

# 杂波条件下稳健的 MIMO 雷达发射波形和接收滤波器联合优化设计

王玉玺\* 黄国策 李伟 刘剑

(空军工程大学信息与导航学院 西安 710077)

**摘要:** 现有 MIMO 雷达发射波形和接收滤波器联合优化方法均未考虑阵元功率放大器非线性以及算法的稳健性。针对上述问题, 该文以 MIMO 雷达各阵元发射功率和每个阵元发射波形的峰均比(PAR)为约束条件, 提出一种杂波条件下稳健的 MIMO 雷达发射波形和接收滤波器联合优化设计方法。该方法利用 Max-Min 构造目标导向矢量不确定集范围内关于雷达输出信干噪比(SINR)的优化模型, 通过半正定松弛(SDR)、Charnes-Cooper 转换、序列优化和 Lagrange 对偶方法, 将非凸的联合优化模型转化为两个分别关于发射波形和接收滤波器空时序列协方差矩阵的凸的半正定规划问题(SDP)进行求解, 最后利用随机向量合成方法得到具体的发射波形和接收滤波器。实验仿真验证了所提方法的有效性和稳健性。

**关键词:** MIMO 雷达; 波形设计; 稳健性; 半正定松弛

中图分类号: TN958

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2017)08-1879-08

DOI: 10.11999/JEIT161146

## Robust Joint Design of Transmit Waveform and Receive Filter for MIMO Radar in Presence of Clutter

WANG Yuxi HUANG Guoce LI Wei LIU Jian

(School of Information and Navigation, Air Force Engineering University, Xi'an 710077, China)

**Abstract:** The existing joint design methods of transmit waveform and receive filter for MIMO radar do not take into account the non-linear characteristics of radio frequency amplifier and the imprecise information about the target in practical applications. For these problems, a robust joint design of transmit waveform and receive filter for MIMO radar in presence of clutter with the power constraint of each element and the Peak-to-Average-power Ratio (PAR) constraint of transmit waveform from each element is proposed. The novel scheme sets an optimization model of MIMO radar's output Signal-to-Interference-plus-Noise Ratio (SINR) within the uncertainty of target's steering vector via Max-Min method. As for the resulting non-convex joint optimization problem, Semi-Definite Relaxation (SDR), Charnes-Cooper transformation, sequential optimization, and Lagrange dual theorem are adopted to converse the non-convex original problem into two convex Semi-Definite Programming (SDP) sub-problems, which are concerned about the covariance matrix of transmit space-time code and receive space-time filter, respectively. The final transmit waveform and receive filter can be obtained by randomization method. The efficiency and robustness of the proposed algorithm are verified by the simulation results.

**Key words:** MIMO radar; Waveform design; Robustness; Semi-Definite Relaxation (SDR)

### 1 引言

近年来, 集中式多输入多输出(Multiple Input Multiple Output, MIMO)雷达凭借每个阵元能够发射不同波形的优异性能受到广泛关注<sup>[1,2]</sup>, 针对具体应用环境设计满足要求的雷达发射波形成为目前研究的重点。现有文献大都针对理想情况下 MIMO 雷达性能及其应用进行研究<sup>[3-15]</sup>, 而未考虑实际工程

应用中阵元功率放大器非线性特性以及目标导向矢量失配对雷达性能的影响。针对上述问题, 在满足实际工程应用约束条件下提高 MIMO 雷达性能稳健性具有重要的研究意义和工程应用价值。

与一般相控阵雷达不同, 集中式 MIMO 雷达每个阵元能够独立发射不同的波形, 因此具有更高的自由度、更好的目标检测和参数估计等性能<sup>[2,3]</sup>。为将雷达发射功率集中到目标方向, 提高雷达发射功率利用率, 文献[4-7]分别通过优化发射波形协方差矩阵设计具有特定形状的 MIMO 雷达发射方向图, 实现特定方向雷达信号能量的聚焦。根据优化后的信号协方差矩阵, 文献[8]提出了满足恒包络或一定

收稿日期: 2016-10-26; 改回日期: 2017-03-26; 网络出版: 2017-04-25

\*通信作者: 王玉玺 WYX10013@163.com

基金项目: 国家自然科学基金(61302153)

Foundation Item: The National Natural Science Foundation of China (61302153)

峰均比(Peak-to-Average-power Ratio, PAR)约束的具体发射波形合成方法。文献[9]和文献[10]则进一步考虑阵元发射功率差异性,提出了不同的 MIMO 雷达波形合成方法。为提高目标参数估计性能,文献[11]在目标信息先验已知条件下,以系统输出信干噪比(Signal-to-Interference-plus-Noise Ration, SINR)为优化目标,对 MIMO 雷达发射波形和接收滤波器进行了联合优化设计。文献[12,13]则进一步考虑了杂波对雷达性能的影响。文献[14,15]通过约束雷达发射波形,提出了一种具有恒包络特性的联合优化算法,但是该方法要求每个阵元发射功率必须一致,降低了波形优化自由度,影响了系统性能。针对该问题,文献[16]提出了满足一定 PAR 约束的单输入单输出(Single Input Single Output, SISO)雷达发射波形和接收滤波器联合优化算法。现有雷达发射波形和接收滤波器联合优化方法大都需要目标先验信息准确已知,在实际应用中这一条件难以满足,因此围绕目标先验信息存在误差这一情况,文献[17]针对扩展目标信号模型提出一种满足 PAR 约束的 SISO 雷达发射波形和接收滤波器联合优化算法。而围绕稳健的 MIMO 雷达发射波形和接收滤波器联合优化算法,文献[18,19]分别针对不同误差情况设计了不同的联合优化方法,但是均未考虑 MIMO 雷达发射波形的 PAR 约束以及阵元发射功率的差异性。

针对上述实际应用中存在的问题,本文提出一种杂波条件下稳健的 MIMO 雷达发射波形和接收滤波器联合优化算法。通过对发射波形约束以及对目标导向矢量不确定集建模,通过优化最差情况下系统输出的 SINR 提高系统稳健性;利用半正定松弛(Semi-Definite Relaxation, SDR), Charnes-Cooper 转换、序列优化以及 Lagrange 对偶方法,将非凸的 Max-Min 优化问题转化为关于发射波形和接收滤波器空时序列协方差矩阵的凸的半正定规划(Semi-Definite Programming, SDP)问题,并在多项式时间内高效求解;最后利用随机向量合成方法根据优化后的协方差矩阵合成满足约束条件的具体的发射波形和接收滤波器。

