \dots, |\omega_{N_t, N_t}(0) - N_s|]^T$ 和 $\boldsymbol{\omega}_{\text{h}} = [|\mathbf{h}_1^H \mathbf{h}_1 - N_s|, |\mathbf{h}_2^H \mathbf{h}_2 - N_s|, \dots, |\mathbf{h}_{N_t}^H \mathbf{h}_{N_t} - N_s|]^T$ 。此时, 雷达系统的 SNR 损失可以通过同时最小化 $\|\boldsymbol{\omega}_{\text{ma}}\|_{\infty}$ 和 $\|\boldsymbol{\omega}_{\text{h}}\|_{\infty}$ 来实现, 并且在仿真实验部分验证了该方法的有效性。结合式(8), 式(9)和约束 SNR 损失的方法, 联合设计准则可以表示为

$$\min_{\boldsymbol{\varphi}, \mathbf{a}, \boldsymbol{\theta}} \left\| \|\boldsymbol{\omega}_{\text{cr}}\|_{\infty}, \alpha_1 \|\boldsymbol{\omega}_{\text{sd}}\|_{\infty}, \alpha_2 \|\boldsymbol{\omega}_{\text{ma}}\|_{\infty}, \alpha_3 \|\boldsymbol{\omega}_{\text{h}}\|_{\infty} \right\|_{\infty} \quad (13)$$

其中, α_1 为自相关峰值旁瓣的权重系数, α_2 为失配滤波器输出峰值与匹配滤波器输出峰值最大差值的权重系数, α_3 为失配滤波器能量与匹配滤波器能量最大差值的权重系数。 α_1, α_2 和 α_3 需要预先设定, 因为 APSL, PCCL 和 SNR 损失是定义在 $\boldsymbol{\varphi}, \mathbf{a}, \boldsymbol{\theta}$ 对应空间的不同函数, 它们之间没有必然联系, 很难用解析的方法来刻画。 α_1, α_2 和 α_3 用于折中考虑 APSL, PCCL 和 SNR 损失的性能。给定 α_2 和 α_3 , 随着 α_1 的增大, APSL 逐渐降低, 但是 PCCL 会逐渐升高, SNR 损失会逐渐增大; 类似地, α_2 或 α_3 越大, SNR 损失就越小, 但 APSL 和 PCCL 会逐渐升高。因此, 可以根据实际应用的需求, 调节 α_1, α_2 和 α_3 来获取期望的结果。

3 模型转化及求解

由于式(13)是一个非光滑的优化问题, 实际优化过程中较难操作。为了解决此问题, 将优化模型进行转化。首先, 由 p 范数性质可知: $\lim_{p \rightarrow \infty} \|\boldsymbol{\omega}_{\text{sd}}\|_p = \|\boldsymbol{\omega}_{\text{sd}}\|_{\infty} = \max |\boldsymbol{\omega}_{\text{sd}}|$ 。为了使 $\|\boldsymbol{\omega}_{\text{sd}}\|_{\infty}$ 尽可能地小, 可以尝试压缩 $\|\boldsymbol{\omega}_{\text{sd}}\|_p$, 当 p 不断增大时^[14], 压缩一系

列 $\|\boldsymbol{\omega}_{\text{sd}}\|_p$ 近似等于压缩 $\|\boldsymbol{\omega}_{\text{sd}}\|_{\infty}$, $\|\cdot\|_p$ 表示 p 范数。类似地, 为了最小化 $\|\boldsymbol{\omega}_{\text{cr}}\|_{\infty}$, $\|\boldsymbol{\omega}_{\text{ma}}\|_{\infty}$ 和 $\|\boldsymbol{\omega}_{\text{h}}\|_{\infty}$, 可以通过压缩 $\|\boldsymbol{\omega}_{\text{cr}}\|_p$, $\|\boldsymbol{\omega}_{\text{ma}}\|_p$ 和 $\|\boldsymbol{\omega}_{\text{h}}\|_p$ 来实现。为了便于表示, 定义函数:

$$f(\mathbf{x}) = \left\| \|\boldsymbol{\omega}_{\text{cr}}\|_p, \alpha_1 \|\boldsymbol{\omega}_{\text{sd}}\|_p, \alpha_2 \|\boldsymbol{\omega}_{\text{ma}}\|_p, \alpha_3 \|\boldsymbol{\omega}_{\text{h}}\|_p \right\|_p \quad (14)$$

其中 \mathbf{x} 是由 $\boldsymbol{\varphi}, \mathbf{a}$ 和 $\boldsymbol{\theta}$ 按顺序构成的 $(N_s + 2N_h)N_t$ 维列向量, 即 $\boldsymbol{\varphi} = [\mathbf{x}(1), \mathbf{x}(2), \dots, \mathbf{x}(N_s N_t)]^T$, $\mathbf{a} = [\mathbf{x}(N_s N_t + 1), \dots, \mathbf{x}(N_s N_t + N_t N_h)]^T$ 和 $\boldsymbol{\theta} = [\mathbf{x}(N_s N_t + N_t N_h + 1), \dots, \mathbf{x}(N_s N_t + 2N_t N_h)]^T$ 。根据最小 p 范数算法^[14]的理论, 提出双最小 p 范数算法来优化式(13), 具体流程如下:

- (1) 初始化 \mathbf{x}_0 和 ε , 并设 $w = 1, p = 2, \mu = 2, f_0 = 1000$;
- (2) 将 \mathbf{x}_{w-1} 作为初始值, 采用 L-BFGS 算法^[15]来实现最小化 $f(\mathbf{x})$, 求得 \mathbf{x}_w , 令 $f_w = f(\mathbf{x}_w)$;
- (3) 如果 $|f_{w-1} - f_w| < \varepsilon$, 则输出 \mathbf{x}_w 并停止循环; 否则, 令 $p = \mu p, w = w + 1$, 跳至步骤(2)。

L-BFGS 算法主要利用相邻 m 次迭代函数的一阶梯度信息来估计海森矩阵, 且该算法不用求海森的逆矩阵, 计算量小, 运算速度快, 所以选用 L-BFGS 算法来最小化 $f(\mathbf{x})$, 具体步骤见文献[15]。

由于步骤(2)中 L-BFGS 算法需要利用 $f(\mathbf{x})$ 的一阶梯度信息来估计海森矩阵, 因此需要求 $\nabla f(\mathbf{x})$, ∇ 为求导符号。具体过程如下: 首先, 为了便于符号表示, 令 $N_0 = (N_s + N_h - 2)N_t, N_1 = N_t(N_t - 1) \cdot (N_s + N_h - 1)$; 其次, 为了便于求导, 将 $|\boldsymbol{\omega}_{\text{sd}}|, |\boldsymbol{\omega}_{\text{cr}}|, |\boldsymbol{\omega}_{\text{ma}}|$ 和 $|\boldsymbol{\omega}_{\text{h}}|$ 分别转化为

$$|\boldsymbol{\omega}_{\text{sd}}| = \left[\left((\boldsymbol{\omega}_{\text{sd}}^*(1)) \boldsymbol{\omega}_{\text{sd}}(1) \right)^{1/2}, \left((\boldsymbol{\omega}_{\text{sd}}^*(2)) \boldsymbol{\omega}_{\text{sd}}(2) \right)^{1/2}, \dots, \left((\boldsymbol{\omega}_{\text{sd}}^*(N_0)) \boldsymbol{\omega}_{\text{sd}}(N_0) \right)^{1/2} \right]^T \quad (15)$$

$$|\boldsymbol{\omega}_{\text{cr}}| = \left[\left((\boldsymbol{\omega}_{\text{cr}}^*(1)) \boldsymbol{\omega}_{\text{cr}}(1) \right)^{1/2}, \left((\boldsymbol{\omega}_{\text{cr}}^*(2)) \boldsymbol{\omega}_{\text{cr}}(2) \right)^{1/2}, \dots, \left((\boldsymbol{\omega}_{\text{cr}}^*(N_1)) \boldsymbol{\omega}_{\text{cr}}(N_1) \right)^{1/2} \right]^T \quad (16)$$

$$|\boldsymbol{\omega}_{\text{ma}}| = \left[\left((\boldsymbol{\omega}_{\text{ma}}^*(1)) \boldsymbol{\omega}_{\text{ma}}(1) \right)^{1/2}, \left((\boldsymbol{\omega}_{\text{ma}}^*(2)) \boldsymbol{\omega}_{\text{ma}}(2) \right)^{1/2}, \dots, \left((\boldsymbol{\omega}_{\text{ma}}^*(N_t)) \boldsymbol{\omega}_{\text{ma}}(N_t) \right)^{1/2} \right]^T \quad (17)$$

$$|\boldsymbol{\omega}_{\text{h}}| = \left[\left((\boldsymbol{\omega}_{\text{h}}^*(1)) \boldsymbol{\omega}_{\text{h}}(1) \right)^{1/2}, \left((\boldsymbol{\omega}_{\text{h}}^*(2)) \boldsymbol{\omega}_{\text{h}}(2) \right)^{1/2}, \dots, \left((\boldsymbol{\omega}_{\text{h}}^*(N_t)) \boldsymbol{\omega}_{\text{h}}(N_t) \right)^{1/2} \right]^T \quad (18)$$

由 p 范数的定义可得

$$\|\boldsymbol{\omega}_{\text{sd}}\|_p = \left[\sum_{k_0=1}^{N_0} \left((\boldsymbol{\omega}_{\text{sd}}^*(k_0)) \boldsymbol{\omega}_{\text{sd}}(k_0) \right)^{p/2} \right]^{1/p} \quad (19)$$

$$\|\boldsymbol{\omega}_{\text{cr}}\|_p = \left[\sum_{k_1=1}^{N_1} \left((\boldsymbol{\omega}_{\text{cr}}^*(k_1)) \boldsymbol{\omega}_{\text{cr}}(k_1) \right)^{p/2} \right]^{1/p} \quad (20)$$

$$\|\boldsymbol{\omega}_{\text{ma}}\|_p = \left[\sum_{k_2=1}^{N_t} \left((\boldsymbol{\omega}_{\text{ma}}^*(k_2)) \boldsymbol{\omega}_{\text{ma}}(k_2) \right)^{p/2} \right]^{1/p} \quad (21)$$

$$\|\boldsymbol{\omega}_{\text{h}}\|_p = \left[\sum_{k_3=1}^{N_t} \left((\boldsymbol{\omega}_{\text{h}}^*(k_3)) \boldsymbol{\omega}_{\text{h}}(k_3) \right)^{p/2} \right]^{1/p} \quad (22)$$

