

无线能量传输中平顶波束的分析应用

陈 诚 黄卡玛*

(四川大学电子信息学院 成都 610064)

摘 要: 平顶波束在无线能量传输中能够保证接收端功率密度的均匀性, 对提高接收效率以及简化整流电路的设计具有重要意义。该文首先基于 Orchard 综合, 控制 Schelkunoff 单位圆零点位置, 得到了实现平顶波束的条件; 然后通过引入 Sinc 函数, 给出了平顶波束的解与平顶宽度的对应关系; 最后利用微扰法编程计算, 讨论了平顶宽度与矩形系数、波纹系数、副瓣电平之间的数值关系。以一款 10 元阵为例, 实现了副瓣低于 -22 dB 且宽度很窄的平顶波束, 验证了该文方法和结论的有效性。

关键词: 天线; 平顶波束; 无线能量传输; Orchard 综合; 微扰法

中图分类号: TN820

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2018)05-1115-07

DOI: 10.11999/JEIT170710

Synthesis of Flat-topped Beams in Wireless Power Transmission

CHEN Cheng HUANG Kama

(College of Electronics and Information Engineering, Sichuan University, Chengdu 610064, China)

Abstract: Flat-topped beams can provide a uniform power density to the receiver in wireless power transmission, which is of great significance to improve the receiving efficiency and to simplify the design of rectifier circuit. This paper firstly studies the conditions of realizing flat-topped beam based on the Orchard synthesis by moving the zero points positions on the Schelkunoff's unit circle; secondly, it introduces the Sinc function and gives the relationship between the solution and the width of a flat-topped beam; finally, it discusses the relationship between the width and three parameters, rectangle coefficient, ripple factor, and side lobes level by using perturbation method and numerous calculations. An example of ten-element array is given to illustrate the procedure of achieving the narrowest flat-topped beam with a side lobe level less than -22 dB, verifying the efficiency of the methods and conclusion in this paper.

Key words: Antenna; Flat-topped beams; Wireless power transmission; Orchard synthesis; Perturbation method

1 引言

天线波束赋形^[1]在雷达、通信方面已经发展了 70 多年, 用于各种不同要求的场合, 常见的赋形波束有差分波束, 余割波束和平顶波束等^[2,3]。平顶波束满足方向图在一定角度范围内均匀一致而且副瓣可控^[4], 可用于飞机散射对消以及其它特殊通信应用。实现波束赋形方法一般包含解析法如根匹配综合法、傅里叶变换法、Woodward 综合法等^[5], 以及优化算法如遗传算法、粒子群算法等^[6,7]。

目前, 在无线能量传输中, 平顶波束的研究又被赋予了新的意义。为截获更多的能量, 微波能量传输(MPT)的接收天线口径一般很大, 但是当发射天线增益太高时, 接收天线处的功率密度不再均匀而呈锥形递减分布。当整流天线以阵列的形式进行微波功率的分布式整流时^[8], 这将导致整流电路设计

变得复杂而困难, 因为二极管的整流效率对输入功率比较敏感, 边缘区域较低的功率密度会使得整流效率极低。所以为了提高接收效率, 简化整流电路的设计, 研究平顶波束显得十分重要。但是, 前人研究的平顶波束宽度都很宽, 一般为最大增益下 3 dB 角的 5 倍及以上^[9-15]。对于无线能量传输而言, 这将导致接收效率低下, 浪费大量的微波能。因此, 研究平顶波束与其宽度的关系并计算较窄的平顶波束显得尤为迫切。

本文首先从理论上研究了实现平顶波束的必要条件, 并给出了平顶波束的解与其波束宽度的对应关系, 证明了平顶波束宽度与最大增益下 3 dB 角的最小比值为 2.4; 然后利用数值计算讨论了平顶波束宽度与矩形系数、波纹系数、副瓣电平的数值关系; 最后以 10 元阵为例, 实现了副瓣低于 -22 dB 且宽度最窄的平顶波束, 验证了本文方法和结论的有效性。

收稿日期: 2017-07-19; 改回日期: 2017-12-22; 网络出版: 2018-01-29

*通信作者: 黄卡玛 kmhuang8779@163.com

2 平顶波束综合

2.1 问题综述

为获得宽度为 θ_0 的平顶波束, 考虑长宽分别为 a 和 b 的矩形口径, 位于 $z \doteq 0$ 平面中心, 存在 y 方向的电场, 分布为 $E_a(x, y)$, 如图 1 所示。根据洛夫等效原理^[16], 2 维口径面远场公式可以写成

$$E_p = \frac{jk}{4\pi r} e^{-jkr} (1 + \cos \theta') \iint_{s_0} E_a(x, y) \cdot e^{jk(x \sin \theta' \cos \varphi + y \sin \theta' \sin \varphi)} dx dy \quad (1)$$