## 2 MIMO 雷达信号模型

设一集中式 MIMO 雷达发射和接收阵元数目分别为  $M_t$ ,  $M_r$ , 发射和接收阵列为均匀线阵,阵元间距为  $d = \lambda/2$ ,  $\lambda$  为发射信号波长。设  $\mathbf{s}_m = [s_m(0), s_m(1), \dots, s_m(N-1)]^T \in C^N$  为第  $m$  个阵元发射的窄带信号序列,其中  $N$  为信号编码长度,

$$\begin{aligned} \mathbf{s}(n) &= [s_1(n), s_2(n), \dots, s_{M_t}(n)]^T \in C^{M_t} \text{ 为 } n \text{ 时刻 } M_t \text{ 个} \\ &\text{阵元发射的信号序列, 雷达发射信号矩阵可表示为} \\ \mathbf{S} &= [\mathbf{s}_1, \mathbf{s}_2, \dots, \mathbf{s}_{M_t}]^T \\ &= [\mathbf{s}(0), \mathbf{s}(1), \dots, \mathbf{s}(N-1)] \in C^{M_t \times N} \end{aligned} \quad (1)$$

假设在远场  $\theta_t$  方向存在一点目标,雷达接收端接收到的目标反射信号为

$$\mathbf{Y}_t = \alpha_t \mathbf{a}_r(\theta_t) \mathbf{a}_t^T(\theta_t) \mathbf{S} \quad (2)$$

其中,  $\alpha_t$  为目标反射系数,

$$\mathbf{a}_t(\theta_t) = [1, e^{-j2\pi d \sin(\theta_t)/\lambda}, \dots, e^{-j2\pi(M_t-1)d \sin(\theta_t)/\lambda}]^T$$

$$\mathbf{a}_r(\theta_t) = [1, e^{-j2\pi d \sin(\theta_t)/\lambda}, \dots, e^{-j2\pi(M_r-1)d \sin(\theta_t)/\lambda}]^T$$

分别为雷达发射阵列和接收阵列导向矢量。假设在  $\theta_q$ ,  $q = 1, 2, \dots, Q$  处存在相互独立的  $Q$  个杂波反射点,雷达接收端接收到的干扰信号为

$$\mathbf{Y}_c = \sum_{q=1}^Q \alpha_q \mathbf{a}_r(\theta_q) \mathbf{a}_t^T(\theta_q) \mathbf{S} + \mathbf{N} \quad (3)$$

其中,  $\mathbf{N} \in C^{M_r \times N}$  为接收到的均值为 0 方差为  $\sigma^2$  的复高斯噪声。将总的接收信号向量化可得

$$\mathbf{y} = \mathbf{y}_t + \mathbf{y}_c + \mathbf{n} = \alpha_t \mathbf{A}(\theta_t) \mathbf{x} + \sum_{q=1}^Q \alpha_q \mathbf{A}(\theta_q) \mathbf{x} + \mathbf{n} \quad (4)$$

其中,  $\mathbf{A}(\theta_t) = \mathbf{I}_N \otimes (\mathbf{a}_r(\theta_t) \mathbf{a}_t^T(\theta_t))$ ,  $\mathbf{A}(\theta_q) = \mathbf{I}_N \otimes (\mathbf{a}_r(\theta_q) \mathbf{a}_t^T(\theta_q))$ ,  $\mathbf{x} = \text{vec}(\mathbf{S})$ 。

## 3 杂波条件下稳健的 MIMO 雷达发射波形和接收滤波器联合优化设计

MIMO 雷达输出 SINR 能够直接决定雷达在目标识别和参数估计等应用中的性能,因此本文将 MIMO 雷达输出 SINR 为优化目标,同时考虑实际应用中雷达发射波形的 PAR 约束以及杂波条件下目标导向矢量失配等情况,设计一种稳健的 MIMO 雷达发射波形和接收滤波器联合优化设计方法。

### 3.1 优化模型建立

设接收端滤波器为  $\mathbf{w} \in C^{M_r}$ , 接收信号  $\mathbf{y}$  经过  $\mathbf{w}$  滤波后输出信号 SINR 为

$$\begin{aligned} \text{SINR} &= \frac{|\mathbf{w}^H \mathbf{y}_t|^2}{E[|\mathbf{w}^H \mathbf{y}_c|^2] + E[|\mathbf{w}^H \mathbf{n}|^2]} \\ &= \frac{\text{SNR} |\mathbf{w}^H \mathbf{A}(\theta_t) \mathbf{x}|^2}{\mathbf{w}^H \boldsymbol{\Sigma}_C \mathbf{w} + \mathbf{w}^H \mathbf{w}} \end{aligned} \quad (5)$$

其中,  $\boldsymbol{\Sigma}_C = \sum_{q=1}^Q \text{INR}_q \mathbf{A}(\theta_q) \mathbf{x} \mathbf{x}^H \mathbf{A}^H(\theta_q)$ ,  $\text{SNR} = E\{|\alpha_t|^2\}/\sigma^2$ ,  $\text{INR}_q = E\{|\alpha_q|^2\}/\sigma^2$ 。根据 Kronecker 乘积特性  $\text{vec}(\mathbf{ABC}) = (\mathbf{C}^T \otimes \mathbf{A})\text{vec}(\mathbf{B})$ , 有

$$\begin{aligned}
\mathbf{w}^H \mathbf{A}(\theta_t) \mathbf{x} &= (\mathbf{A}^T(\theta_t) \text{vec}(\mathbf{W}^*))^T \mathbf{x} \\
&= \text{vec}(\mathbf{a}_t(\theta_t) \mathbf{a}_r^T(\theta_t) \mathbf{W}^*)^T \mathbf{x} \\
&= (\mathbf{W}^H \otimes \mathbf{I}_{M_t} (\mathbf{a}_r(\theta_t) \otimes \mathbf{a}_t(\theta_t)))^T \mathbf{x} \\
&= \mathbf{x}^T (\mathbf{W}^H \otimes \mathbf{I}_{M_t}) (\mathbf{a}_r(\theta_t) \otimes \mathbf{a}_t(\theta_t)) \\
&= \text{vec}(\mathbf{S} \mathbf{W}^H)^T \mathbf{v}(\theta_t)
\end{aligned} \quad (6)$$

其中,  $\mathbf{w} = \text{vec}(\mathbf{W})$ ,  $\mathbf{v}(\theta_t) = \mathbf{a}_r(\theta_t) \otimes \mathbf{a}_t(\theta_t)$ 。因此滤波器输出目标反射信号的能量可表示为

$$|\mathbf{w}^H \mathbf{A}(\theta_t) \mathbf{x}|^2 = \mathbf{v}^H(\theta_t) \mathbf{G} \mathbf{v}(\theta_t) \quad (7)$$

