

## 一种新的避免航迹合并的联合综合概率数据关联滤波器

朱 昀\* 王 俊 陈 刚 郭 帅

(西安电子科技大学雷达信号处理国家重点实验室 西安 710071)

**摘 要:** 针对联合综合概率数据关联算法(JIPDA)存在的航迹合并问题, 将目标建模为随机有限集(RFS)提出改进的 JIPDA 算法。传统 JIPDA 首先产生初始概率密度函数(PDF), 之后对该 PDF 进行近似来估计目标状态。为了使目标状态估计 PDF 与初始 PDF 之间的相似性最大化, 当目标标签无意义时, 提出对 JIPDA 的初始 PDF 进行优化。将 KL 散度作为相似性的衡量标准, 建立起优化过程的代价函数。仿真实验表明, 所提方法可有效地抑制传统 JIPDA 引起的航迹合并。

**关键词:** 多目标跟踪; 联合综合概率数据关联; 随机有限集

**中图分类号:** TN958.97

**文献标识码:** A

**文章编号:** 1009-5896(2017)10-2346-08

**DOI:** 10.11999/JEIT170085

## Novel Track Coalescence Avoiding Joint Integrated Probabilistic Data Association Filter

ZHU Yun WANG Jun CHEN Gang GUO Shuai

(National Laboratory of Radar Signal Processing, Xidian University, Xi'an 710071, China)

**Abstract:** To avoid the track coalescence of the Joint Integrated Probabilistic Data Association (JIPDA), a modified version of JIPDA is proposed by modelling targets as Random Finite Set (RFS). The JIPDA first generates the original Probability Density Function (PDF) and then makes an approximation of the PDF to estimate target states. To maximize the similarity between the state estimate PDF and the original PDF, the original PDF is optimized when target label is irrelevant. Using the KL divergence as a measure of the similarity, the cost function is developed. The experimental results show that the proposed method can effectively avoid the track coalescence.

**Key words:** Multi-target tracking; Joint Integrated Probabilistic Data Association (JIPDA); Random Finite Set (RFS)

### 1 引言

联合概率数据关联(Joint Probabilistic Data Association, JPDA)算法是密集杂波环境下多目标跟踪最有效的算法之一<sup>[1]</sup>。该算法需要已知目标初始状态, 并假设在观测时间内目标个数保持不变。但是, 在雷达、声呐以及很多其他监视系统中, 目标状态往往无法提前得知。在这种情况下, 自动跟踪系统需要初始化目标航迹, 并持续地衡量航迹质量。因此, Mušicki 等人<sup>[2]</sup>提出了联合综合概率数据关联(Joint Integrated Probabilistic Data Association, JIPDA)算法。JIPDA 利用目标的存在概率对航迹质量进行衡量, 可以自适应地计算目标个数、估计目标状态, 因此在很多领域得到了应用<sup>[3-5]</sup>。

然而, JIPDA 具有严重的航迹合并问题, 即当目标距离较近时, 其航迹会发生合并, 即使目标随后分开, 已合并的航迹也很难分离。为了解决该问题, 文献[6]最近提出了 JIPDA\*算法, 该算法通过对假设事件进行剪枝, 保证每组量测和目标只存在一种对应关系, 以消除航迹间的耦合性, 并且在跟踪过程中利用目标标签对多个目标进行区分。此方法一定程度上抑制了航迹合并, 但是在很多情况下并不用区分各目标。例如, 在战场中将雷达的发射机指向目标密集的方位, 此时只需掌握目标的位置信息, 不用记录各目标序号。又如, 很多汽车具有防撞系统, 该系统通过计算道路上其他车辆的位置而对其进行躲避, 不用获取其他汽车的标签。在这些情况下, 目标的标签失去意义。这一类的跟踪问题可以利用随机有限集(Random Finite Sets, RFS)进行建模, RFS 将目标表示为集合的形式, 不对各目标进行区分<sup>[7]</sup>。因此, 本文将 RFS 与 JIPDA 结合, 不考虑目标标签, 以进一步提高 JIPDA 的跟踪性能。

首先, 将 JIPDA 的初始概率密度函数

收稿日期: 2017-01-23; 改回日期: 2017-07-17; 网络出版: 2017-08-22

\*通信作者: 朱昀 yunzhuxidian@163.com

基金项目: 国家自然科学基金(61401526), 国家部委共用技术基金(9140A07020614DZ01)

Foundation Items: The National Natural Science Foundation of China (61401526), The Foundation of National Ministries (9140A07020614DZ01)

(Probability Density Function, PDF)表示为高斯混合(Gaussian Mixture, GM)的形式。随后,用一个多伯努利(Multi-Bernoulli, MB)分布对初始 PDF 进行近似,以得到目标状态估计 PDF。为了使该近似过程更为准确,利用 RFS 对目标进行表述,进而对初始 PDF 进行优化,以使其与状态估计 PDF 之间的相似性最大化。利用 KL 散度(Kullback-Leibler Divergence, KLD)衡量相似性的大小,建立了计算 KLD 的近似公式,并将其作为优化过程的代价函数。为了最小化代价函数,设计了一种迭代的 PDF 优化方法,并通过分析指出该方法可使代价函数单调下降。最后,通过两个仿真实验分别验证了所提方法在目标初始状态未知和已知的情况下对多目标的跟踪效果。

## 2 问题描述

### 2.1 随机有限集

假定  $k$  时刻的目标状态集合为  $\{\mathbf{x}_1(k), \mathbf{x}_2(k), \dots, \mathbf{x}_{n_k}(k)\}$ , 其中  $\mathbf{x}_t$  表示目标  $t$  的状态,  $n_k$  为当前目标数。为了说明目标的无序性,将目标的联合状态向量表示为

$$\mathbf{X}(k) = [\mathbf{x}_1(k)^T \ \mathbf{x}_2(k)^T \ \dots \ \mathbf{x}_{n_k}(k)^T]^T \quad (1)$$

由于目标序号无意义,因此  $\mathbf{X}(k)$  中的目标排序可改变。当前目标状态的 RFS 全体可表示为<sup>[7]</sup>

$$\{\mathbf{x}_1(k), \mathbf{x}_2(k), \dots, \mathbf{x}_{n_k}(k)\} = \sum_{j=1}^{N_k} \pi_j \mathbf{X}(k) = \sum_{\pi \in \Pi_n} \pi \mathbf{X}(k) \quad (2)$$