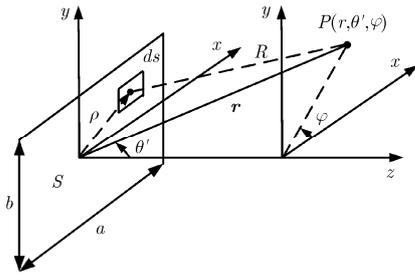


图 1 直角坐标系下远场方向图

式中, θ' 为 \mathbf{r} 与 z 轴方向的夹角。当 $a, b \gg \lambda$ 时, 因子 $1 + \cos \theta'$ 的影响可以忽略。由分离变量法和 2 维傅里叶变化性质可知, 如果电场分布满足 $E_a(x, y) \doteq E_x(x)E_y(y)$, 求解产生平顶波束的场分布 $E_a(x, y)$ 的 2 维问题可以转化为求解产生扇形波束的场分布 $E_x(x)$ 的 1 维问题, 即求解

$$f(\theta) = \int_{-a/2}^{a/2} E_x(x) \exp(jkx \cos \theta) dx \quad (2)$$

式中, θ 为 \mathbf{r} 与 x 轴方向的夹角。根据傅里叶变换性质, 当电场分布 $E_x(x)$ 和口径尺寸 a 满足

$$E_x(x) = \sin\left(kx \sin \frac{\theta_0}{2}\right) / \pi x, \quad a \rightarrow +\infty \quad (3)$$

可以得到一个完全理想的平顶波束 $f_0(\theta)$ 。

$$f_0(\theta) = \begin{cases} 1, & |\theta - \pi/2| \leq \theta_0/2 \\ 0, & \text{其他} \end{cases} \quad (4)$$

式中, θ_0 为平顶宽度。但是由于实际物理尺寸 a 取值有限, 存在截断误差^[17], 实际方向图 $f(\theta)$ 为

$$f(\theta) = \frac{1}{\pi} \left[\text{si} \left[\frac{\pi a}{\lambda} \left(\cos \theta + \sin \frac{\theta_0}{2} \right) \right] - \text{si} \left[\frac{\pi a}{\lambda} \left(\cos \theta - \sin \frac{\theta_0}{2} \right) \right] \right] \quad (5)$$

其中, $\text{si}(x)$ 为 $\sin x / x$ 的原函数。此时 $f(\theta)$ 与 $f_0(\theta)$ 存在一定的差异, 如图 2 所示。

为方便后文论证作如下定义: 3 dB 角宽度 $BW_{3 \text{ dB}}$, 1 dB 角宽度 $BW_{1 \text{ dB}}$, 矩形系数 SF ($BW_{3 \text{ dB}} / BW_{1 \text{ dB}}$), 波纹系数 RF (平顶宽度范围内

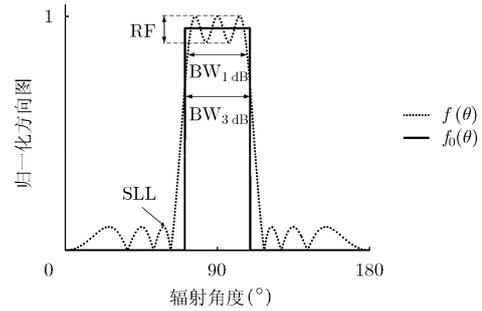


图 2 实际与期望平顶方向图

最大值与最小值的差值), 副瓣电平 SLL, 最大增益下 3 dB 角 $BW_{3 \text{ dB max}}$ ($BW_{3 \text{ dB max}} = 51\lambda / a$), 波束宽度扩张比 $ASR_{1 \text{ dB}}$ ($BW_{1 \text{ dB}} / BW_{3 \text{ dB max}}$) (以上定义均基于对数归一化下的功率方向图)。

根据采样定理, 连续口径分布可以通过离散的级数求和来近似:

$$f(\theta) = \sum_{n=0}^{2N-1} E_n \exp(jnk d \cos \theta) \quad (6)$$

式中, $2N$ 为阵元个数, d 为阵元间距, $k = \lambda / 2\pi$, E_n 为第 n 个单元的激励系数, 具有复数形式。根据 Schelkunoff 方法, 方程可以写成式(7)的形式:

$$f(\omega) = \sum_{n=0}^{2N-1} E_n \omega^n = E_{2N-1} \prod_{n=1}^{2N-1} (\omega - \omega_n) \quad (7)$$

式中, $\omega \doteq \exp(jkd \cos \theta)$, $\omega_n = \exp(a_n + jb_n)$ 。为方便讨论和计算取 $d = \lambda / 2$, 此时 ω 刚分布于单位圆上, 阵因子可以表示为 ω 与其他所有零点 ω_n 距离的乘积。根据 Orchard 综合通过控制零点 ω_n 的位置, 就可以得到实现平顶波束的解^[18]。

2.2 平顶波束的实现与讨论

根据功率方向图 $G(u) = 10 \lg f(\omega) f^*(\omega)$, 将 $\omega \doteq \exp(ju)$ 代入后得到

$$G(u) = 10 \lg \left(E_{2N-1} E_{2N-1}^* \right) + \sum_{n=1}^{2N-1} 10 \lg \left(1 - 2e^{a_n} \cos(u - b_n) + e^{2a_n} \right) \quad (8)$$