根据式(19)~式(22)，式(14)的一阶偏导可以表示为

$$\begin{aligned} \frac{\partial f(\mathbf{X})}{\partial \mathbf{x}(m_1)} = & \frac{1}{p} \left[\left(\|\boldsymbol{\omega}_{\text{cr}}\|_p \right)^p + \left(\alpha_1 \|\boldsymbol{\omega}_{\text{sd}}\|_p \right)^p + \left(\alpha_2 \|\boldsymbol{\omega}_{\text{ma}}\|_p \right)^p \right. \\ & \left. + \left(\alpha_3 \|\boldsymbol{\omega}_{\text{h}}\|_p \right)^p \right]^{(1/p-1)} \left[p \left(\|\boldsymbol{\omega}_{\text{cr}}\|_p \right)^{(p-1)} \right. \\ & \cdot \frac{\partial \|\boldsymbol{\omega}_{\text{cr}}\|_p}{\partial \mathbf{x}(m_1)} + \alpha_1 p \left(\|\boldsymbol{\omega}_{\text{sd}}\|_p \right)^{(p-1)} \frac{\partial \|\boldsymbol{\omega}_{\text{sd}}\|_p}{\partial \mathbf{x}(m_1)} \\ & + \alpha_2 p \left(\|\boldsymbol{\omega}_{\text{ma}}\|_p \right)^{(p-1)} \frac{\partial \|\boldsymbol{\omega}_{\text{ma}}\|_p}{\partial \mathbf{x}(m_1)} \\ & \left. + \alpha_3 p \left(\|\boldsymbol{\omega}_{\text{h}}\|_p \right)^{(p-1)} \frac{\partial \|\boldsymbol{\omega}_{\text{h}}\|_p}{\partial \mathbf{x}(m_1)} \right] \quad (23) \end{aligned}$$

其中, $m_1 = 1, 2, \dots, (N_s + 2N_h)N_t$ 。由于 \mathbf{x} 是由 $\boldsymbol{\varphi}$, \mathbf{a} 和 $\boldsymbol{\theta}$ 按顺序构成的 $(N_s + 2N_h)N_t$ 维列向量, 因此对 \mathbf{x} 中不同元素求导的表达式可能不同。当 $m_1 \in [1, N_s N_t]$ 时, $\partial \|\boldsymbol{\omega}_{\text{sd}}\|_p / \partial \mathbf{x}(m_1)$, $\partial \|\boldsymbol{\omega}_{\text{cr}}\|_p / \partial \mathbf{x}(m_1)$, $\partial \|\boldsymbol{\omega}_{\text{ma}}\|_p / \partial \mathbf{x}(m_1)$ 和 $\partial \|\boldsymbol{\omega}_{\text{h}}\|_p / \partial \mathbf{x}(m_1)$ 可以分别表示为

$$\begin{aligned} \frac{\partial \|\boldsymbol{\omega}_{\text{sd}}\|_p}{\partial \mathbf{x}(m_1)} = & \left[\sum_{k_0=1}^{N_0} \left((\boldsymbol{\omega}_{\text{sd}}^*(k_0)) \boldsymbol{\omega}_{\text{sd}}(k_0) \right)^{p/2} \right]^{(1/p-1)} \\ & \cdot \sum_{k_0=1}^{N_0} \left((\boldsymbol{\omega}_{\text{sd}}^*(k_0)) \boldsymbol{\omega}_{\text{sd}}(k_0) \right)^{(p/2-1)} \\ & \cdot \text{Re} \left(\frac{\partial \boldsymbol{\omega}_{\text{sd}}(k_0)}{\partial \mathbf{x}(m_1)} \boldsymbol{\omega}_{\text{sd}}^*(k_0) \right) \quad (24) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \|\boldsymbol{\omega}_{\text{cr}}\|_p}{\partial \mathbf{x}(m_1)} = & \left[\sum_{k_1=1}^{N_1} \left((\boldsymbol{\omega}_{\text{cr}}^*(k_1)) \boldsymbol{\omega}_{\text{cr}}(k_1) \right)^{p/2} \right]^{(1/p-1)} \\ & \cdot \sum_{k_1=1}^{N_1} \left((\boldsymbol{\omega}_{\text{cr}}^*(k_1)) \boldsymbol{\omega}_{\text{cr}}(k_1) \right)^{(p/2-1)} \\ & \cdot \text{Re} \left(\frac{\partial \boldsymbol{\omega}_{\text{cr}}(k_1)}{\partial \mathbf{x}(m_1)} \boldsymbol{\omega}_{\text{cr}}^*(k_1) \right) \quad (25) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \|\boldsymbol{\omega}_{\text{ma}}\|_p}{\partial \mathbf{x}(m_1)} = & \left[\sum_{k_2=1}^{N_t} \left((\boldsymbol{\omega}_{\text{ma}}^*(k_2)) \boldsymbol{\omega}_{\text{ma}}(k_2) \right)^{p/2} \right]^{(1/p-1)} \\ & \cdot \sum_{k_2=1}^{N_t} \left((\boldsymbol{\omega}_{\text{ma}}^*(k_2)) \boldsymbol{\omega}_{\text{ma}}(k_2) \right)^{(p/2-1)} \\ & \cdot \text{Re} \left(\frac{\partial \boldsymbol{\omega}_{\text{ma}}(k_2)}{\partial \mathbf{x}(m_1)} \boldsymbol{\omega}_{\text{ma}}^*(k_2) \right) \quad (26) \end{aligned}$$