其中,  $\mathbf{G} = \text{vec}(\mathbf{S} \mathbf{W}^H)^* \text{vec}(\mathbf{S} \mathbf{W}^H)^T$ 。由于  $\mathbf{S} = [\mathbf{s}(0), \mathbf{s}(1), \dots, \mathbf{s}(N-1)]$ ,  $\mathbf{W} = [\mathbf{w}(0), \mathbf{w}(1), \dots, \mathbf{w}(N-1)]$ , 因此有

$$\begin{aligned}
\text{vec}(\mathbf{S} \mathbf{W}^H) &= \sum_{n=0}^{N-1} \text{vec}(\mathbf{s}(n) \mathbf{w}^H(n)) \\
&= \sum_{n=0}^{N-1} \mathbf{w}^*(n) \otimes \mathbf{s}(n)
\end{aligned} \quad (8)$$

定义  $\mathbf{X} = \mathbf{x} \mathbf{x}^H \in C^{M_t N \times M_t N}$ ,  $\mathbf{V} = \mathbf{w} \mathbf{w}^H \in C^{M_r N \times M_r N}$ , 根据文献[19]可知,  $\mathbf{X}$ ,  $\mathbf{V}$  可以划分为  $N \times N$  个子矩阵, 且每个子矩阵定义为  $\mathbf{X}_{[n1, n2]} = \mathbf{s}(n1) \mathbf{s}^H(n2) \in C^{M_t \times M_t}$ ,  $\mathbf{V}_{[n1, n2]} = \mathbf{w}(n1) \mathbf{w}^H(n2) \in C^{M_r \times M_r}$ ,  $\{n1, n2\} \in \{0, 1, \dots, N-1\}^2$ , 根据式(8)以及划分后的子矩阵有

$$\begin{aligned}
\mathbf{G} &= \text{vec}(\mathbf{S} \mathbf{W}^H)^* \text{vec}(\mathbf{S} \mathbf{W}^H)^T \\
&= \left( \sum_{n=0}^{N-1} \mathbf{w}^*(n) \otimes \mathbf{s}(n) \right)^* \left( \sum_{n=0}^{N-1} \mathbf{w}^*(n) \otimes \mathbf{s}(n) \right)^T \\
&= \sum_{0 \leq n1, n2 \leq N-1} \mathbf{V}_{[n1, n2]} \otimes \mathbf{X}_{[n1, n2]}^*
\end{aligned} \quad (9)$$

利用式(9)及矩阵迹运算特性可将雷达输出信号 SINR 进一步转化为

$$\text{SINR} = \frac{\text{SNR} \mathbf{v}^H(\theta_t) \mathbf{G} \mathbf{v}(\theta_t)}{\text{tr}(\mathbf{\Sigma}_C \mathbf{V} + \mathbf{V})} \quad (10)$$

在实际应用中, 针对雷达发射阵元功率放大器非线性特性, 为提高阵元功率放大器工作效率, 避免发射波形失真, 需要确保每个阵元发射信号序列满足一定的 PAR 约束条件, 即对于任意的阵元  $m$ , 其发射序列满足

$$\text{PAR}(s_m) = \frac{\max_n |s_m(n)|^2}{\frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} |s_m(n)|^2} \leq \rho, \quad \rho \in [1, N] \quad (11)$$

其中,  $\rho$  为给定的 PAR 约束值。当  $\rho = 1$  时, 阵元  $m$  的发射信号为恒包络。此外, 为灵活控制各个阵元的发射功率, 每个阵元发射序列需满足

$$\sum_{n=0}^{N-1} |s_m(n)|^2 \leq \gamma \frac{E}{M_t}, \quad m \in [1, M_t] \quad (12)$$

其中,  $E$  为雷达发射总功率,  $\gamma$  为预设的各个阵元

最大发射功率系数。定义  $\mathbf{e}_m$  为第  $m$  个位置元素为 1 其他位置元素为 0 的长度为  $M_t$  的列向量, 则第  $m$  个阵元的发射功率可表示为

$$\begin{aligned}
\sum_{n=0}^{N-1} |s_m(n)|^2 &= \mathbf{e}_m^T \mathbf{S} (\mathbf{e}_m^T \mathbf{S})^H = \text{vec}(\mathbf{e}_m^T \mathbf{S})^H \text{vec}(\mathbf{e}_m^T \mathbf{S}) \\
&= \mathbf{x}^H \mathbf{I}_N \otimes \mathbf{e}_m \mathbf{I}_N \otimes \mathbf{e}_m^H \mathbf{x} \\
&= \text{tr}(\mathbf{I}_N \otimes \text{Diag}(\mathbf{e}_m) \mathbf{X})
\end{aligned} \quad (13)$$

其中,  $\text{Diag}(\mathbf{e}_m)$  表示以向量  $\mathbf{e}_m$  形成的对角矩阵。令  $\mathbf{B}_m = \mathbf{I}_N \otimes \text{Diag}(\mathbf{e}_m) \in C^{NM_t \times NM_t}$ , 则阵元  $m$  发射波形的 PAR 约束可等价转化为

$$\max(\text{diag}(\mathbf{B}_m \mathbf{X})) \leq \frac{\rho}{N} \text{tr}(\mathbf{B}_m \mathbf{X}) \quad (14)$$

其中,  $\text{diag}(\mathbf{B}_m \mathbf{X})$  表示取矩阵  $\mathbf{B}_m \mathbf{X}$  对角线上元素组成的列向量。同理, 不同阵元发射功率差异约束式(12)可表示为

$$\text{tr}(\mathbf{B}_m \mathbf{X}) \leq \gamma \frac{E}{M_t}, \quad m = 1, 2, \dots, M_t \quad (15)$$

在实际应用中, 关于目标导向矢量  $\mathbf{a}_r(\theta)$ ,  $\mathbf{a}_t(\theta)$  的先验信息并非准确已知, 特别是在强杂波环境中当目标信号较弱时导致的方向失配、目标与雷达之间相对运动造成多普勒频率偏移、多径模糊效应以及雷达阵列天线自身所存在的互耦、校验误差等都会造成目标导向矢量的失配<sup>[18]</sup>, 因此需要考虑在目标导向矢量失配情况下算法的稳健性。不失一般性, 设目标导向矢量  $\mathbf{v}(\theta_t)$  的不确定集为

$$\Omega(\mathbf{v}(\theta_t)) = \left\{ \mathbf{v}(\theta_t) \mid \mathbf{v}(\theta_t) = \hat{\mathbf{v}}(\theta_t) + \mathbf{v}, \|\mathbf{v}\|_2 \leq \varepsilon \right\} \quad (16)$$