式中, $u = kd \cos \theta$ 。为满足方程 $G(u)$ 关于 $u = 0$ 对称, 除其中唯一零点位于 $\omega = -1$ 附近满足 $b_n = \pi$ 外, 对于其他任意零点 $\omega_n = \exp(a_n + jb_n)$ 必有另一个零点 $\omega'_n = \exp(a'_n + jb'_n)$ 与之对应且满足 $b'_n = -b_n$ 。而对于将任意零点 $\omega_n = \exp(a_n + jb_n)$ 替换为 $\omega_n = \exp(-a_n + jb_n)$ 时 $G(u)$ 保持不变, 这一性质将用于后文的其他证明。假设这 $2N - 1$ 个零点中有 $2M$ 个零点不在单位圆上, 为区分这些零点在此作如下定义:

(1) 如果 $n \leq M$, 有零点 $\omega_n = \exp(a_n + jb_n)$ 和

$\omega'_n = \exp(a'_n + jb'_n)$ 满足 $a_n, a'_n \neq 0, b'_n = -b_n$ 。

(2) 如果 $M < n \leq N - 1$ ，有零点 $\omega_n = \exp(jb_n)$ 和 $\omega'_n = \exp(jb'_n)$ 满足 $a_n, a'_n = 0, b'_n = -b_n$ 。

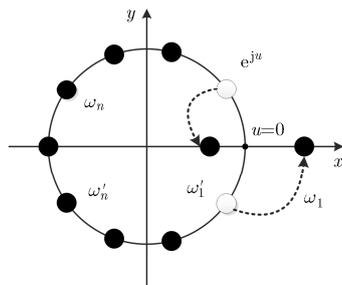
(3) 如果 $n = N$ ，有唯一零点 $\omega_N = -1$ 满足 $a_N = 0, b_N = \pi$ 。

尽管 $f(\omega)$ 的幅值与所有零点 ω_n 都有关系，但是其主瓣和副瓣范围的取值主要受其附近的零点影响，而远离该范围的零点作用很小，比如 ω_n 只会改变方向图后瓣而对其他辐射方向影响很小。因此我们主要考虑 M 对非单位圆上的零点以及两对位于单位圆上最接近 $\omega = 1$ 的零点(即决定副瓣区域的两对零点)。不妨假设 $f(\omega) = f_1(\omega)f_2(\omega)$, $h(\omega) = |f(\omega)|$ ，其中 $f_1(\omega) = \prod_{n=1}^M (\omega - \exp(a_n + jb_n)) \cdot (\omega - \exp(a'_n - jb_n))$, $h_1(\omega) = |f_1(\omega)|$, $f_2(\omega) = E_{2N-1} \cdot (\omega - \omega_N) \prod_{n=M+1}^{N-1} (\omega - \exp(jb_n)) (\omega - \exp(-jb_n))$, $h_2(\omega) = |f_2(\omega)|$ 。

如果 $M = 0$ ，则所有零点都在单位圆上，方向图函数可以简化为 $f(\omega) = f_2(\omega)$, $h(\omega) = h_2(\omega)$ 。由多项式性质， $2N - 1$ 阶多项式 $f(\omega)$ 贯穿这 $2N - 1$ 个零点并起伏震荡，任意两个零点之间只存在一个导数为 0 的点， $h(\omega)$ 仅在该点存在极大值。由对称性可知当且仅当 $\omega = 0$ 时， $h(\omega)$ 取得最大值，此时在主瓣区域 $h(\omega) = h_2(\omega)$ 为一个凸函数。因此当 $M = 0$ 时，平顶波束无解。

为使得方向图函数 $h(\omega) = h_1(\omega)h_2(\omega)$ 趋近于理想平顶 $f_0(\theta)$ ，即在主瓣区域宽度为 θ_0 的范围内保持平稳，需要构建一个合适的凹函数 $h(\omega)$ ，满足在平顶宽度 θ_0 范围内有 $h_1(\omega) \approx 1/h_2(\omega)$ 。采用泰勒公式二阶近似有

$$h_1(u) = \frac{1}{h_2(u_0)} - \frac{h'_2(u_0)}{h_2^2(u_0)}(u - u_0) + \frac{(2h_2''(u_0) - h_2''(u_0)h_2(u_0))}{h_2^3(u_0)}(u - u_0)^2 \quad (9)$$



(a)复平面零点分布

对 $u_0 \in (-kd \sin \theta_0 / 2, kd \sin \theta_0 / 2)$ 恒成立。一种构建凹函数简单的办法通过将零点从单位圆上移除，如图 3 所示。

如果 $M = 1$ ，有一对零点不在单位圆上，将 $\omega_1 = \exp(a_1 + jb_1)$, $\omega'_1 = \exp(a'_1 - jb_1)$ 代入 $h_1(\omega)$ 得 $h_1(u)$ 。

$$h_1(u = 0) = \left\{ \left[(1 - e^{a_1} \cos b_1)^2 + (e^{a_1} \sin b_1)^2 \right] \cdot \left[(1 - e^{a'_1} \cos b_1)^2 + (e^{a'_1} \sin b_1)^2 \right] \right\}^{1/2} \quad (10)$$