$$\frac{\partial \|\boldsymbol{\omega}_{\text{h}}\|_p}{\partial \mathbf{x}(m_1)} = \frac{\partial \|\boldsymbol{\omega}_{\text{h}}\|_p}{\partial \boldsymbol{\varphi}(m_1)} = 0 \quad (27)$$

同理可得, 当 $m_1 \in [N_s N_t + 1, N_s N_t + N_t N_h]$ 或 $m_1 \in [N_s N_t + N_t N_h + 1, N_s N_t + 2N_t N_h]$ 时, $\partial \|\boldsymbol{\omega}_{\text{sd}}\|_p / \partial \mathbf{x}(m_1)$, $\partial \|\boldsymbol{\omega}_{\text{cr}}\|_p / \partial \mathbf{x}(m_1)$, $\partial \|\boldsymbol{\omega}_{\text{ma}}\|_p / \partial \mathbf{x}(m_1)$ 和 $\partial \|\boldsymbol{\omega}_{\text{h}}\|_p / \partial \mathbf{x}(m_1)$ 的表达式, 这里不再具体给出。

双最小 p 范数算法的计算量主要源于步骤(2), 使用 L-BFGS 算法求解时, 主要计算量是每次迭代中计算 $f(\mathbf{x})$ 和其一阶偏导 $\nabla f(\mathbf{x})$ 。本文只考虑复数乘法的复杂度, 计算目标函数 $f(\mathbf{x})$ 和一阶偏导函数 $\nabla f(\mathbf{x})$ 分别需要 $O(N_t^2(N_s + N_h)(\log_2(N_s + N_h) + p) + pN_t N_h)$ 和 $O(p(N_s + N_h)N_t^2)$ 次复数乘法操作。

4 仿真实验

假设 MIMO 雷达系统阵元个数 $N_t = N_r = 3$, 正交相位编码信号的码元长度 $N_s = 128$, 失配滤波器的长度 $N_h = 256$, 式(13)的权系数在相应的仿真实验给出。L-BFGS 算法的更新数目 $m = 5$, 双最小 p 范数优化算法终止条件有 2 个: (1)最大迭代次数为 5000; (2)相邻两次迭代目标函数差值 $\varepsilon \leq 10^{-4}$ 。将 APSL 和 PCCL 作为旁瓣电平的衡量指标^[9,12], APSL 定义为

$$\text{APSL} = \max_{i=1,2,\dots,N_t} \text{PSL}_i \quad (28)$$

其中, PSL_i 为信号 \mathbf{s}_i 经过滤波器 \mathbf{h}_i 输出的峰值旁瓣电平, 即

$$\text{PSL}_i = \max \left| \boldsymbol{\omega}_{i,i} / \boldsymbol{\omega}_{i,i}(0) \right| \quad (29)$$

归一化 PCCL 定义为

$$\text{PCCL} = \max_{\substack{i,l=1,2,\dots,N_t \\ i \neq l}} \text{PCCL}_{i,l} \quad (30)$$

其中, $\text{PCCL}_{i,l}$ 为信号 \mathbf{s}_i 经过滤波器 \mathbf{h}_l 输出的峰值互相关电平, 即

$$\text{PCCL}_{i,l} = \max \left| \boldsymbol{\omega}_{i,l} / \boldsymbol{\omega}_{i,i}(0) \right| \quad (31)$$

当失配滤波长度固定时, 失配滤波器设计获取更低旁瓣电平通常是以 SNR 损失为代价的^[12]; 在雷

达领域中, 雷达检测、参数估计等性能与 SNR 大小密切相关。因此, 失配滤波器组设计中一个关键问题是控制 SNR 损失。表 1 给出不同参数下 SNR 损失的大小。从表 1 可以看出: 固定 α_1 , 通过同时调节 α_2 和 α_3 , 可以实现同时最小化 $\|\omega_{ma}\|_\infty$ 和 $\|\omega_h\|_\infty$, 从而可以有效地控制 SNR 损失, 验证了本文提出的控制 SNR 损失方法的有效性。