其中,  $N_k$  表示所有排序个数;  $\pi_j$  为旋转矩阵,其作用是改变排序;  $\Pi_n$  为所有旋转矩阵的集合。例如,本文所用目标状态为  $\mathbf{x}(k) = [x_k \ \dot{x}_k \ y_k \ \dot{y}_k]^T$ , 其中  $\mathbf{p}_k = [x_k \ y_k]^T$  为位置,  $\mathbf{v}_k = [\dot{x}_k \ \dot{y}_k]^T$  为速度,当目标个数为 2 时,存在两个旋转矩阵:

$$\pi_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \otimes \mathbf{I}_4, \quad \pi_2 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \otimes \mathbf{I}_4 \quad (3)$$

其中,  $\mathbf{I}_4$  为  $4 \times 4$  单位矩阵,  $\otimes$  为右 Kronecker 积。

由于存在杂波及漏检等情况,有效量测的集合同样为 RFS

$$\mathbf{Z}(k) = \{z_1(k), z_2(k), \dots, z_{m_k}(k)\} \quad (4)$$

其中,  $m_k$  为量测个数。本文使用简单的跟踪门技术滤除不太可能的量测,从而获得有效量测,以减少计算量。由于我们无法完全正确地将目标量测从杂波中区分出来,也无法建立量测与目标的一一对应关系,因此需要使用互联方法列出所有的组合情况。

### 2.2 联合综合概率数据关联

在时刻  $k$ , JIPDA 首先对目标  $t$  的存在概率、状

态协方差进行预测,依次得到  $r_t(k|k-1)$ ,  $\hat{\mathbf{x}}_t(k|k-1)$  与  $\hat{\mathbf{P}}_t(k|k-1)$ 。状态与协方差的预测方法与传统 Kalman 滤波器相同,这里不再赘述。在本文中,目标  $t$  的存在概率预测过程为

$$r_t(k|k-1) = p_{11}r_t(k-1) + p_{12}(1-r_t(k-1)) \quad (5)$$

其中,  $r_t(k-1)$  为  $k-1$  时刻目标  $t$  的存在概率,  $p_{11}$  和  $p_{12}$  表示状态的转移概率,满足  $0 \leq p_{11}, p_{12} \leq 1$ 。其次,建立量测与目标间所有可能的互联关系,产生关联假设事件  $\theta_h (h=1, 2, \dots, N_{\mathcal{H}})$ , 并计算各假设事件的后验概率  $P(\theta_h)$ 。接下来,对目标存在概率进行更新,目标  $t$  的存在概率  $r_t(k)$  更新过程如下

$$r_t^0(k) = \frac{(1-P_D P_W)r_t(k|k-1)}{1-P_D P_W r_t(k|k-1)} \sum_{\theta_h \in \Xi(t,0)} P(\theta_h) \quad (6)$$

$$r_t^i(k) = \sum_{\theta_h \in \Xi(t,i)} P(\theta_h) \quad (7)$$

$$r_t(k) = r_t^0(k) + \sum_{i \in \{\mu(k,t,i) > 0\}} r_t^i(k) \quad (8)$$

式中,  $P_W$  为门概率,即目标回波落入跟踪波门内的概率;  $P_D$  为检测概率;  $\Xi(t,i)$  表示量测  $i$  源于目标  $t$  的假设事件;  $\{\mu(k,t,i) > 0\}$  表示目标  $t$  跟踪波门内的量测集合;  $r_t^0(k)$  表示目标存在但未产生量测的概率;  $r_t^i(k)$  表示目标存在且产生量测的概率。利用存在概率可以对航迹质量进行评估,如果存在概率大于预设的确认门限,则对该航迹进行输出;反之,如果存在概率小于预设的消亡门限,则对该航迹进行终止。

由  $r_t^0(k)$ ,  $r_t^i(k)$  和  $r_t(k)$  可以推导出量测与目标之间的关联系数为

$$\beta_t^0(k) = \frac{r_t^0(k)}{r_t(k)}, \quad \beta_t^i(k) = \frac{r_t^i(k)}{r_t(k)}, \quad i \in \{\mu(k,t,i) > 0\} \quad (9)$$

式中,  $\beta_t^0(k)$  表示没有量测源于目标的概率,  $\beta_t^i(k)$  为量测  $z_i(k)$  与目标  $t$  关联的概率,满足约束条件  $\sum_{i=0}^{m_k} \beta_t^i(k) = 1$ 。利用关联系数,目标  $t$  的状态估计可表示为

$$\hat{\mathbf{x}}_t(k) = \beta_t^0(k)\hat{\mathbf{x}}_t(k|k-1) + \sum_{i=1}^{m_k} \beta_t^i(k)\hat{\mathbf{x}}_t^i(k) \quad (10)$$

式中,  $\hat{\mathbf{x}}_t^i(k)$  为  $z_i(k)$  对目标  $t$  进行的状态更新。目标  $t$  状态估计协方差矩阵的更新方程为

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{P}}_t(k) &= \hat{\mathbf{P}}_t(k|k-1) - [1 - \beta_t^0(k)] \\ &\quad \cdot \mathbf{K}_t(k) \mathbf{S}_t(k) \mathbf{K}_t^T(k) \\ &\quad + \sum_{i=0}^{m_k} \beta_t^i(k) [\hat{\mathbf{x}}_t^i(k) \hat{\mathbf{x}}_t^{i\top}(k) - \hat{\mathbf{x}}_t(k) \hat{\mathbf{x}}_t^T(k)] \end{aligned} \quad (11)$$

式中,  $\mathbf{K}_t(k)$  为滤波增益,  $\mathbf{S}_t(k)$  为误差协方差矩阵。由式(10)和式(11)可见, JIPDA 利用跟踪门内的所有量测对目标状态与协方差进行更新。当多目标彼