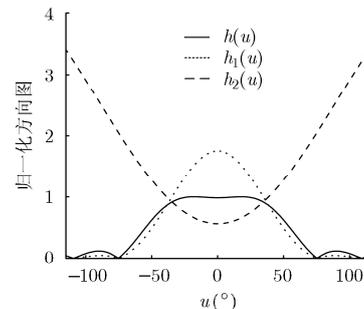
令 $g_1(u) = h_1^2(u)$ ，可分别求出 $g_1(u)$ 的一阶导数 $g'_1(u)$ 和二阶导数 $g''_1(u)$ 。

$$g'_1(u = 0) = 2 \sin b_1 e^{a_1 + a'_1} (e^{a_1} + e^{-a_1} - e^{a'_1} - e^{-a'_1}) \quad (11)$$

$$g''_1(u = 0) = 4e^{a_1 + a'_1} [\cos b_1 (\cosh a_1 + \cosh a'_1) - 2] \quad (12)$$

此时 $h'_1(u = 0) = g'_1(u = 0) / 2h_1(u = 0)$ ，根据泰勒近似式(9)，考虑 $u_0 = 0$ 的领域范围，由 $h'_2(u = 0)$ 可知 $h'_1(u = 0)$ 和 $g'_1(u = 0)$ 均为 0，代入式(11)得到 $|a'_1| = |a_1|$ 或 $b_1 = 0$ 。当 $|a'_1| = |a_1|$ 时，由于将任意零点 $\omega_n = \exp(a_n + jb_n)$ 替换为 $\omega_n = \exp(-a_n + jb_n)$ 时功率方向图 $G(u)$ 保持不变，取 $a_1 > 0, a'_1 = -a_1$ ，代入式(12)得到 $g''_1(u = 0) = 8(\cos b_1 \cosh a_1 - 1)$ ，由于此时 $g'_1(u = 0) = 0, g_1(u = 0)$ 的曲率即为二阶导数 $g''_1(u = 0)$ 。由 $\frac{\partial h''_1(u = 0)}{\partial a_1} > 0, \frac{\partial h''_1(u = 0)}{\partial b_1} < 0$ 可知

$h''_1(u = 0)$ 随着 a_1 的减小而减小，随着 b_1 的增大而减小，函数 $g_1(u)$ 曲率变小，与之匹配的 $g_2(u) = h_2^2(u)$ 曲率也变小，这将导致最后的方向图 $h(u)$ 平顶宽度 $BW_{1\text{dB}}$ 变宽。当 $b_1 = 0$ 时，此时平顶宽度 $BW_{1\text{dB}}$ 最窄，比值 $|a'_1|/|a_1|$ 主要影响波纹系数 RF，如图 4 所示。不妨令 $a_1 > 0, a'_1 < 0$ ，当 $-a_1/a'_1 < 1$ 时， ω'_1 保持不动， ω_1 向左移动靠近单位圆，平顶宽度 $BW_{1\text{dB}}$ 变宽，矩形系数 SF 变化不大，但是波纹系数 RF 逐



(b)方向图函数

图 3 M=1 零点旋转时平顶波束分布

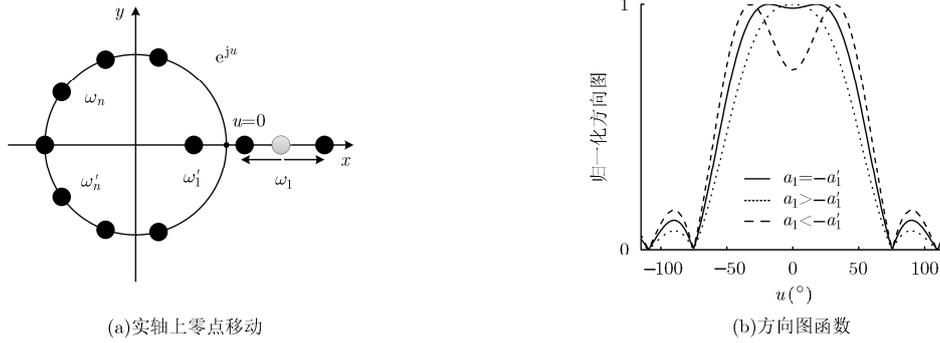


图 4 M=1 实轴零点移动时平顶波束分布

渐恶化直到在 $\omega = 1$ 形成零陷，平顶效果变差。当 $-a_1/a'_1 > 1$ 时， ω'_1 保持不动， ω_1 向右移动远离单位圆，平顶宽度 $BW_{1\text{dB}}$ 变窄，矩形系数 SF 变化不大，波纹会逐渐变小至消失，平顶效果变差。

因此，当 $M = 1$ 只有当 $h_1(u)$ 的零点满足 $|a'_1| = |a_1|$ 或者 $b_1 = 0$ 且 $|a'_1| \approx |a_1|$ 时，存在 $h_2(u)$ 使得方向图 $h(u)$ 实现平顶，减小 a_1 或增大 b_1 的值都会扩大平顶的宽度。

如果 $M \geq 2$ ，有更多的零点从单位圆上移除，与情况 $M = 1$ 从 $M = 0$ 时的单位圆上移除一对零点类似，同样需要满足 $|a'_n| = |a_n|$ 或者 $b_n = 0$ 且 $|a'_n| \approx |a_n|$ ，但平顶宽度会变得更宽。