其中,  $\hat{\mathbf{v}}(\theta_t)$  为估计导向矢量,  $\mathbf{v}$  为误差向量,  $\varepsilon$  决定了导向矢量不确定集范围。综上所述, 在考虑导向矢量  $\mathbf{v}(\theta_t)$  失配以及发射波形约束条件下, 稳健的 MIMO 雷达发射波形和接收滤波器联合优化模型可表示为

$$P_1 \left\{ \begin{array}{l} \max_{\mathbf{V}, \mathbf{X}} \min_{\mathbf{v}(\theta_t) \in \Omega(\mathbf{v}(\theta_t))} \frac{\text{SNR} \mathbf{v}^H(\theta_t) \mathbf{G} \mathbf{v}(\theta_t)}{\text{tr}(\mathbf{\Sigma}_C \mathbf{V} + \mathbf{V})} \\ \text{s.t.} \quad \max(\text{diag}(\mathbf{B}_m \mathbf{X})) \leq \frac{\rho}{N} \text{tr}(\mathbf{B}_m \mathbf{X}), \\ \quad \quad \quad m = 1, 2, \dots, M_t \\ \text{tr}(\mathbf{X}) \leq E, \text{tr}(\mathbf{B}_m \mathbf{X}) \leq \gamma \frac{E}{M_t}, \\ \quad \quad \quad m = 1, 2, \dots, M_t \\ \mathbf{G} = \sum_{0 \leq n1, n2 \leq N-1} \mathbf{V}_{[n1, n2]} \otimes \mathbf{X}_{[n1, n2]}^* \\ \mathbf{V} \geq 0, \mathbf{X} \geq 0 \\ \text{rank}(\mathbf{V}) = 1, \text{rank}(\mathbf{X}) = 1 \end{array} \right. \quad (17)$$

### 3.2 优化模型求解

由于优化问题  $P_1$  的目标函数以及秩 1 约束条件

均为非凸的, 因此可以首先利用半正定松弛思想将秩 1 约束条件忽略, 得到关于  $\mathbf{V}$ ,  $\mathbf{X}$  的松弛优化问题, 在此基础上进一步利用序列优化方法将非凸优化问题转化为分别关于  $\mathbf{V}$  和  $\mathbf{X}$  的子优化问题进行循环优化。由于常量 SNR 对优化问题的求解没有影响, 因此在后续计算过程中可以忽略。

**3.2.1 固定  $\mathbf{X}$  优化  $\mathbf{V}$**  在固定  $\mathbf{X}$  的条件下, 问题  $P_1$  可转化为关于  $\mathbf{V}$  的子优化问题, 即

$$P_V \begin{cases} \max_{\mathbf{V}} \min_{\mathbf{v}(\theta_t) \in \Omega(\mathbf{v}(\theta_t))} \frac{\mathbf{v}^H(\theta_t) \mathbf{G} \mathbf{v}(\theta_t)}{\text{tr}(\boldsymbol{\Sigma}_C \mathbf{V} + \mathbf{V})} \\ \text{s.t. } \mathbf{G} = \sum_{0 \leq n_1, n_2 \leq N-1} \mathbf{V}_{[n_1, n_2]} \otimes \mathbf{X}_{[n_1, n_2]}^* \\ \mathbf{V} \geq 0 \end{cases} \quad (19)$$

利用 Charnes-Cooper 变换方法<sup>[19]</sup>可将子优化问题  $P_V$  等效转化为

$$P_{V1} \begin{cases} \max_{\mathbf{V}} \min_{\mathbf{v}(\theta_t) \in \Omega(\mathbf{v}(\theta_t))} \mathbf{v}^H(\theta_t) \mathbf{G} \mathbf{v}(\theta_t) \\ \text{s.t. } \mathbf{G} = \sum_{0 \leq n_1, n_2 \leq N-1} \mathbf{V}_{[n_1, n_2]} \otimes \mathbf{X}_{[n_1, n_2]}^* \\ \text{tr}(\boldsymbol{\Sigma}_C \mathbf{V} + \mathbf{V}) = 1 \\ \mathbf{V} \geq 0 \end{cases} \quad (20)$$

$P_{V1}$  为关于  $\mathbf{V}$  和  $\mathbf{v}(\theta_t)$  的 Max-Min 优化问题, 为求解  $P_{V1}$  需要首先考虑内部最小化问题。根据失配情况下  $\mathbf{v}(\theta_t)$  的定义可将其转化为关于误差  $\mathbf{v}$  的最小化问题, 即

$$\left. \begin{aligned} \min_{\mathbf{v}} \mathbf{v}^H(\theta_t) \mathbf{G} \mathbf{v}(\theta_t) \\ \text{s.t. } \mathbf{v}(\theta_t) = \hat{\mathbf{v}}(\theta_t) + \mathbf{v}, \|\mathbf{v}\|_2 \leq \varepsilon \end{aligned} \right\} \quad (21)$$

由定义可知  $\mathbf{G} \geq 0$  且导向矢量  $\mathbf{v}(\theta_t)$  的不确定集为凸的, 式(21)所对应的 Lagrange 函数为

$$L(\mathbf{v}, \lambda) = (\hat{\mathbf{v}}(\theta_t) + \mathbf{v})^H \mathbf{G} (\hat{\mathbf{v}}(\theta_t) + \mathbf{v}) + \lambda (\mathbf{v}^H \mathbf{v} - \varepsilon^2) \quad (22)$$

其中,  $\lambda \geq 0$  为 Lagrange 系数。当  $\lambda > 0$  时, 令  $\frac{\partial L(\mathbf{v}, \lambda)}{\partial \mathbf{v}} = 0$  可得

$$\mathbf{G} (\hat{\mathbf{v}}(\theta_t) + \mathbf{v}) + \lambda \mathbf{v} = 0 \quad (23)$$

因为  $\mathbf{G} + \lambda \mathbf{I}_{M_t M_r} > 0$ , 可直接求得

$$\mathbf{v} = -(\mathbf{G} + \lambda \mathbf{I}_{M_t M_r})^{-1} \mathbf{G} \hat{\mathbf{v}}(\theta_t) \quad (24)$$

则式(22)的 Lagrange 对偶函数为

$$g(\lambda) = \lambda \left( \hat{\mathbf{v}}^H(\theta_t) \mathbf{G} (\mathbf{G} + \lambda \mathbf{I}_{M_t M_r})^{-1} \hat{\mathbf{v}}(\theta_t) - \varepsilon^2 \right) \quad (25)$$

当  $\lambda = 0$  时, 式(22)的 Lagrange 对偶函数为  $g(\lambda) = 0$ 。因此在 Lagrange 乘子  $\lambda \geq 0$  时, 式(22)