此接近时,各目标跟踪门逐渐相互覆盖,目标状态更新结果趋于相同,因而导致航迹合并问题。

### 3 概率密度函数的优化

本文利用 PDF 转换的方法解决 JIPDA 的航迹合并问题,然而由上一节可知传统 JIPDA 并没有对初始 PDF 进行深入分析,因此使用文献[8]对 JIPDA 的描述,将初始 PDF 表示为 GM 的形式。假设目标相互独立,则 JIPDA 的初始 PDF 可以描述为

$$f(\mathbf{X}) = \sum_{h=1}^{N_{\mathcal{X}}} P(\theta_h) \prod_{t=1}^n f_{t|h}(\mathbf{X}_{t|h}) \quad (12)$$

式中,  $f_{t|h}(\mathbf{X}_{t|h})$  表示目标  $t$  在假设  $\theta_h$  中的条件密度,其为伯努利分布具有两种可能的状态,以概率  $r_{t|h}$  包含一个目标或以概率  $1-r_{t|h}$  为空集,用公式表示为

$$f_{t|h}(\mathbf{X}_{t|h}) = \begin{cases} 1-r_{t|h}, & \mathbf{X}_{t|h} = \emptyset \\ r_{t|h} f_{t|h}(\mathbf{x}_{t|h}), & \mathbf{X}_{t|h} = \{\mathbf{x}_{t|h}\} \\ 0, & |\mathbf{X}_{t|h}| > 1 \end{cases} \quad (13)$$

为了得到当前的目标状态估计,对上述 PDF 用一个 MB 分布进行近似<sup>[8]</sup>

$$g(\mathbf{X}) = \prod_{t=1}^n g_t(\mathbf{X}_t) \quad (14)$$

在本文中,  $g_t(\mathbf{X}_t)$  服从伯努利高斯分布,其中包括存在概率  $r_t$ 、状态  $\boldsymbol{\mu}_t$  与协方差  $\mathbf{R}_t$ 。当  $f(\mathbf{X})$  确定时,  $g_t(\mathbf{X}_t)$  中的各项为<sup>[8]</sup>

$$\begin{aligned} r_t &= \sum_{h=1}^{N_{\mathcal{X}}} P(\theta_h) r_{t|h}, \quad \boldsymbol{\mu}_t = \frac{1}{r_t} \sum_{h=1}^{N_{\mathcal{X}}} P(\theta_h) r_{t|h} \mathbf{X}_{t|h}, \\ \mathbf{R}_t &= \frac{1}{r_t} \sum_{h=1}^{N_{\mathcal{X}}} P(\theta_h) r_{t|h} \cdot \left[ \mathbf{P}_{t|h} + (\mathbf{X}_{t|h} - \boldsymbol{\mu}_t)(\mathbf{X}_{t|h} - \boldsymbol{\mu}_t)^{\text{T}} \right] \end{aligned} \quad (15)$$

式中,  $\mathbf{X}_{t|h}$  与  $\mathbf{P}_{t|h}$  分别为  $\theta_h$  中目标状态与协方差的更新结果。为了简便,在下文中使用概率  $P_{t|h}^r$  替代  $P(\theta_h) r_{t|h}$ 。可以看出,目标的状态估计过程实际上为高斯近似过程,即采用一个单高斯量对 GM 进行近似。状态估计 PDF  $g(\mathbf{X})$  与初始 PDF  $f(\mathbf{X})$  越接近,则近似过程越准确。为了进一步提高目标状态估计的准确性,考虑对  $f(\mathbf{X})$  进行优化,以提高其与  $g(\mathbf{X})$  之间的相似度。

在使用 GM 描述 PDF 时,常用的相似性度量标准为 KLD<sup>[9]</sup>。为了使  $f(\mathbf{X})$  与  $g(\mathbf{X})$  相似性最大,需要最小化二者间的 KLD。

$$\min \text{KLD}[f(\mathbf{X})\|g(\mathbf{X})] = \min \int f(\mathbf{X}) \ln \frac{f(\mathbf{X})}{g(\mathbf{X})} d\mathbf{X} \quad (16)$$

然而, KLD 的运算公式存在密度积分,没有闭合解,通常使用蒙特卡罗采样法进行求解,该方法需要进

行大量的采样,存在运算量大并且求解复杂等问题<sup>[9]</sup>。为了克服这些问题,本文使用一种近似的计算方式,将  $f(\mathbf{X})$  与  $g(\mathbf{X})$  之间的 KLD 表示为

$$\begin{aligned} \text{KLD}[f(\mathbf{X})\|g(\mathbf{X})] \\ \approx \sum_{h=1}^{N_{\mathcal{X}}} P(\theta_h) \text{KLD}[N(\mathbf{X}_h, \mathbf{P}_h)\|N(\boldsymbol{\mu}, \mathbf{R})] \end{aligned} \quad (17)$$

其中,  $\mathbf{X}_h = [\mathbf{x}_{1|h}^{\text{T}}, \mathbf{x}_{2|h}^{\text{T}}, \dots, \mathbf{x}_{n|h}^{\text{T}}]^{\text{T}}$  为  $\theta_h$  中的目标联合状态矢量,  $\mathbf{P}_h$  为其协方差;  $\boldsymbol{\mu} = [\boldsymbol{\mu}_1^{\text{T}}, \boldsymbol{\mu}_2^{\text{T}}, \dots, \boldsymbol{\mu}_n^{\text{T}}]^{\text{T}}$  为估计目标联合状态矢量,  $\mathbf{R}$  为其协方差;  $\text{KLD}[N(\mathbf{X}_h, \mathbf{P}_h)\|N(\boldsymbol{\mu}, \mathbf{R})]$  为  $\theta_h$  对应的目标 PDF 与估计目标 PDF 之间的 KLD,具体地可表示为<sup>[10]</sup>

$$\begin{aligned} \text{KLD}[N(\mathbf{X}_h, \mathbf{P}_h)\|N(\boldsymbol{\mu}, \mathbf{R})] \\ = \text{tr}(\mathbf{R}^{-1}[\mathbf{P}_h - \mathbf{R} + (\mathbf{X}_h - \boldsymbol{\mu})(\mathbf{X}_h - \boldsymbol{\mu})^{\text{T}}]) \\ + \ln \det(\mathbf{R}) / \det(\mathbf{P}_h) \end{aligned} \quad (18)$$