2.3 Sinc 函数与平顶波束的解

在实数对称分布条件下，将式(2)离散后，其中离散间距为 $d = a/2N_u$ ， $f(\theta)$ 可以写成

$$f(\theta) = \frac{a}{2N_u} \sum_{n=-N_u}^{N_u} E_n e^{\frac{jna\pi \cos\theta}{\lambda N_u}}, \quad N_u \rightarrow \infty \quad (13)$$

令 $s = a/N_u \lambda$ ， $t = \pi \cos\theta$ ，代入式(13)后得到

$$f(t) = \frac{a}{2N_u} \sum_{n=-N_u}^{N_u} E_n e^{jnst} = \frac{a}{N_u} \sum_{n=0}^{N_u} E_n \cos(nst), \quad N_u \rightarrow \infty \quad (14)$$

根据三角函数的正交性和对称性：

$$\frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \cos mx \cos nx dx = \begin{cases} 1, & m = n \\ 0, & m \neq n \end{cases} \quad (15)$$

对式(14)进行积分变换和尺度变换，将式(4)代入后解得方程可得其唯一解：

$$E_m = \frac{2N_u \sin \pi ms \sin \frac{\theta_0}{2}}{a\pi m} = \frac{\sin \frac{2\pi}{\lambda} \frac{ma}{2N_u} \sin \frac{\theta_0}{2}}{\pi \frac{ma}{2N_u}}, \quad N_u \rightarrow \infty \quad (16)$$

服从 Sinc 函数分布。因此实数对称分布下，Sinc 分布是实现平顶的唯一解，其零点分布与平顶关系如表 1。

由于将任意零点 $\omega_n = \exp(a_n + jb_n)$ 替换为 $\omega_n = \exp(-a_n + jb_n)$ 时功率方向图 $G(u)$ 保持不变，因此对于有 $2M$ 个零点不在单位圆上的方向图共有 2^{2M} 个解^[19]。当满足 $a'_n = -a_n$ 时有 2^M 个对称的复数解，当满足 $a'_n = a_n$ 时有 2^M 个非对称的实数解，剩下 $2^{2M} - 2^{M+1}$ 个非对称的复数解。对于实数对称分布的解，我们可以通过构建 Sinc 函数，所产生的方向图与上述 2^{2M} 个解的方向图近似，即这 2^{2M} 个解与 Sinc 函数存在对应关系。假设对于任意 M 对非单位圆上的零点，其中有 P 对零点位于实轴上且满足 $a_n = -a'_n$ ，通过额外附加 $M - P$ 对零点，使这 $2M - P$ 对零点满足如下关系： P 组零点分别为 $\omega_n = \exp(a_n)$ 和 $\omega'_n = \exp(-a_n)$ ； $M - P$ 组零点分别为 $\omega_n = \exp(a_n + jb_n)$ ， $\omega'_n = \exp(-a_n + jb_n)$ ， $\omega''_n = \exp(a_n - jb_n)$ 和 $\omega'_n = \exp(-a_n - jb_n)$ ，得到 $f(\omega)$ 与

表 1 Sinc 函数零点分布

ASR _{1dB} = BW _{1dB} / BW _{3dB max}	单位圆上的零点数目	非单位圆上的零点		平顶效果
		数目	分布	
< 1.8	2N-1	0	无	笔直
1.8-3.7	2N-3	2	exp(±a ₁)	较窄
3.7-4.3	2N-5	4	exp(±a ₁) exp(±a ₂)	一般
4.3-5.8	2N-5	4	exp(±a ₁ ±jb ₁)	较宽
> 5.8	2N-1-2M	2M	exp(±a _n ±jb _n)	很宽

$f_{\text{Sinc}}(\omega)$ 如式(17)和式(18):

$$f(\omega) = E_{2N-1}(\omega + 1) \prod_{n=M+1}^{N-1} (\omega^2 - (2 \cos b_n)\omega + 1) \cdot \prod_{n=P+1}^M (\omega^2 - (e^{a_n + jb_n} + e^{a_n - jb_n})\omega + e^{a_n + a_n'}) \cdot \prod_{n=1}^P (\omega^2 - (e^{a_n} + e^{a_n'})\omega + e^{a_n + a_n'}) \quad (17)$$

$$f_{\text{Sinc}}(\omega) = f(\omega) \prod_{n=P+1}^M (\omega^2 - (e^{-a_n + jb_n} + e^{-a_n - jb_n})\omega + e^{-a_n - a_n'}) + e^{-a_n - a_n'} \quad (18)$$

此时 $f(\omega)$ 与 $f_{\text{Sinc}}(\omega)$ 近似, 而函数分布变为实数对称分布, 即 Sinc 函数分布。结合 Sinc 函数零点的分布性质与 M 的关系, 得出以下结论:

当 $M = 0$ 时, 方程无解, 即无法产生平顶波束。当 $M = 1$ 且 $b_n \neq 0$ 时, 方程有 4 个解, 此时 $f(\omega)$ 与 $f_{\text{Sinc}}(\omega)$ 近似且存在一定误差, 平顶波束宽度较宽, 比值 $\text{ASR}_{1\text{dB}} (\text{BW}_{1\text{dB}} / \text{BW}_{3\text{dB max}})$ 为 3.7~5.8, 可以进一步压缩宽度。当 $M = 1$ 且 $b_n = 0$ 时, 方程有 3 个解, 只需满足 $a_n' = -a_n$, 此时 $f(\omega)$ 与 $f_{\text{Sinc}}(\omega)$ 完全相等, $\text{ASR}_{1\text{dB}}$ 为 1.8~3.7; 但是当 $\text{ASR}_{1\text{dB}} < 2.4$ 时, 矩形系数 SF 太差, 不够平坦, 认为无解, 因此最小值比值 $\text{ASR}_{1\text{dB}} = 2.4$, 此时平顶宽度最窄; 当 $M \geq 2$ 时, 方程有 2^{2M} 个解, 此时 $\text{ASR}_{1\text{dB}} > 4.8$, 波束宽度较宽, 可以进一步压缩。

3 数值计算与分析

3.1 参数分析

尽管前文给出了实现平顶波束的条件并进行了一定的讨论, 但实际平顶情况比较复杂, 允许一定范围的波动。因此, 我们利用以下 4 个参数对平顶效果进行评估: 波束宽度扩张比 $\text{ASR}_{1\text{dB}}$, 矩形系数 SF, 波纹系数 RF, 副瓣电平 SLL。基于 Orchard 综合利用 matlab 编程对满足条件 $|a_n'| = |a_n|$ 或者 $b_n = 0$ 且 $|a_n'| \approx |a_n|$ 下的零点分布进行微扰^[20,21], 经过大量的仿真计算得到不同参数之间的关系, 如图 5

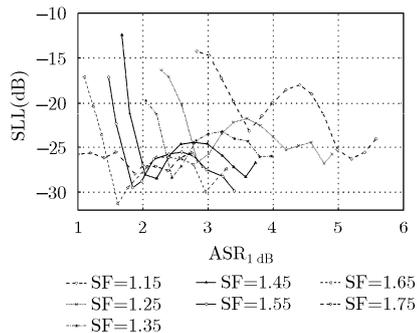


图 5 SLL, SF 与 $\text{ASR}_{1\text{dB}}$ 的关系图

和图 6。

由图 5 可知, 副瓣电平 SLL 基本随着矩形系数 SF 和波束宽度扩张比 $\text{ASR}_{1\text{dB}}$ 的增加而单调递减。对于矩形系数 SF 不同取值下, 副瓣电平曲线有着一致的变化规律, 快速下降后然后在小范围内波动, 我们可以认为任意两条曲线只是一种与矩形系数 SF 有关的简单平移。采用多项式近似

$$z_1(x, y) = \sum_{i=0}^3 p_i x^i \quad (19)$$

式中, $z_1(x, y)$ 表示副瓣电平 SLL, x 表示波束宽度扩张比 $\text{ASR}_{1\text{dB}}$, y 表示矩形系数 SF, p_i 表示与 y 有关的一阶多项式近似, 其中 $p_3 = -36.4y + 37.36$, $p_2 = -210.1y - 183.1$, $p_1 = -275.4y + 85.07$, $p_0 = -89.8y + 371.3$ 。

由图 6 可知, 波纹系数 RF 与矩形系数 SF、波束宽度扩张比 $\text{ASR}_{1\text{dB}}$ 的关系比较复杂, 较难用一条曲线来准确确定其关系, 只能进行大致分析。当 $\text{SF} > 1.45$, 方向图函数为一个单纯的凸函数没有任何波动, 我们将波纹系数 RF 定义为 0。只有当波束宽度扩张比 $\text{ASR}_{1\text{dB}} > 2.4$, 波纹系数才随着 $\text{ASR}_{1\text{dB}}$ 增大而快速减小。但是当矩形系数 $\text{SF} = 1.15$, 对于任意给定的 $\text{ASR}_{1\text{dB}}$ 取值, 存在大量离散的点对应不同取值的波纹系数 RF, 说明此时波纹系数与 $\text{ASR}_{1\text{dB}}$ 相关性不大。

因此, 我们得到如下结论: 副瓣电平 SLL 基本随着矩形系数 SF 和波束宽度扩张比 $\text{ASR}_{1\text{dB}}$ 的增加而单调递减, 可采用多项式较好地逼近; 波纹系数 RF 当且仅当矩形系数和波束宽度扩张比分别满足 $\text{SF} < 1.45$, $\text{ASR}_{1\text{dB}} > 2.4$ 时才不为 0, 相关性不大, 较难用曲线逼近或拟合。

3.2 例子说明

为满足平顶波束平顶宽度较窄且副瓣较低, 基于前文分析实现平顶的条件 $|a_n'| = |a_n|$ 或者 $b_n = 0$ 且 $|a_n'| \approx |a_n|$, 我们可以通过微扰调整比值 $|a_n'|/|a_n|$, 适当牺牲平顶的矩形系数或波纹系数, 保证平顶范围基本不变来实现低副瓣。以 10 元阵 $a = 5\lambda$ 为例,