表 1 不同 α_1, α_2 和 α_3 条件下 SNR 损失对比

| α_1 | α_2 | α_3 | $\ \omega_{ma}\ _\infty$ | $\ \omega_h\ _\infty$ | SNR 损失(dB) |
|------------|------------|------------|--------------------------|-----------------------|------------|
| 9 | 0.62 | 0.6 | 20.63 | 0.16 | 1.53 |
| 9 | 0.92 | 0.9 | 11.83 | 0.09 | 0.85 |
| 9 | 1.22 | 1.2 | 9.42 | 0.07 | 0.67 |
| 9 | 2.16 | 2.1 | 5.82 | 0.04 | 0.41 |

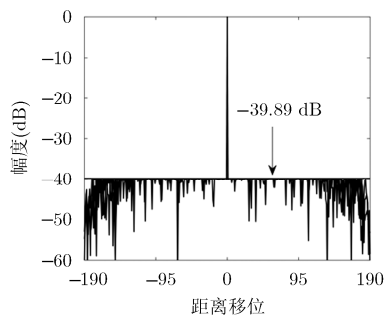
表 2 给出了文献[3,7-9]正交相位编码信号经其匹配滤波器输出的 APSL 和 PCCL; 另外, 给定上述文献方法设计的正交相位编码信号, 使用凸优化方法分别设计相应的失配滤波器组^[12], 在 SNR 损失(0.85 dB)相同的条件下, 表 2 给出了相应的 APSL 和 PCCL。从表 2 看出: (1)文献[9]方法比文献[3,7]匹配滤波器组输出 APSL (PCCL 基本相同)低。这是由于文献[9]方法比文献[3,7]方法优化变量的自由度较大, 其相位取值范围在 $[0, 2\pi]$, 而文献[3,7]相位只能取有限的离散值(四相码); (2)虽然文献[8]方法(cyclic algorithm new)获得性能比文献[9]差, 但其

使用 FFT 方法对模型进行求解, 速度快, 为在线波形设计提供了可能性; (3)文献[3,7-9]失配滤波器组输出的 APSL 和 PCCL 均低于相应匹配滤波器组的输出, 但是以 SNR 损失为代价的; (4)在相同 SNR 损失的条件下, 本文联合设计获得的 APSL 和 PCCL (如图 1(a)和图 1(b)所示)均比文献[3,7-9]失配滤波器组输出的 APSL 和 PCCL 低, 这是由于本文联合设计方法可优化的自由度较多。

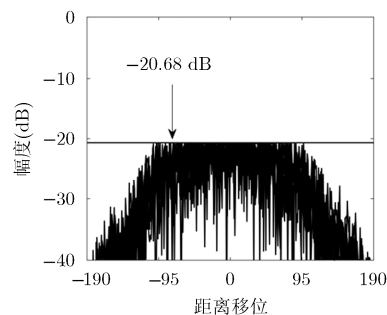
表 3 给出了 $\alpha_1=1.00, \alpha_2=1.05$ 和 $\alpha_3=1.00$ 时, 接收通道 h_i 内的 PSL_i 和 $PCCL_{i,l}$ (dB, $i, l = 1, 2, 3$)。可以看出当 $\alpha_1=1.00$ 时, APSL 和 PCCL 降到了相同量级; 通过调节 α_2 和 α_3 使 SNR 损失为 0.5 dB 并获得了较好的结果 (APSL = -24.4202 dB, PCCL = -24.4192 dB)。图 2 为本文联合设计方法输出的 APSL 和 PCCL 随 SNR 损失的变化曲线, 图中使用“PCCL/5”主要是为了选择较小范围的纵坐标区间, 便于观察 APSL 和 PCCL 的变化规律。可以看出在 1 dB 范围内, SNR 损失越大, APSL 和 PCCL 越低; 当 SNR 损失超过 1 dB 时, APSL 和 PCCL 逐渐趋于平稳(相对 1 dB 处, 略微升高), 这主要是因为 APSL 和 PCCL 降低到一定程度时, 通过减小 α_2 和 α_3 的方法对 $\|\omega_{cr}\|_\infty$ 和 $\alpha_1 \|\omega_{sd}\|_\infty$ 几乎无影响, 但 SNR 损失会增大。而且在实际应用中, 如果 SNR 损失过大, 会影响到雷达探测、参数估计等性能。因此, 通常控制 SNR 损失在 1 dB 以内。

表 2 不同设计方法性能对比

| 不同设计方法 | 匹配滤波器组输出 | | 失配滤波器组输出 | |
|---------|----------|----------|----------|----------|
| | APSL(dB) | PCCL(dB) | APSL(dB) | PCCL(dB) |
| 文献[3]方法 | -20.41 | -18.56 | -28.34 | -20.38 |
| 文献[7]方法 | -18.62 | -18.70 | -25.05 | -19.86 |
| 文献[8]方法 | -20.02 | -16.43 | -25.00 | -20.53 |
| 文献[9]方法 | -28.90 | -18.52 | -31.25 | -19.70 |
| 本文方法 | - | - | -39.89 | -20.68 |