可以看出,通过式(17)可以有效地避免对 KLD 进行密度积分运算,然而所得的运算结果只是近似的 KLD 值。容易证明,式(17)的运算结果事实上可能大于真实 KLD<sup>[10]</sup>。因此,本文所提算法为次优方法。

通俗地说,优化  $f(\mathbf{X})$  即对各假设事件中的目标排序进行转换以提高跟踪精度<sup>[11]</sup>。举一个简单的例子,两个 1 维目标产生了两个假设  $\theta_1$  和  $\theta_2$ ,初始 PDF  $f(\mathbf{X})$  为

$$\left. \begin{aligned} P(\theta_1) = 0.5 \\ \mathbf{x}_1 | \theta_1 \sim N(2, 1) \\ \mathbf{x}_2 | \theta_1 \sim N(-0.5, 1) \end{aligned} \right\}, \left. \begin{aligned} P(\theta_2) = 0.5 \\ \mathbf{x}_1 | \theta_2 \sim N(0, 1) \\ \mathbf{x}_2 | \theta_2 \sim N(1, 1) \end{aligned} \right\} \quad (19)$$

该 PDF 如图 1(a)所示,其具有多峰性,这是由于各假设事件中目标状态差异较大。这种情况下,用  $g(\mathbf{X})$  对  $f(\mathbf{X})$  进行近似将损失大量信息,即  $g(\mathbf{X})$  与  $f(\mathbf{X})$  相似性低,二者间的 KLD 为 0.45。为了使近似过程更准确,一种可行的策略是改变  $\theta_2$  中的目标排序,相应的 PDF 如图 1(b)所示,多峰性显著减弱,此时 KLD 为 0.12。可见通过密度优化, KLD 得到了有效地减少。

将假设  $\theta_h$  中目标的一种可能排序表示为  $\mathbf{X}_h^{\pi}$ , 其权值为  $q_h(\boldsymbol{\pi})$ , 则

$$\sum_{\boldsymbol{\pi} \in \Pi_n} q_h(\boldsymbol{\pi}) = 1, \quad q_h(\boldsymbol{\pi}) \geq 0 \quad (20)$$

在各假设事件中找出适当的  $q_h(\boldsymbol{\pi})$  即为 PDF 优化过程,当且仅当目标建模为 RFS 时, PDF 的优化才能得以实现。本文采用硬决策方法对  $q_h(\boldsymbol{\pi})$  进行选择,即在每个假设中找出目标最优的一种排序。这种“胜者全赢”的思想具有原理简单、运算简便等特点,在模式识别中得到了广泛的使用,例如  $k$ -均

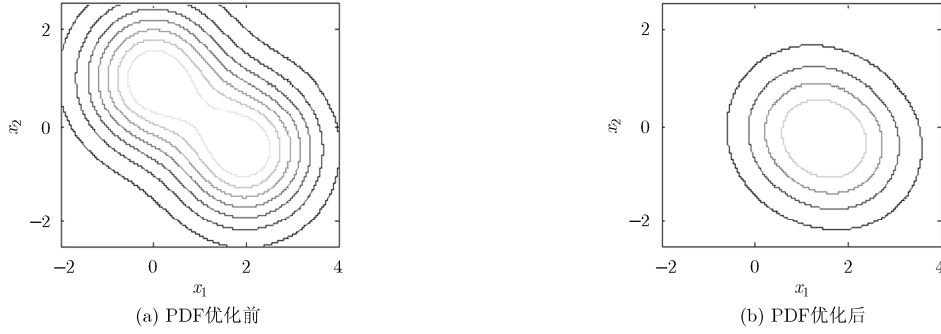


图 1 PDF 优化前后对比图

值方法等。由于使用了集合的思想与硬决策的方法，因此在下文中将新方法称为集合 JIPDA-hard(Set JIPDA-hard, SJIPDA-hard)。SJIPDA-hard 采用迭代的方式求解各假设事件中的参数  $q_h(\boldsymbol{\pi})$ ，以优化  $f(\mathbf{X})$ 。

在时刻  $k$ ，假设第  $i-1$  次迭代得到的状态估计 PDF 为  $g_{i-1}(\mathbf{X}) = \sum_{t=1}^{n_k} r_t N(\boldsymbol{\mu}_t, \mathbf{R}_t)$ 。则在第  $i$  次迭代中，假设  $\theta_h$  中的一种目标排序  $\mathbf{X}_h^\pi$  对应的 PDF  $f_h^\pi(\mathbf{X})$  与  $g_{i-1}(\mathbf{X})$  之间的 KLD 为

$$\begin{aligned} \text{KLD}[f_h^\pi(\mathbf{X}) \| g_{i-1}(\mathbf{X})] \\ = \text{KLD}[N(\mathbf{X}_h^\pi, \mathbf{P}_h^\pi) \| N(\boldsymbol{\mu}, \mathbf{R})] \end{aligned} \quad (21)$$

当  $f_h^\pi(\mathbf{X})$  与  $g_{i-1}(\mathbf{X})$  越接近，二者间的 KLD 越小。 $\theta_h$  中最优的目标排序可以通过竞拍方法得到

$$\mathbf{X}_h^{\pi^*} = \arg \min \text{KLD}[f_h^\pi(\mathbf{X}) \| g_{i-1}(\mathbf{X})] \quad (22)$$

通过寻找出各假设事件中使得 KLD 最小的目标排序，式(17)的值得到了有效的减小。对于硬决策方法：

$$\left. \begin{aligned} q_h(\boldsymbol{\pi}) &= 1, & \boldsymbol{\pi} &= \boldsymbol{\pi}^* \\ q_h(\boldsymbol{\pi}) &= 0, & \text{其他} \end{aligned} \right\} \quad (23)$$