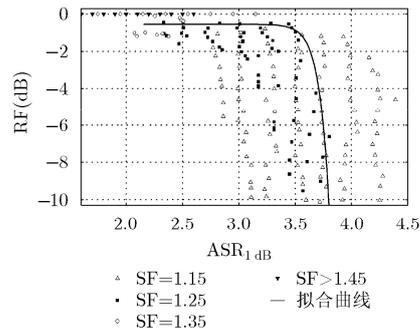


图 6 RF, SF 与 $\text{ASR}_{1\text{dB}}$ 的关系图

考虑 β 不同取值下的 Sinc 函数分布 E_n

$$E_n = \frac{\sin\left[\pi\left(n-5-\frac{1}{2}\right)\sin\frac{\theta_1}{2}\right]}{\frac{\lambda\pi}{2}\left(n-5-\frac{1}{2}\right)} \quad (20)$$

式中, $\theta_1 = 2\arcsin\beta\lambda/a$ 。情况如下:

情况 1 取 $\beta = 1.5, \theta_1 = 35^\circ$, 各单元激励满足 Sinc 函数分布。

情况 2 取 $\beta = 1.7, \theta_1 = 40^\circ$, 各单元激励满足 Sinc 函数分布。

情况 3 针对情况 2, 将位于实轴上的零点进行平移, 保持 $a_1 > 0, a'_1 < 0$ 不变, 平移 a_1 使得 $a_1 = -1.5a'_1$, 其余单位圆上的零点不变。

情况 4 与情况 3 类似, 取 $\beta = 1.7, \theta_1 = 40^\circ, a_1 = -2.3a'_1$ 。

经编程计算, 上述 4 种情况下的 10 元阵激励系数如表 2, 平顶参数如表 3, 方向图如图 7。分析结果可知, 满足 $|a'_1| = |a_1|$ 或者 $b_1 = 0$ 且 $|a'_1| \approx |a_1|$ 时都能有较好的平顶效果, 且减小 a_1 会扩大平顶的宽度。

对比情况 3 和情况 4 可知, 适当增加比值 $|a'_1|/|a_1|$,

平顶宽度、矩形系数 SF 和波纹系数的变化均不大, 通过适当展宽主瓣宽度就能实现更低的副瓣; 而当比值 $|a'_1|/|a_1|$ 过大时, 虽然副瓣电平变得更低, 但是主瓣宽度变得更宽, 矩形系数变大。因此为保持平顶效果和其它参数不变, 在主瓣宽度与副瓣电平之间平衡, 情况 3 最合适, 此时最大副瓣电平为 -22.85 dB, 主瓣也比较窄。

4 结束语

本文基于无线能量传输背景从理论上研究了实现平顶波束的必要条件, 并给出了平顶波束的解与其波束宽度的对应关系, 证明了平顶波束宽度与最

表 2 10 元阵激励系数

序号	1	2	3	4
1	-0.218	-0.215	-0.115	-0.046
2	-0.051	-0.162	0.019	0.041
3	0.309	0.172	0.368	0.374
4	0.724	0.651	0.774	0.791
5	1.000	1.000	1.000	1.000
6	1.000	1.000	0.899	0.827
7	0.724	0.651	0.525	0.382
8	0.309	0.172	0.097	-0.034
9	-0.051	-0.162	-0.161	-0.191
10	-0.218	-0.215	-0.170	-0.107

表 3 10 元阵平顶参数

序号	1	2	3	4
BW _{1dB}	23.20	28.00	24.00	24.40
BW _{3dB}	29.60	34.00	30.80	32.00
FNBW	49.60	53.60	53.60	60.40
SF	1.27	1.21	1.28	1.31
SLL	-18.45	-20.38	-22.85	-28.73
RF	-0.15	-1.23	-0.17	-0.17

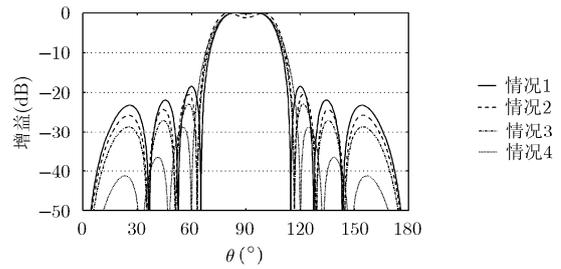


图 7 10 元阵方向图

大增益下 3 dB 角的最小比值为 2.4。然后讨论了平顶波束 3 dB 宽度与矩形系数、波纹系数、副瓣电平的数值关系。最后以 10 元阵为例, 实现了副瓣低于 -22 dB 且宽度较窄的平顶波束, 验证了本文方法和结论的有效性, 对平顶波束综合和工程应用有着很大帮助。本研究的不足之处主要在于一方面缺乏实验数据进行直接验证; 另一方面该平顶波束扫描角度有限, 当中心角度偏离 90° 甚至接近 0° 时, 半功率宽度会变宽, 后瓣也会逐渐变大, 只有取 45° 到 135° 时平顶效果良好。因此, 对于最窄平顶波束的工程实现和波束扫描, 还需要进一步研究和改进。

参考文献

- [1] WOODWARD P M. A method of calculating the field over a plane aperture required to produce a given polar diagram[J]. *Journal of the Institution of Electrical Engineers-Part IIIA: Radiolocation*, 1946, 93(10): 1554-1558.
- [2] 郑占旗, 阎跃鹏, 张立军, 等. 增加副瓣抑制机制的阵列天线波束赋形遗传算法研究[J]. *电子与信息学报*, 2017, 39(3): 690-696. doi: 10.11999/JEIT160466. ZHENG Zhanqi, YAN Yuepeng, ZHANG Lijun, et al. Research on genetic algorithm of antenna arrays beam shaping with side lobe suppression[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2017, 39(3): 690-696. doi: 10.11999/JEIT160466.
- [3] LIU Yanhui, NIE Zaiping, and LIU Qinghuo. A new method for the synthesis of non-uniform linear arrays with shaped power patterns[J]. *Progress in Electromagnetics Research*, 2010, 107: 349-363.