(a) 失配滤波器组输出的自相关结果



(b) 失配滤波器组输出的互相关结果

图 1 本文方法输出的结果

表3 $\alpha_1 = 1.00$, $\alpha_2 = 1.05$ 和 $\alpha_3 = 1.00$ 优化结果

| | h_1 | h_2 | h_3 |
|-------|----------|----------|----------|
| s_1 | -24.4298 | -24.4192 | -24.4310 |
| s_2 | -24.4226 | -24.4300 | -24.4244 |
| s_3 | -24.4229 | -24.4271 | -24.4202 |

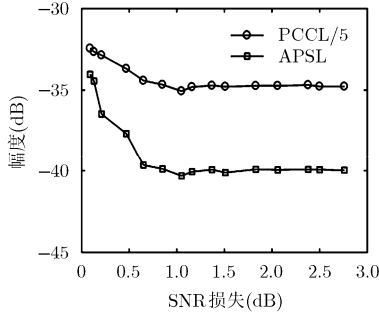


图2 APSL 和 PCCL 随 SNR 损失变化的曲线

图3 为本文联合设计方法输出的 APSL 和 PCCL, 在 SNR 损失(0.85 dB)相同的条件下, 随失配滤波器长度 N_h ($N_s = 128$) 的变化曲线。可以看出当 $N_h < 3N_s$ 时, 随着 N_h 的增长, APSL 和 PCCL 逐渐降低; 当 $N_h \geq 3N_s$ 时, 随着 N_h 的增长, APSL 和 PCCL 下降缓慢, 逐渐趋于平稳。由于滤波器系数越长, 雷达系统的复杂度就越大, 因此, 本文折中考虑失配滤波器的长度和输出的性能, 选取失配滤波器的长度为 $N_h = 2N_s$ 。

图4 为本文联合设计方法输出的 APSL 和 PCCL, 在 SNR 损失(0.85 dB)相同的条件下, 随相位编码信号码元长度 N_s ($N_h = 256$) 的变化曲线。可以看出当 $N_s \leq 128$ 时, 随着 N_s 的增长, APSL 和 PCCL 下降较快, 当 $N_s > 128$ 时, 随着 N_s 的增长, APSL 和 PCCL 下降缓慢, 逐渐趋于平稳(波动范围极小)。

图5 为当 $\alpha_2 = 2.16$ 和 $\alpha_3 = 0.70$ 时, 本文联合设计方法输出的 APSL, PCCL 和 SNR 损失随 α_1 变化的曲线。从图5(a)和图5(b)可知, APSL 随 α_1 增大而降低, 但是 PCCL 和 SNR 损失随 α_1 增大而升高,

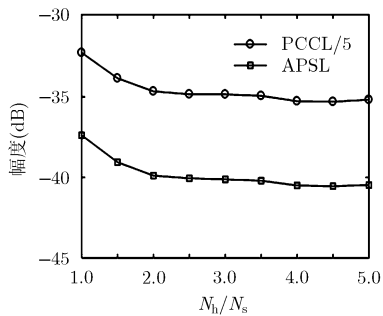


图3 不同失配滤波器长度的优化结果

这是因为增大 α_1 等价于减小权系数 α_2 和 α_3 。

图6 为 $\alpha_1 = 1.00$ 的情况下, 联合调节 α_2 和 α_3 的优化结果。由于式(13)是非凸的优化问题, 因此对每组参数进行 10 次优化, 每次随机设置优化变量的初始值, 并将多次优化结果的均值作为最终结果。当 $\alpha_1 = 1.00$ 时, APSL 和 PCCL 在相同量级上(见表3), 因此只给出了 SNR 损失和 APSL 随 α_2 和 α_3 的变化情况。从图6(a)可以看出, 当 α_2 (α_3) 恒定时, 随着 α_3 (α_2) 增加, SNR 损失先逐渐下降, 后趋于平稳。而且, 当 α_2 和 α_3 同时增大时, SNR 损失逐渐下降, 进一步验证了表1 方法的合理性。由图6(b)可知, 给定 α_2 (α_3) 时, 随着 α_3 (α_2) 减小, APSL 逐渐下降, 这是因为减小 α_3 或 α_2 等价于增大压缩旁瓣电平的权系数。

图7 为本文联合设计方法输出的 APSL 和 PCCL 随多普勒频率(多普勒失配)的变化曲线。本实验中 PCCL 随多普勒频率变化曲线有 6 条, 但结果比较相似, 因此只画出了其中 3 条曲线(图7(b))。从图7(a)和图7(b)可以看出, 在零多普勒通道均有比较深的“沟壑”; 当多普勒失配频率 $|\Delta f_d| \cdot N_s \leq 0.75$ 时, 随着 $|\Delta f_d|$ 增加, APSL 和 PCCL 均逐渐升高; 当 $|\Delta f_d| \cdot N_s > 0.75$ 时, 随着 $|\Delta f_d|$ 增大, APSL 和 PCCL 在一定范围内呈现不规则振荡。可以看出, 本文联合设计的正交相位编码信号和失配滤波器组对多普勒频率是非常敏感的。为了降低多普勒失配造成的旁瓣电平升高的影响, 一方面可以在接收端采用不同多普勒调制的滤波器组对回波信号进行多普勒补偿^[3,5]; 另一方面, 可以设计具有期望形状的模糊函数图^[17]。