该方法实质上在每次迭代中只对一种排序赋予权值 1，其他排序的权值为 0。得出权值  $q_h(\boldsymbol{\pi})$  相当于对  $f(\mathbf{X})$  进行更新，得到  $f_i(\mathbf{X})$ 。此时，使  $\text{KLD}[f_i(\mathbf{X}) \| g(\mathbf{X})]$  最小的  $g_i(\mathbf{X})$  可表示为<sup>[8]</sup>

$$r_t = \sum_{h=1}^{N_H} \sum_{\boldsymbol{\pi} \in \Pi_n} q_h(\boldsymbol{\pi}) P_{t|h}^r \quad (24)$$

$$\boldsymbol{\mu}_t = \frac{1}{r_t} \sum_{h=1}^{N_H} \sum_{\boldsymbol{\pi} \in \Pi_n} q_h(\boldsymbol{\pi}) P_{t|h}^r \mathbf{X}_{t|h} \quad (25)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{R}_t &= \frac{1}{r_t} \sum_{h=1}^{N_H} \sum_{\boldsymbol{\pi} \in \Pi_n} q_h(\boldsymbol{\pi}) P_{t|h}^r \\ &\quad \cdot \left[ \mathbf{P}_{t|h} + (\mathbf{X}_{t|h} - \boldsymbol{\mu}_t)(\mathbf{X}_{t|h} - \boldsymbol{\mu}_t)^T \right] \end{aligned} \quad (26)$$

利用式(17)可知当前的代价函数为

$$\begin{aligned} C &= \sum_{h=1}^{N_H} P(\theta_h) \sum_{\boldsymbol{\pi} \in \Pi_n} q_h(\boldsymbol{\pi}) \\ &\quad \cdot \text{KLD}[N(\mathbf{X}_h^\pi, \mathbf{P}_h^\pi) \| N(\boldsymbol{\mu}, \mathbf{R})] \end{aligned} \quad (27)$$

在时刻  $k$ ，SJIPDA-hard 方法的优化步骤可以大致表示为

- (1) 初始化  $i=0$ ，获取初始 PDF  $f_0(\mathbf{X})$ ；
- (2) 计算目标状态估计 PDF  $g_0(\mathbf{X})$ ；
- (3) 令  $i = i + 1$ ，对各假设事件中的所有可能的目标排序赋予相应的权值得到  $f_i(\mathbf{X})$ ；
- (4) 计算当前的  $g_i(\mathbf{X})$ ；
- (5) 利用  $f_i(\mathbf{X})$  与  $g_i(\mathbf{X})$  计算代价函数值  $C_i$ ；
- (6) 若代价函数值  $C_i \approx C_{i-1}$  则停止，将  $g_i(\mathbf{X})$  作为目标状态的估计；否则，返回步骤(3)。

可以证明，所提算法是单调下降的。假设第  $i-1$  次迭代得到  $f_{i-1}(\mathbf{X})$  与  $g_{i-1}(\mathbf{X})$ ，则在第  $i$  次迭代中，我们先找出使 KLD 下降的  $f_i(\mathbf{X})$ ，接下来得到最小化 KLD 的  $g_i(\mathbf{X})$ 。这一过程可以用式(28)表示。

$$\begin{aligned} \text{KLD}[f_i(\mathbf{X}) \| g_i(\mathbf{X})] &\leq \text{KLD}[f_i(\mathbf{X}) \| g_{i-1}(\mathbf{X})] \\ &\leq \text{KLD}[f_{i-1}(\mathbf{X}) \| g_{i-1}(\mathbf{X})] \end{aligned} \quad (28)$$

由于 KLD 具有下界，因此单调性保证了算法的收敛性。为了避免迭代次数过多，需要设置最大迭代次数  $L$ ，当迭代次数达到  $L$  时，无论是否达到收敛，都将当前的目标状态作为最终的目标估计状态。

#### 4 仿真分析

本节利用两个实验分别验证所提算法在初始状态未知和已知情况下的跟踪性能，量测为目标位置，噪声标准差  $\sigma_x = \sigma_y = 0.1 \text{ m}$ 。杂波在观测区域  $V$  内服从平均分布，其数目服从参数为  $\lambda$  的泊松分布，每次扫描得到的杂波平均数(即杂波率)为  $R = V\lambda$ 。采样间隔  $T_s = 1 \text{ s}$ ，目标速度大小  $v = 1 \text{ m/s}$ ， $P_W = 0.9999$ 。本文所提算法的最大迭代次数为  $L = 10$ 。若目标存在概率大于  $P_C = 0.83$ ，则对该航迹进行输出；若存在概率小于  $P_T = 0.0909$ ，则删除该航迹。状态转移概率  $P_{11} = 0.98$  且  $P_{12} = 0$ 。利用最优次模

型分配(Optimal SubPattern Assignment, OSPA)距离<sup>[12]</sup>分析跟踪误差。假设  $\mathbf{X} = \{\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \dots, \mathbf{x}_m\}$  为真实状态集,  $\hat{\mathbf{X}} = \{\hat{\mathbf{x}}_1, \hat{\mathbf{x}}_2, \dots, \hat{\mathbf{x}}_n\}$  为估计状态集, 并且  $m \leq n$ , 那么  $\mathbf{X}$  和  $\hat{\mathbf{X}}$  之间的 OSPA 定义如式(29)<sup>[12]</sup>:

$$d_{p,c}^{\text{OSPA}}(\mathbf{X}, \hat{\mathbf{X}}) := \left( \frac{1}{n} \left( \min_{\pi \in \Pi_n} \sum_{i=1}^m d^{(c)}(\mathbf{x}_i, \hat{\mathbf{x}}_{\pi(i)})^p + c^p(n-m) \right) \right)^{1/p} \quad (29)$$

其中,  $d^{(c)}(\mathbf{x}, \hat{\mathbf{x}}) = \min(c, \|\mathbf{x} - \hat{\mathbf{x}}\|)$ ,  $\Pi_n$  为  $\hat{\mathbf{X}}$  中元素的全部排列组合,  $p$  为异常值灵敏度,  $c$  是一个水平参数, 表示目标状态估计误差阈值。当  $m \geq n$  时,  $d_{p,c}^{\text{OSPA}}(\mathbf{X}, \hat{\mathbf{X}}) := d_{p,c}^{\text{OSPA}}(\hat{\mathbf{X}}, \mathbf{X})$ ; 当  $m = n = 0$  时,  $d_{p,c}^{\text{OSPA}}(\mathbf{X}, \hat{\mathbf{X}}) = d_{p,c}^{\text{OSPA}}(\hat{\mathbf{X}}, \mathbf{X}) = 0$ 。平均误差均取自 500 次 Monte Carlo 实验。