所对应的 Lagrange 对偶函数可表示为

$$\begin{aligned} g(\lambda) &= \lambda \left( \hat{\mathbf{v}}^H(\theta_t) \mathbf{G} (\mathbf{G} + \lambda \mathbf{I}_{M_t M_r})^{-1} \hat{\mathbf{v}}(\theta_t) - \varepsilon^2 \right) \\ &= \hat{\mathbf{v}}^H(\theta_t) \mathbf{G} \hat{\mathbf{v}}(\theta_t) - \hat{\mathbf{v}}^H(\theta_t) \mathbf{G} (\mathbf{G} \\ &\quad + \lambda \mathbf{I}_{M_t M_r})^{-1} \mathbf{G} \hat{\mathbf{v}}(\theta_t) - \lambda \varepsilon^2 \end{aligned} \quad (26)$$

对于任意  $\varepsilon > 0$ , 总存在误差向量  $\mathbf{v}$  满足  $\|\mathbf{v}\|_2 < \varepsilon$ , 而且由于优化问题式(21)为凸的, 满足 Slater 条件<sup>[20]</sup>, 式(21)具有强对偶性且最优对偶间隙为 0, 式(21)关于误差向量  $\mathbf{v}$  的最小化问题可转化为与其对应的 Lagrange 对偶问题, 即

$$\left. \begin{aligned} \max_{\lambda} \hat{\mathbf{v}}^H(\theta_t) \mathbf{G} \hat{\mathbf{v}}(\theta_t) \\ - \hat{\mathbf{v}}^H(\theta_t) \mathbf{G} (\mathbf{G} + \lambda \mathbf{I}_{M_t M_r})^{-1} \mathbf{G} \hat{\mathbf{v}}(\theta_t) - \lambda \varepsilon^2 \\ \text{s.t. } \lambda \geq 0 \end{aligned} \right\} \quad (27)$$

将式(27)代入优化问题  $P_{V1}$  中并引入辅助变量  $\kappa$  可得

$$P_{V2} \begin{cases} \max_{\mathbf{V}, \lambda, \kappa} \hat{\mathbf{v}}^H(\theta_t) \mathbf{G} \hat{\mathbf{v}}(\theta_t) + \kappa - \lambda \varepsilon^2 \\ \text{s.t. } \mathbf{G} = \sum_{0 \leq n_1, n_2 \leq N-1} \mathbf{V}_{[n_1, n_2]} \otimes \mathbf{X}_{[n_1, n_2]}^* \\ - \hat{\mathbf{v}}^H(\theta_t) \mathbf{G} (\mathbf{G} + \lambda \mathbf{I}_{M_t M_r})^{-1} \mathbf{G} \hat{\mathbf{v}}(\theta_t) \geq \kappa \\ \text{tr}(\boldsymbol{\Sigma}_C \mathbf{V} + \mathbf{V}) = 1 \\ \mathbf{V} \geq 0, \lambda \geq 0 \end{cases} \quad (28)$$

根据 Schur 补充定理, 优化问题  $P_{V2}$  可转化为

$$P_{V3} \begin{cases} \max_{\mathbf{V}, \lambda, \kappa} \hat{\mathbf{v}}^H(\theta_t) \mathbf{G} \hat{\mathbf{v}}(\theta_t) + \kappa - \lambda \varepsilon^2 \\ \text{s.t. } \mathbf{G} = \sum_{0 \leq n_1, n_2 \leq N-1} \mathbf{V}_{[n_1, n_2]} \otimes \mathbf{X}_{[n_1, n_2]}^* \\ \begin{bmatrix} -\kappa & \hat{\mathbf{v}}^H(\theta_t) \mathbf{G} \\ \mathbf{G} \hat{\mathbf{v}}(\theta_t) & \mathbf{G} + \lambda \mathbf{I}_{M_t M_r} \end{bmatrix} \geq \mathbf{0} \\ \text{tr}(\boldsymbol{\Sigma}_C \mathbf{V} + \mathbf{V}) = 1 \\ \mathbf{V} \geq 0, \lambda \geq 0 \end{cases} \quad (29)$$

经过上述一系列等价变化后, 优化问题  $P_{V3}$  最终转化为关于变量  $\mathbf{V}$ ,  $\lambda$  和  $\kappa$  的凸优化问题, 可以利用 CVX 进行高效求解。

**3.2.2 固定  $\mathbf{V}$  优化  $\mathbf{X}$**  在优化得到  $\mathbf{V}$  的基础上, 需要对雷达发射波形进行进一步优化。固定  $\mathbf{V}$  并根据矩阵迹运算特性, 问题  $P_1$  转化为关于  $\mathbf{X}$  的子优化问题, 即

$$P_X \left\{ \begin{array}{l} \max_{\mathbf{X}} \min_{\mathbf{v}(\theta_t) \in \Omega(\mathbf{v}(\theta_t))} \frac{\mathbf{v}^H(\theta_t) \mathbf{G} \mathbf{v}(\theta_t)}{\text{tr}(\boldsymbol{\Sigma}_D \mathbf{X}) + \text{tr}(\mathbf{V})} \\ \text{s.t.} \quad \max(\text{diag}(\mathbf{B}_m \mathbf{X})) \leq \frac{\rho}{N} \text{tr}(\mathbf{B}_m \mathbf{X}), \\ \quad \quad \quad m = 1, 2, \dots, M_t \\ \text{tr}(\mathbf{B}_m \mathbf{X}) \leq \gamma \frac{E}{M_t}, \quad m = 1, 2, \dots, M_t \quad (30) \\ \text{tr}(\mathbf{X}) \leq E \\ \mathbf{G} = \sum_{0 \leq n_1, n_2 \leq N-1} \mathbf{V}_{[n_1, n_2]} \otimes \mathbf{X}_{[n_1, n_2]}^* \\ \mathbf{X} \geq 0 \end{array} \right.$$

其中,  $\boldsymbol{\Sigma}_D = \sum_{q=1}^Q \text{INR}_q \mathbf{A}^H(\theta_q) \mathbf{V} \mathbf{A}(\theta_q)$ 。引入辅助变量  $\beta$ , 令  $\mathbf{Y} = \beta \mathbf{X}$ , 通过 Charnes-Cooper 变换可将子优化问题  $P_X$  变换为

$$P_{X1} \left\{ \begin{array}{l} \max_{\mathbf{Y}, \beta} \min_{\mathbf{v}(\theta_t) \in \Omega(\mathbf{v}(\theta_t))} \mathbf{v}^H(\theta_t) \mathbf{G} \mathbf{v}(\theta_t) \\ \text{s.t.} \quad \text{tr}(\boldsymbol{\Sigma}_D \mathbf{Y}) + \beta \text{tr}(\mathbf{V}) = 1 \\ \max(\text{diag}(\mathbf{B}_m \mathbf{Y})) \leq \frac{\rho}{N} \text{tr}(\mathbf{B}_m \mathbf{Y}), \\ \quad \quad \quad m = 1, 2, \dots, M_t \\ \text{tr}(\mathbf{Y}) \leq \beta E, \text{tr}(\mathbf{B}_m \mathbf{Y}) \leq \gamma \frac{\beta E}{M_t}, \\ \quad \quad \quad m = 1, 2, \dots, M_t \quad (31) \\ \mathbf{G} = \sum_{0 \leq n_1, n_2 \leq N-1} \mathbf{V}_{[n_1, n_2]} \otimes \mathbf{Y}_{[n_1, n_2]}^* \\ \mathbf{Y} \geq 0, \beta \geq 0 \end{array} \right.$$