5 结束语

本文提出了一种正交相位编码信号和失配滤波器组联合设计的方法, 用于进一步降低距离旁瓣电平, 提高雷达探测和参数估计等性能。在设计过程中, 以约束 SNR 损失和最小化失配滤波器组输出的 APSL 和 PCCL 为目标构建联合设计准则。该设计

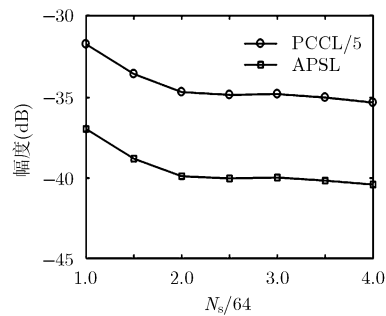
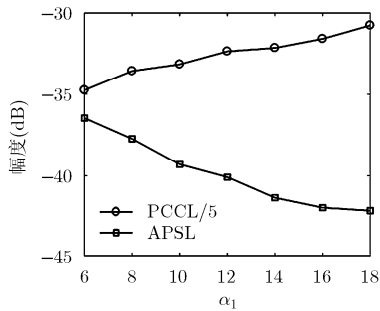
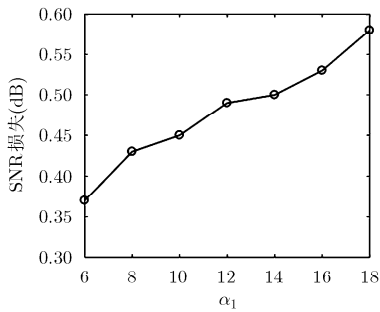
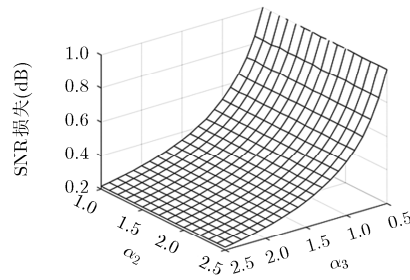
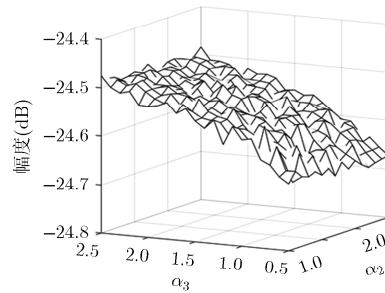
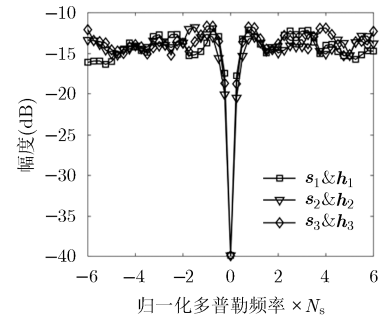
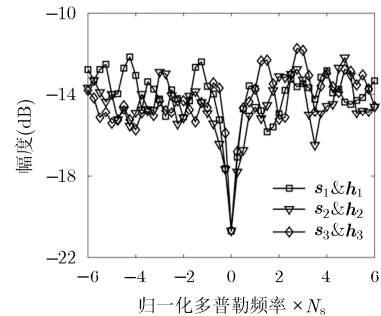


图4 不同码元长度的优化结果

(a) APSL, PCCL随 α_1 变化曲线(b) SNR 损失随 α_1 变化曲线(a) SNR 损失随 α_2 和 α_3 变化曲线(b) APSL随 α_2 和 α_3 变化曲线

(a) APSL随多普勒频率变化曲线



(b) PCCL随多普勒频率变化曲线

图 5 APSL, PCCL 和 SNR 损失随 α_1 变化曲线图 6 联合调节 α_2 和 α_3 结果

图 7 本文方法输出的 APSL 和 PCCL 随多普勒频率变化曲线

准则属于非凸且非光滑的优化问题, 本文利用双最小 p 范数算法进行求解。仿真结果表明, 与正交相位编码信号和失配滤波器组分开设计方法相比, 本文方法可以进一步降低低距离旁瓣电平。此外, 研究了不同参数对本文方法输出旁瓣电平的影响, 为实际应用中参数的选择提供了依据。但当正交信号个数较多或码元长度较长时, 本文方法优化速度较慢, 该方面有待进一步研究。