#### 4.1 实验 1

在本实验中, 3 目标做匀速直线运动, 在行至中点时各目标同时相交于一点, 其运动轨迹如图 2 所示。

设模型参数  $\phi_1 = \phi_2 = \pi/12$ , 观测区域大小为  $100 \text{ m} \times 50 \text{ m}$ ,  $\lambda = 2 \times 10^{-3} / \text{m}^2$ 。在各时刻, 利用文献[13]提出的两点差分法产生新生航迹, 新生目标存在概率为 0.5, 目标最大速度为 4 m/s。JIPDA 与 SJIPDA-hard 对目标的单次跟踪结果如图 3 所示, 目标估计位置用圆点表示, 虚线为目标真实位置。

从图 3 可见, 当目标相互间距离较近时, JIPDA 产生的目标估计位置与真实位置产生偏离, 尤其是目标 1 和目标 2 在交叉之后产生了航迹合并的趋势。然而, SJIPDA-hard 的目标估计位置十分接近于真实位置。该图仅为单次跟踪轨迹图示, 其结果无法给出统计意义。为了深入对比各算法的跟踪效果, 利用 MOSPA 对平均跟踪误差进行分析。当检测概率  $P_D=0.95$  和 0.8 时, 平均 OSPA (MOSPA) 结果如图 4 所示, 其中  $p=1$ ,  $c=0.5$ 。

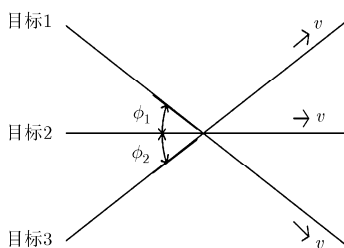


图 2 实验 1  $x$ - $y$  平面模型

图 4 的结果表明, 各算法的性能均随着检测概率的变化而改变。当检测概率减小时, 漏检的情况增多, 目标状态估计误差随之增大。JIPDA\*采用剪枝的策略消除航迹间的耦合性, 但是却可能剪去有用的信息。SJIPDA-hard 并没有进行剪枝, 最大程度地保留了后验密度的信息, 因此具有更高的跟踪精度。将各方法对目标数目的估计画于图 5。

从图 5 可以看出, 各滤波器都用了一些时间来检测目标的存在。由于 SJIPDA-hard 可以提供更准确的状态信息, 对目标存在概率的估计也更为准确, 因此更快地接近目标真实数目。为了观测杂波密度对滤波器性能的影响, 在不同的杂波率下, 将时刻  $k=13$  时各算法对应的 MOSPA 画于图 6, 该时刻离目标交叉时刻较近, 容易产生航迹合并趋势。可以看出, 在相同杂波率的条件下, 所提算法的跟踪精度始终优于其他方法。在目标跟踪的过程中, 跟踪门内的所有量测均被视为有效量测, 用于目标状态的更新。当杂波率较大时, 杂波点更容易落入跟踪门内, 对目标状态的更新产生干扰。因此, 从图中也可以看出, 随着杂波率的增大, 各算法的误差均有所变大。

#### 4.2 实验 2

在本实验中, 两个目标先彼此靠近, 之后在距离较近的情况下平行运动一段时间, 最后彼此远离, 如图 7 所示。这个模型对分析航迹合并十分有效, 得到了广泛的应用<sup>[14,15]</sup>。

设模型参数为:  $\phi = \pi/3$ ,  $d = 0.5 \text{ m}$ ,  $l_1 = 10 \text{ m}$ ,  $l_2 = 10 \text{ m}$ 。观测区域大小为  $50 \text{ m} \times 50 \text{ m}$ ,  $\lambda = 4 \times 10^{-3} / \text{m}^2$ 。JIPDA 与 SJIPDA-hard 对目标的单次跟踪结果如图 8 所示, 目标估计位置用圆点表示, 虚线为目标真实位置。

由图可见, 当目标以较近距离平行运动时, JIPDA 发生了严重的航迹合并问题, 即使目标随后分开, 已经合并的航迹也很难发生分离。然而, SJIPDA-hard 并不存在该问题。当检测概率  $P_D=$