类比于  $P_{V1}$  到  $P_{V2}$  的转化方法, 利用 Lagrange 对偶定理, 将  $P_{X1}$  内部关于导向矢量  $\mathbf{v}(\theta_t)$  的最小化问题转化为关于 Lagrange 系数  $\xi$  的对偶问题的最大化, 通过引入辅助变量  $\eta$  将  $P_{X1}$  转化为

$$P_{X2} \left\{ \begin{array}{l} \max_{\mathbf{Y}, \beta, \eta, \xi} \hat{\mathbf{v}}^H(\theta_t) \mathbf{G} \hat{\mathbf{v}}(\theta_t) + \eta - \xi \varepsilon^2 \\ \text{s.t.} \quad \text{tr}(\boldsymbol{\Sigma}_D \mathbf{Y}) + \beta \text{tr}(\mathbf{V}) = 1 \\ -\hat{\mathbf{v}}^H(\theta_t) \mathbf{G} (\mathbf{G} + \xi \mathbf{I}_{M_t M_r})^{-1} \mathbf{G} \hat{\mathbf{v}}(\theta_t) \geq \eta \\ \max(\text{diag}(\mathbf{B}_m \mathbf{Y})) \leq \frac{\rho}{N} \text{tr}(\mathbf{B}_m \mathbf{Y}), \\ \quad \quad \quad m = 1, 2, \dots, M_t \\ \text{tr}(\mathbf{B}_m \mathbf{Y}) \leq \gamma \frac{\beta E}{M_t}, \quad m = 1, 2, \dots, M_t \\ \text{tr}(\mathbf{Y}) \leq \beta E \\ \mathbf{G} = \sum_{0 \leq n_1, n_2 \leq N-1} \mathbf{V}_{[n_1, n_2]} \otimes \mathbf{Y}_{[n_1, n_2]}^* \\ \mathbf{Y} \geq 0, \beta \geq 0 \end{array} \right. \quad (32)$$

最后根据 Schur 补充定理, 优化问题  $P_{X2}$  可转化为

$$P_{X3} \left\{ \begin{array}{l} \max_{\mathbf{Y}, \beta, \eta, \xi} \hat{\mathbf{v}}^H(\theta_t) \mathbf{G} \hat{\mathbf{v}}(\theta_t) + \eta - \xi \varepsilon^2 \\ \text{s.t.} \quad \text{tr}(\boldsymbol{\Sigma}_D \mathbf{Y}) + \beta \text{tr}(\mathbf{V}) = 1 \\ \begin{bmatrix} -\eta & \hat{\mathbf{v}}^H(\theta_t) \mathbf{G} \\ \mathbf{G} \hat{\mathbf{v}}(\theta_t) & \mathbf{G} + \xi \mathbf{I}_{M_t M_r} \end{bmatrix} \geq \mathbf{0} \\ \max(\text{diag}(\mathbf{B}_m \mathbf{Y})) \leq \frac{\rho}{N} \text{tr}(\mathbf{B}_m \mathbf{Y}), \\ \quad \quad \quad m = 1, 2, \dots, M_t \quad (33) \\ \text{tr}(\mathbf{B}_m \mathbf{Y}) \leq \gamma \frac{\beta E}{M_t}, \quad m = 1, 2, \dots, M_t \\ \text{tr}(\mathbf{Y}) \leq \beta E \\ \mathbf{G} = \sum_{0 \leq n_1, n_2 \leq N-1} \mathbf{V}_{[n_1, n_2]} \otimes \mathbf{Y}_{[n_1, n_2]}^* \\ \mathbf{Y} \geq 0, \beta \geq 0 \end{array} \right.$$

$P_{X3}$  为关于变量  $\mathbf{Y}$ ,  $\beta$ ,  $\eta$  和  $\xi$  的凸优化问题, 可以利用 CVX 工具包在多项式时间内高效求解, 并最终求得优化后的发射波形协方差矩阵  $\mathbf{X} = \mathbf{Y}/\beta$ 。重复求解  $P_{X3}$  和  $P_{V3}$ , 直到第  $m$  次优化后输出  $\text{SINR}^{(m)}$  与第  $(m-1)$  次优化输出  $\text{SINR}^{(m-1)}$  之间满足  $|\text{SINR}^{(m)} - \text{SINR}^{(m-1)}| \leq \mu$ , 其中  $\mu$  为设置的截止因子, 则停止优化输出  $\mathbf{W}$  和  $\mathbf{X}$ 。

**3.2.3 发射波形和接收滤波器合成** 通过序列优化求解得到最优解  $\mathbf{V}^*$  和  $\mathbf{X}^*$  后, 需要根据  $\mathbf{V}^*$  和  $\mathbf{X}^*$  合成最终的发射波形和接收滤波器。若所得最优矩阵  $\mathbf{V}^*$  和  $\mathbf{X}^*$  秩均为 1, 则可直接通过矩阵特征值分解即  $\mathbf{V}^* = \mathbf{w}^* \mathbf{w}^{*H}$  和  $\mathbf{X}^* = \mathbf{x}^* \mathbf{x}^{*H}$  计算得到最终发射波形  $\mathbf{x}^*$  和接收滤波器  $\mathbf{w}^*$ 。但是由于在优化过程中利用了半正定松弛, 所得优化矩阵并不一定满足秩为 1 的约束条件, 因此针对矩阵秩大于 1 的情况, 分别利用文献[21]所提秩 1 矩阵随机向量估计方法和文献[16]所提波形合成方法进行求解。

若  $\text{rank}(\mathbf{V}^*) \geq 2$ , 任意选取随机向量  $\mathbf{w}_l$ , 且  $\mathbf{w}_l$  服从均值为  $\mathbf{0}$  方差为  $\mathbf{V}^*$  的复高斯正态分布, 即  $\mathbf{w}_l \sim N_C(\mathbf{0}, \mathbf{V}^*)$ ,  $l = 1, 2, \dots, L$ ,  $L$  为实验次数。利用  $P_{V3}$  和式(24)求得最差导向矢量  $\mathbf{v}(\theta_t)$  并计算对应的  $\mathbf{A}(\theta_t)$ , 对每一个随机向量  $\mathbf{w}_l$ , 利用优化得到的协方差矩阵  $\mathbf{X}^*$ , 计算最差情况下输出信号 SINR, 即

$$\text{SINR}_l = \frac{\text{SNR} \mathbf{w}_l^H \mathbf{A}(\theta_t) \mathbf{X}^* \mathbf{A}^H(\theta_t) \mathbf{w}_l}{\mathbf{w}_l^H \left( \sum_{q=1}^Q \text{INR}_q \mathbf{A}(\theta_q) \mathbf{X}^* \mathbf{A}^H(\theta_q) + \mathbf{I}_{M_r \times N} \right) \mathbf{w}_l} \quad (34)$$