- [4] ORCHARD H J, ELLIOTT R S, and STERN G J. Optimizing the synthesis of shaped beam antenna patterns[J]. *IEE Proceedings-H: Microwaves, Antennas and Propagation*, 1985, 132(1): 63-68.
- [5] MILLIGAN T A. Modern Antenna Design[M]. Second Edition, Hoboken, New Jersey: John Wiley & Sons, Inc, 2005: 162-169.
- [6] CEN Ling, YU Zhuliang, SER Wee, *et al.* Linear aperiodic array synthesis using an improved genetic algorithm[J]. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 2012, 60(2): 895-902. doi: 10.1109/TAP.2011.2173111.
- [7] HAN Chuang and WANG Ling. Array pattern synthesis using particle swarm optimization with dynamic inertia weight[J]. *International Journal of Antennas and Propagation*, 2016, Article ID 1829458. doi: 10.1155/2016/1829458.
- [8] 韩英, 黄卡玛. 微波输能应用中整流天线阵列接收效率的研究[J]. *无线电工程*, 2016, 46(7): 60-63. doi: 10.3969/j.issn.1003-3106.2016.07.16.
HAN Ying and HUANG Kama. Research on receiving efficiency of rectenna array for microwave power transmission applications[J]. *Radio Engineering*, 2016, 46(7): 60-63. doi: 10.3969/j.issn.1003-3106.2016.07.16.
- [9] ELLIOTT R S and STERN G J. Shaped patterns from a continuous planar aperture distribution[J]. *IEE Proceedings-H: Microwaves, Antennas and Propagation*, 1988, 135(6): 366-370.
- [10] ARES F, ELLIOTT R S, and MORENO E. Optimised synthesis of shaped line-source antenna beams[J]. *Electronics Letters*, 1993, 29(12): 1136-1137.
- [11] LIU Yanhui, LIU Qinghuo, and NIE Zaiping. Reducing the number of elements in the synthesis of shaped-beam patterns by the forward-backward matrix pencil method[J]. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 2010, 58(2): 604-608. doi: 10.1109/TAP.2009.2037709.
- [12] HAO Zhangcheng, HE Muxin, and HONG Wei. Design of a millimeter-wave high angle selectivity shaped-beam conformal array antenna using hybrid genetic/space mapping method[J]. *IEEE Antennas and Wireless Propagation Letters*, 2016, 15: 1208-1212. doi: 10.1109/LAWP.2015.2501403.
- [13] 王力, 何丙发, 孙庆锋. 一种阵列天线快速波束赋形方法[J]. *现代雷达*, 2016, 38(8): 70-74. doi: 10.16592/j.cnki.1004-7859.2016.08.016.
- WANG Li, HE Bingfa, and SUN Qingfeng. Synthesis of the shaped-beam array antennas using a fast algorithm[J]. *Modern Radar*, 2016, 38(8): 70-74. doi: 10.16592/j.cnki.1004-7859.2016.08.016.
- [14] HUA Di, WU Wen, and FANG Dagang. Linear array synthesis to obtain broadside and endfire beam patterns using element-level pattern diversity[J]. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 2017, 65(6): 2992-3004. doi: 10.1109/TAP.2017.2694457.
- [15] HUA Di, WU Wen, and FANG Dagang. The synthesis of array antennas using the element-level pattern diversity (ELPD) technique[C]. 2017 11th European Conference on Antennas and Propagation (EUCAP), Paris, 2017: 2833-2837.
- [16] 钟顺时. 天线理论与技术[M]. 北京: 电子工业出版社, 2011: 324-325.
- [17] 薛正辉, 李伟民, 任武. 阵列天线分析与综合[M]. 北京: 北京航空航天大学出版社, 2011: 185-189.
- [18] STEYSKAL H, SHORE R A, and HAUPT R. Methods for null control and their effects on the radiation pattern[J]. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 1986, 34(3): 404-409.
- [19] KIM Y U and ELLIOTT R S. Shaped-pattern synthesis using pure real distributions[J]. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 1988, 36(11): 1645-1649.
- [20] STEYSKAL H. Simple method for pattern nulling by phase perturbation[J]. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 1983, 31(1): 163-166.
- [21] RATHOD M L, SINGH M K, and MEERA A. Phase perturbation based radiation pattern synthesis in antenna array using ASBO[C]. 2016 10th International Conference on Intelligent Systems and Control, Coimbatore, India, 2016: 1-7.
- 陈 诚: 男, 1992年生, 博士生, 研究方向为超材料设计、无线能量传输、阵列天线设计.
- 黄卡玛: 男, 1964年生, 教授, 主要从事微波化学、无线能量传输研究.