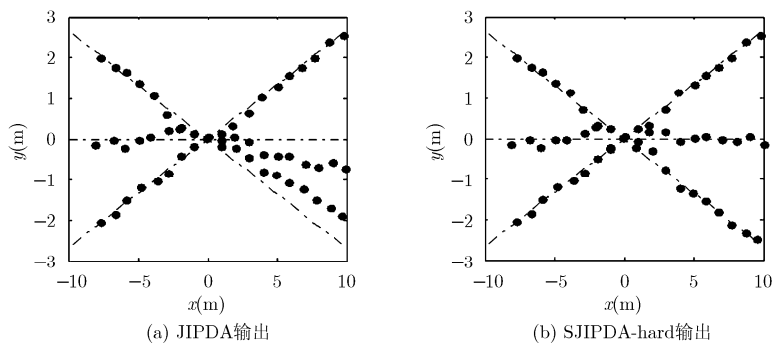


图 3 实验 1 目标跟踪轨迹对比

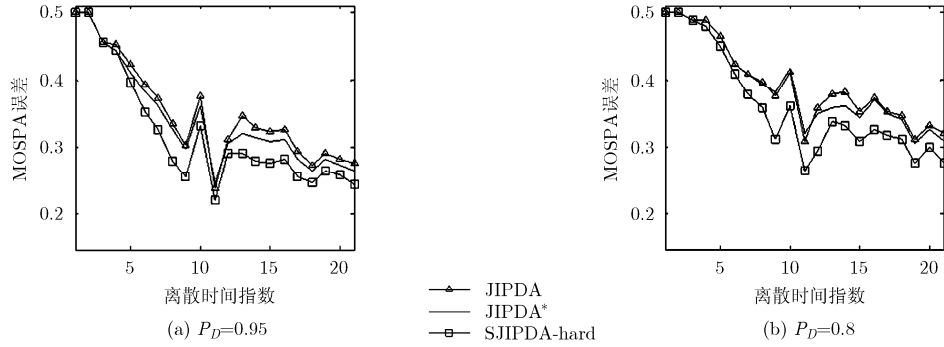


图 4 实验 1 MOSPA 结果对比

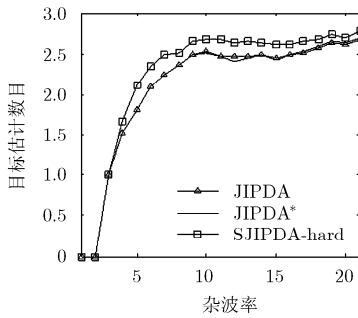


图 5 目标个数估计

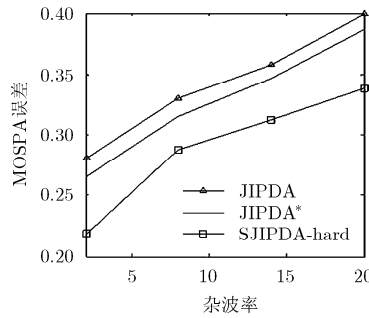


图 6 不同杂波率下的 MOSPA

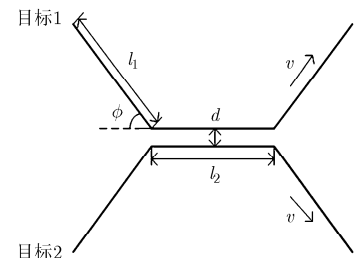
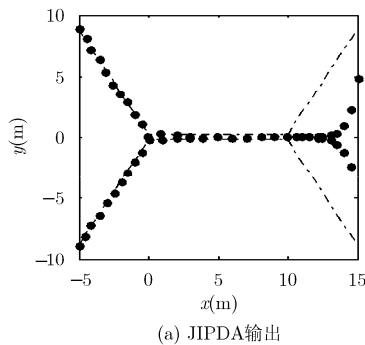
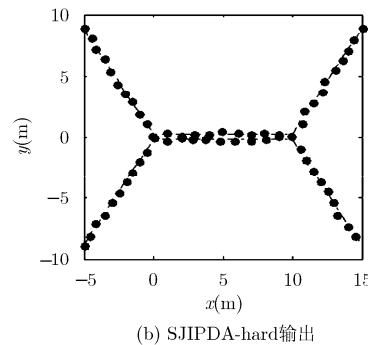


图 7 实验 2  $x-y$  平面模型



(a) JIPDA 输出



(b) SJIPDA-hard 输出

图 8 实验 2 目标跟踪轨迹对比

0.95 和 0.8 时，各算法的 MOSPA 结果如图 9 所示，其中  $p=1, c=1$ 。

从图 9 可以看出，在  $k=11$  之前，各算法的精度几乎相同，因为目标距离较远，目标量测总能找到其对应的源目标。当两目标在  $k=12$  至  $k=20$  时刻以较近距离平行运动时，其跟踪门相互覆盖，各假设事件相似度高。此时，JIPDA\*对假设事件进行剪枝，将很可能减去有用的信息。因此，在这段时间内，JIPDA\*相对于 JIPDA 并没有很大的跟踪精度改善。随着目标之后发生分离，各假设事件的差异增大，JIPDA\*更易对各假设事件进行区分，以进行正确地剪枝。因此，JIPDA\*比 JIPDA 具有更高的跟踪精度。SJIPDA-hard 通过对初始 PDF 进行优化来提高目标状态估计的准确性，没有进行剪枝操

作，因此其跟踪误差始终小于其他方法。为了观测模型参数  $d$  对跟踪性能的影响，在不同  $d$  的情况下，将  $k=28$  时各算法对应的 MOSPA 画于图 10。

可以看出，随着  $d$  的增加，各算法的误差减少。当目标彼此间距离足够远时，JIPDA 对多目标的跟踪相当于对多个单目标分别进行跟踪，不会发生航迹合并的问题，此时 JIPDA\*与所提算法将等效于 JIPDA。为了观测所提算法的迭代次数分布情况，将各迭代次数 ( $L=1 \sim 10$ ) 的出现概率画于图 11，其中横轴表示迭代次数，纵轴表示该迭代次数在  $500 \times 31 = 15500$  个时刻中出现次数的百分比。如图所示，迭代次数大多集中在小数值范围，次数 10 的出现概率仅为 0.03%。这说明只有在极个别情况下，所提算法需要进行多次迭代。由于 SJIPDA-hard 对

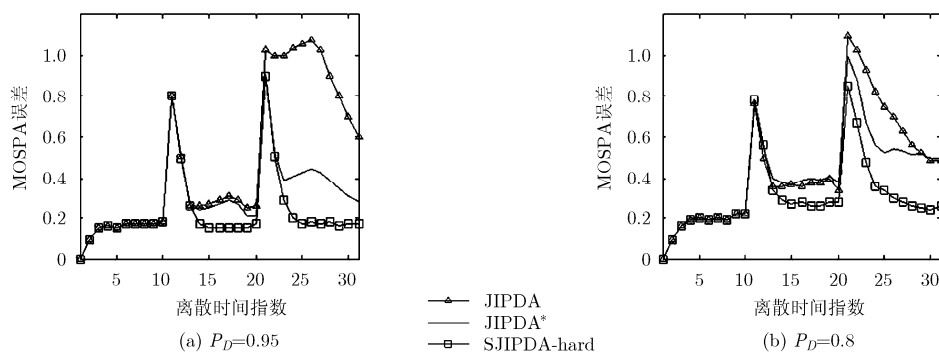


图9 实验2 MOSPA 结果对比

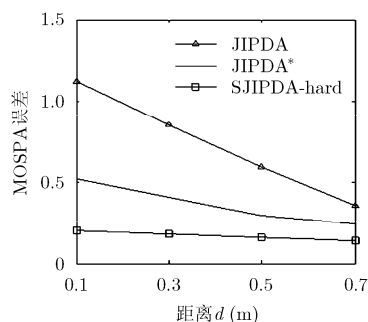
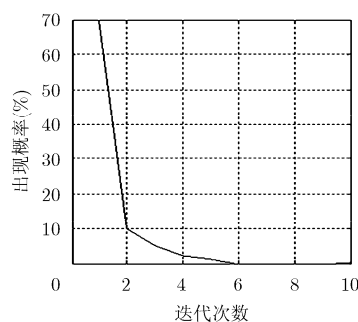
图10 距离  $d$  对跟踪精度的影响