则序列  $\{\text{SINR}_l\}$  中最大值所对应的  $\mathbf{w}_l$  即可作为接收滤波器的最优解  $\mathbf{w}^*$ 。

若  $\text{rank}(\mathbf{X}^*) \geq 2$ , 为保证合成信号满足 PAR

和总的能量约束, 定义向量  $\mathbf{d} \in C^{NM_t}$ ,  $\mathbf{d}^- \in C^{NM_t}$ , 且  $d(i) = \sqrt{\mathbf{X}^*(i, i)}$ ,  $d^-(i) = \begin{cases} 1/d(i), & d(i) > 0 \\ 1, & d(i) = 0 \end{cases}$ ,  $i = 1, \dots,$

$NM_t$ 。由向量  $\mathbf{d}$ ,  $\mathbf{d}^-$  分别生成对角矩阵  $\mathbf{D} = \text{Diag}(\mathbf{d})$ ,  $\mathbf{D}^- = \text{Diag}(\mathbf{d}^-)$ , 计算  $\mathbf{C} = \mathbf{D}^-(\mathbf{X}^* + (\mathbf{I}_{NM_t} - \mathbf{D}^- \mathbf{D}))\mathbf{D}^-$ 。选择随机向量  $\tilde{\mathbf{x}}_g$ , 且  $\tilde{\mathbf{x}}_g \sim N_C(\mathbf{0}, \mathbf{C})$ , 利用向量  $\tilde{\mathbf{x}}_g$  计算  $\mathbf{x}_g = \mathbf{d}e^{j\arg(\tilde{\mathbf{x}}_g)}$ ,  $g = 1, 2, \dots, G$ ,  $G$  为实验次数。通过  $P_{X_3}$  和式(23)求得最差导向矢量  $\mathbf{v}(\theta_t)$  及其所对应的  $\mathbf{A}(\theta_t)$ , 对每个合成的向量  $\mathbf{x}_g$ , 利用协方差矩阵  $\mathbf{V}^*$  计算最差输出信号 SINR, 即

$$\text{SINR}_g = \frac{\text{SNR} \mathbf{x}_g^H \mathbf{A}^H(\theta_t) \mathbf{V}^* \mathbf{A}(\theta_t) \mathbf{x}_g}{\mathbf{x}_g^H \left( \sum_{q=1}^Q \text{INR}_q \mathbf{A}^H(\theta_q) \mathbf{V}^* \mathbf{A}(\theta_q) \right) \mathbf{x}_g + \text{tr}(\mathbf{V}^*)} \quad (35)$$

序列  $\{\text{SINR}_g\}$  中最大值所对应的  $\mathbf{x}_g$  即可作为发射波形的最优解  $\mathbf{x}^*$ 。

本文所提杂波条件下稳健的 MIMO 雷达发射波形和接收滤波器联合优化设计方法, 在对发射波形和接收滤波器协方差矩阵  $\mathbf{X}$ ,  $\mathbf{V}$  迭代优化过程中无需计算具体发射波形和接收滤波器, 而仅在迭代优化结束后根据协方差矩阵  $\mathbf{X}^*$  和  $\mathbf{V}^*$  合成具体发射波形和接收滤波器, 有效降低了算法的计算复杂度。因此, 所提算法计算效率主要由序列优化方法迭代次数和每次迭代过程中子优化问题  $P_{V_3}$  和  $P_{X_3}$  的计算复杂度, 以及利用优化后的协方差矩阵  $\mathbf{V}^*$  和  $\mathbf{X}^*$  合成具体发射波形  $\mathbf{x}^*$  和接收滤波器  $\mathbf{w}^*$  的计算复杂度决定。每次迭代优化中, 问题  $P_{V_3}$  和  $P_{X_3}$  的计算复杂度分别为  $O((M_r N)^{3.5})$  和  $O((M_t N)^{3.5})$ , 而利用优化矩阵  $\mathbf{V}^*$ ,  $\mathbf{X}^*$ , 合成具体发射波形和接收滤波器的计算复杂度分别为  $O(L(M_r N)^2)$  和  $O(G(M_t N)^2)$ 。

### 4 实验仿真

设均匀线阵 MIMO 雷达发射阵列和接收阵列阵元数目相同,  $M_t = M_r = 4$ , 每个阵元发射信号码长为  $N = 16$ , 阵元间距为半波长, 雷达总的发射

功率  $E = M_t$ 。设目标方向  $\theta_t = 0^\circ$ , 目标反射信号强度为  $\text{SNR} = 10$  dB, 杂波方向分别为  $-40^\circ, -60^\circ, 60^\circ, 40^\circ$ , 假设杂波反射信号强度相同均为  $\text{INR} = 30$  dB。为验证所提算法有效性, 分别对不同误差及波形约束条件下的算法性能进行仿真分析。

首先假设目标导向矢量准确已知, 即  $\varepsilon = 0$ 。为验证不同波形约束条件对雷达系统性能的影响, 分别对不同约束条件下系统输出 SINR、收发联合方向图以及每个阵元发射波形的幅度进行仿真分析。图 1 为  $\gamma$ ,  $\rho$  取不同约束值时系统输出 SINR 随迭代优化次数的变化情况, 其中  $\gamma = 1, \rho = 1$  即为文献[14, 15]所提恒包络设计方法。由图 1 可知, 在目标先验信息准确已知条件下, 本文方法在  $\gamma = 2, \rho = 1$  和  $\gamma = 2, \rho = 2$  两种情况下经过 5 次迭代即可实现收敛, 收敛后算法输出 SINR 分别为 27.3 dB 和 27.33 dB; 而当  $\gamma = 1, \rho = 1$  时, 算法需要经过 12 次迭代优化才能实现收敛, 且收敛后系统输出 SINR 为 26.72 dB。本文方法不仅具有较高的收敛速度, 而且收敛后系统输出 SINR 相比文献[14,15]所提恒包络方法提高 0.6 dB。这是因为本文方法发射波形约束条件较为灵活, 波形优化自由度更大。图 2 为不同约束条件下系统收发联合方向图,  $\gamma = 2, \rho = 2$  时方向图旁瓣最低而  $\gamma = 1, \rho = 1$  时系统方向图旁瓣最高, 这一仿真结果与图 1 系统输出 SINR 相对应, 进一步证明所提方法有效性。图 3 为优化后每个阵元在不同码元时刻发射波形的幅度, 其中图 3(a)为  $\gamma = 1, \rho = 1$  时雷达发射波形, 每个阵元发射功率相同而且每个阵元发射波形满足恒包络; 图 3(b)为  $\gamma = 2, \rho = 1$  时优化后每个阵元的发射情况, 优化后每个阵元虽然发射功率不同但是每个阵元发射的波形仍然满足恒包络; 图 3(c)则为  $\gamma = 2, \rho = 2$  时的雷达发射波形, 不同阵元之间发射功率不同而且每个阵元发射波形的最大 PAR 值为 2。