参考文献

- [1] CHEN Peng, ZHENG Le, WANG Xiaodong, *et al.* Moving target detection using colocated MIMO radar on multiple distributed moving platforms[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2017, 65(17): 4670–4683. doi: 10.1109/TSP.2017.2714999.
- [2] HU Qinzhen, SU Hongtao, ZHOU Shenghua, *et al.* Target detection in distributed MIMO radar with registration errors[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2016, 52(1): 438–450. doi: 10.1109/TAES.2015.140479.
- [3] DENG Hai. Polyphase code design for orthogonal netted radar systems[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2004, 52(2): 3126–3135. doi: 10.1109/TSP.2004.836530.
- [4] HAN K Y and NEHORAI A. Jointly optimal design for MIMO radar frequency-hopping waveforms using game theory[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2016, 52(2): 809–820. doi: 10.1109/TAES.2015.140408.
- [5] ZHOU Shenghua, LIU Hongwei, ZANG Huikai, *et al.* Doppler sensitivity of MIMO radar waveforms[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2016, 52(5): 2091–2110. doi: 10.1109/TAES.2016.140900.
- [6] 李秀友, 薛永华, 黄勇, 等. 基于不确定集的稳健 MIMO 雷达波形设计算法[J]. *电子与信息学报*, 2016, 38(10): 2445–2452. doi: 10.11999/JEIT151425.
- LI Xiyou, XUE Yonghua, HUANG Yong, *et al.* Robust MIMO radar waveform design algorithm based on uncertainty set[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2016, 38(10): 2445–2452. doi: 10.11999/JEIT151425.
- [7] LIU Bo, HE Zishu, ZENG Jiankui, *et al.* Polyphase orthogonal code design for MIMO radar systems[C]. *Proceedings of CIE International Conference on Radar*, Shanghai, China, 2006: 1–4. doi: 10.1109/ICR.2006.343409.
- [8] HE H, STOICA P, LI J, *et al.* Designing unimodular sequence sets with good correlations-including an application to MIMO radar[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2009, 57(11): 4391–4405. doi: 10.1109/TSP.2009.2025108.
- [9] 胡亮兵, 刘宏伟, 吴顺君. 基于约束非线性规划的 MIMO 雷达正交波形设计[J]. *系统工程与电子技术*, 2011, 33(1): 64–68. doi: 10.3969/j.issn.1001-506X.2011.01.13.
- HU Linagbing, LIU Hongwei, and WU Shunjun. Orthogonal

- waveform design for MIMO radar via constrained nonlinear programming[J]. *Systems Engineering and Electronics*, 2011, 33(1): 64-68. doi: 10.3969/j.issn.1001-506X.2011.01.13.
- [10] 李玉翔, 任修坤, 孙扬, 等. 一种循环迭代的宽带 MIMO 雷达正交稀疏频谱波形设计方法[J]. *电子与信息学报*, 2017, 39(4): 2445-2452. doi: 10.11999/JEIT160597.
- LI Yuxiang, REN Xiukun, SUN Yang, *et al.* Cyclic iterative method for wideband MIMO radar orthogonal sparse frequency waveform design[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2017, 39(4): 2445-2452. doi: 10.11999/JEIT160597.
- [11] GRIEP K R, RITCEY J A, and BURLINGAME J J. Poly-phase codes and optimal filters for multiple user ranging[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 1995, 31(2): 752-767. doi: 10.1109/7.381922.
- [12] HU Liangbing, LIU Hongwei, FENG Dazheng, *et al.* Optimal mismatched filter bank design for MIMO radar via convex optimization[C]. Proceedings of International Conference on Waveform Diversity and Design, Ontario, Canada, 2010: 126-131. doi: 10.1109/WDD.2010.5592400.
- [13] AITTO MAKI T and KOIVUNEN V. Mismatched filter design and interference mitigation for MIMO radars[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2017, 65(2): 454-466.
- [14] ANTONIOU A and LU W S. Practical Optimization: Algorithm and Engineering Applications[M]. New York: Springer, 2007: 206-207.
- [15] NOCEDAL J and WRIGHT J S. Numerical Optimization [M]. New York: Springer, 1999: 224-226.
- [16] XU Leilei, LIU Hongwei, YIN Kuiying, *et al.* Joint design of phase coded waveform and mismatched filter[C]. Proceedings of International Conference on Radar, Johannesburg, South Africa, 2015: 32-36. doi: 10.1109/RadarConf.2015.7411849.
- [17] AUBRY A, MAIO A D, JIANG B, *et al.* Ambiguity function shaping for cognitive radar via complex quartic optimization [J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2013, 61(22): 5603-5619. doi: 10.1109/TSP.2013.2273885.
- 徐磊磊: 男, 1989 年生, 博士生, 研究方向为雷达波形设计、抗主瓣干扰。
- 周生华: 男, 1982 年生, 博士, 副教授, 研究方向为 MIMO 雷达、协同探测。
- 刘宏伟: 男, 1971 年生, 博士, 教授, 博士生导师, 研究方向为雷达系统、雷达信号处理、雷达自动目标识别等。
- 马林: 男, 1965 年生, 硕士, 研究员, 研究方向为雷达系统等。
- 严俊坤: 男, 1987 年生, 博士, 讲师, 研究方向为认知雷达、目标跟踪与定位等。