图11 迭代次数的概率分布

目标状态的估计较为准确，所以该算法通常只需要较少的迭代次数即可达到收敛点。作为迭代方法，这是本文算法的一个显著优势。将各算法的单次实验平均运行时间列于表1中。

表1 运行时间对比(ms)

| $P_D$ | JIPDA | JIPDA* | SJIPDA-hard |
|-------|-------|--------|-------------|
| 1.00  | 42    | 38     | 79          |
| 0.95  | 38    | 35     | 76          |
| 0.90  | 35    | 33     | 72          |
| 0.85  | 33    | 32     | 67          |

由表1可见，JIPDA\*比JIPDA具有更快的运行时间，因为JIPDA\*使用了剪枝的方法。然而，剪枝却可能损失目标的有用信息。SJIPDA-hard的运行时间约是JIPDA的2倍，因为SJIPDA-hard采用迭代的方法对初始PDF进行优化，没有进行剪枝操作，可以最大程度地保存目标状态信息，获得更高的跟踪精度。值得注意的是，由于采样间隔为1s，因此各算法均可满足实时跟踪。

## 5 结束语

本文将传统JIPDA的初始PDF表示为GM的形式，通过将目标表示为RFS对该密度进行优化以提高跟踪精度，提出了新的避免JIPDA航迹合并的方法。仿真结果表明，所提方法成功地抑制了传统

JIPDA引起的航迹合并现象。并且，所提方法可使用较少的迭代次数，对目标状态进行准确的估计，其OSPA距离误差低于传统方法。然而，当目标个数较多时，由于所提方法在每个假设事件中都需要对目标所有排序进行加权，运算效率会降低，因此下一步工作需要考虑进一步缩短算法的运行时间。

## 参考文献

- [1] CHANG K C and BAR-SHALOM Y. Joint probabilistic data association for multitarget tracking with possibly unresolved measurements and maneuvers[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1984, 29(7): 585-594. doi: 10.1109/TAC.1984.1103597.
- [2] MUŠICKI D and EVANS R. Joint integrated probabilistic data association-JIPDA[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2004, 40(3): 1093-1099. doi: 10.1109/TAES.2004.1337482.
- [3] 尹帅, 袁俊泉, 吴顺华, 等. 一种改进的JIPDA多目标跟踪算法[J]. *雷达科学与技术*, 2014, 12(3): 285-290. doi: 10.3969/j.issn.1672-2337.2014.03.011.  
YIN Shuai, YUAN Junquan, WU Shunhua, et al. An improved JIPDA algorithm for multi-target tracking[J]. *Radar Science and Technology*, 2014, 12(3): 285-290. doi: 10.3969/j.issn.1672-2337.2014.03.011.
- [4] 伍明, 李琳琳, 魏振华, 等. 一种未知环境下机器人多目标跟踪算法[J]. *智能系统学报*, 2015, 10(3): 448-453. doi: 10.3969/

- j.issn.1673-4785.201405051.
- WU Ming, LI Linlin, WEI Zhenhua, *et al.* A robot multi-object tracking algorithm in unknown environments[J]. *CAAI Transactions on Intelligent Systems*, 2015, 10(3): 448-453. doi: 10.3969/j.issn.1673-4785.201405051.
- [5] CHEN Xin, PELLETIER M, KIRUBARAJAN T, *et al.* Integrated Bayesian clutter estimation with JIPDA/MHT trackers[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2013, 49(1): 395-414. doi: 10.1109/TAES.2013.6404111.
- [6] BLOM H A P, BLOEM E A, and MUŠICKI D. JIPDA\*: Automatic target tracking avoiding track coalescence[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2015, 51(2): 962-974. doi: 10.1109/TAES.2014.130327.
- [7] MAHLER R. Statistical Multisource Multitarget Information Fusion[M]. London, Artech House, 2007: 5-14.
- [8] WILLIAMS J L. Marginal multi-Bernoulli filters: RFS derivation of MHT, JIPDA and association-based MeMBer[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2015, 51(3): 1664-1687. doi: 10.1109/TAES.2015.130550.
- [9] 余艳. 融合KL散度和移地距离的高斯混合模型相似性度量方法[J]. *计算机应用*, 2014, 34(3): 828-832. doi: 10.11772/j.issn.1001-9081.2014.03.0828.
- YU Yan. Similarity measure method of Gaussian mixture model by integrating Kullback-Leibler divergence and earth mover's distance[J], *Journal of Computer Applications*, 2014, 34(3): 828-832. doi: 10.11772/j.issn.1001-9081.2014.03.0828.
- [10] BLAHUT R E. Principles and Practice of Information Theory[M]. MA: Addison-Wesley, 1987, Chapter 7.
- [11] SVENSSON L, SVENSSON D, and WILLETT P. Set JPDA algorithm for tracking unordered sets of targets[C]. 12th International Conference on Information Fusion, Seattle, WA, USA, 2009: 1187-1194.
- [12] SCHUHMACHER D, VO B T, and VO B N. A consistent metric for performance evaluation of multi-object filters[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2008, 56(8): 3447-3457. doi: 10.1109/TSP.2008.920469.
- [13] MUŠICKI D and EVANS R. Clutter map information for data association and track initialization[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2004, 40(2): 387-398. doi: 10.1109/TAES.2004.1309992.
- [14] JING P L, XU S Y, LI X, *et al.* Coalescence-avoiding joint probabilistic data association based on bias removal[J]. *EURASIP Journal on Advances in Signal Processing*, 2015(1): 1-13. doi: 10.1186/s13634-015-0205-2.
- [15] PANAKKAL V P and VELMURUGAN R. Effective joint probabilistic data association using maximum *a posteriori* estimates of target states[C]. 16th International Conference on Information Fusion, Istanbul, Turkey, 2013: 781-788.
- 朱 昀: 女, 1990 年生, 博士生, 研究方向为多目标跟踪算法、信号处理、传感器网络等.
- 王 俊: 男, 1969 年生, 教授, 博士生导师, 研究方向为信号处理与检测、无源双/多基地雷达技术等.
- 陈 刚: 男, 1992 年生, 博士生, 研究方向为动目标检测、雷达信号处理等.
- 郭 帅: 男, 1992 年生, 博士生, 研究方向为雷达系统、盲信号处理等.