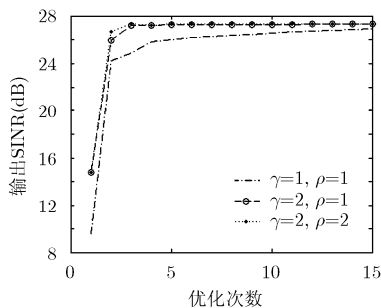


图 1  $\varepsilon = 0$  时不同约束条件下输出 SINR 随优化次数变化情况

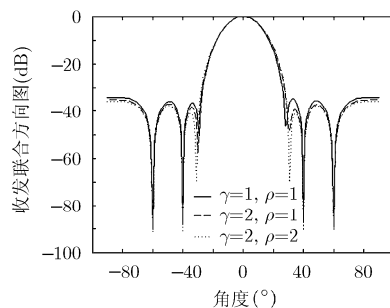


图 2  $\varepsilon = 0$  时不同约束条件下收发联合方向图

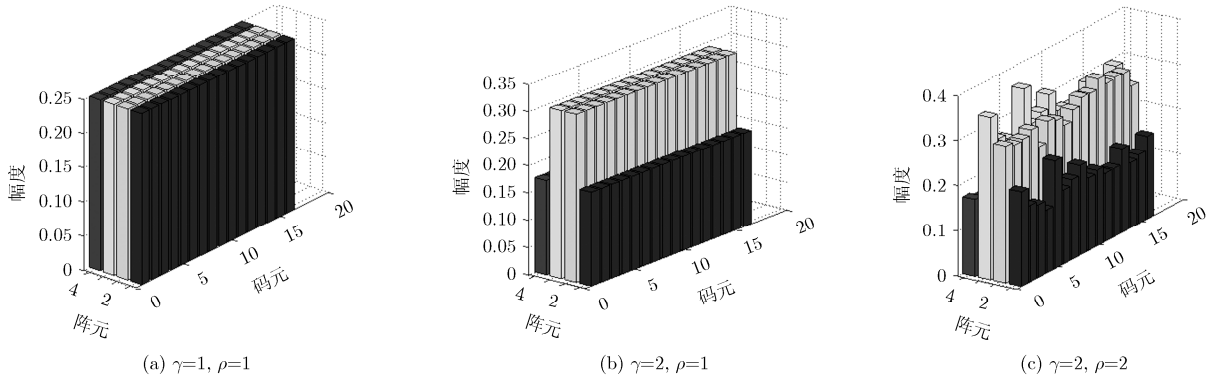


图 3  $\varepsilon = 0$ , 不同  $\gamma, \rho$  时各个阵元发射波形幅度

接下来考虑目标导向矢量存在失配误差的情况。图 4 为在误差  $\varepsilon = 0.5$  和  $\varepsilon = 1$  情况下，系统输出 SINR 随优化次数和发射波形约束条件的变化情况。通过观测图 4 除了得到与图 1 相同结论外，还可以得到目标导向矢量误差对算法收敛速度几乎无影响，但是误差范围越大算法收敛后输出的最优 SINR 越低，具体地在  $\varepsilon = 1, \gamma = 2, \rho = 2$  和  $\varepsilon = 0.5, \gamma = 2, \rho = 2$  两种情况下系统输出 SINR 分别为 24.96 dB 和 26.29 dB。

为进一步验证误差范围对算法最优解的影响，对不同波形约束条件下所提稳健算法输出 SINR 随目标导向矢量误差范围  $\varepsilon$  的变化情况进行仿真分析。令导向矢量误差扰动范围为  $0.1 \leq \varepsilon \leq 1.5$ ，则所提算法收敛后输出 SINR 随误差范围  $\varepsilon$  的变化情况如图 5 所示。随着误差范围  $\varepsilon$  逐渐增大，算法收敛后输出 SINR 逐渐下降，通过对比发现本文所提优化方法与文献[14,15]所提恒包络优化方法性能差异越来越大，当  $\varepsilon = 1.5$  时， $\gamma = 2, \rho = 2$  所对应的输出 SINR 比  $\gamma = 1, \rho = 1$  所对应的输出 SINR 高 1 dB。此外，为进一步证明所提方法的稳健性，在

导向矢量误差存在条件下，将所提方法与未考虑导向矢量失配的理想情况下发射波形和接收滤波器联合优化算法进行比较。令  $\gamma = 2, \rho = 2$ ，目标反射信号信噪比 SNR 变化范围为 [5 dB, 50 dB]，杂波反射信号 INR = 30 dB，则在  $\varepsilon = 1$  最差情况下所提稳健联合优化算法与一般联合优化算法输出 SINR 变化情况如图 6 所示。两种优化算法输出 SINR 均随着 SNR 增大而增大，但是由于一般优化算法并未考虑算法稳健性，在实际应用中当目标导向矢量失配时，算法性能受到严重影响。

### 5 结束语

本文针对实际应用中目标先验信息非准确已知的情况，结合各个阵元发射功率以及每个阵元发射波形的 PAR 约束，设计一种稳健的 MIMO 雷达发射波形和接收滤波器联合优化方法。相比于现有 MIMO 雷达发射波形和接收滤波器联合优化方法，本文方法不仅能够在目标导向矢量存在误差情况下提高优化算法的稳健性，而且可以灵活控制各个阵元发射功率以及每个阵元发射波形的 PAR，从而增

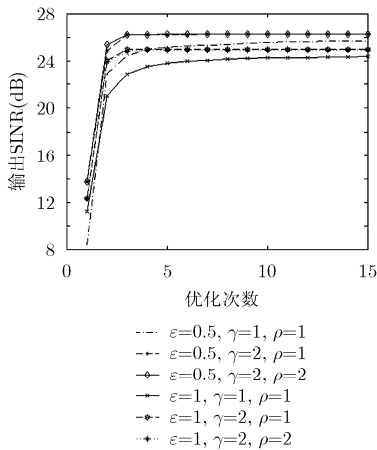


图 4 不同  $\varepsilon, \gamma, \rho$  条件下输出 SINR 随优化次数变化情况

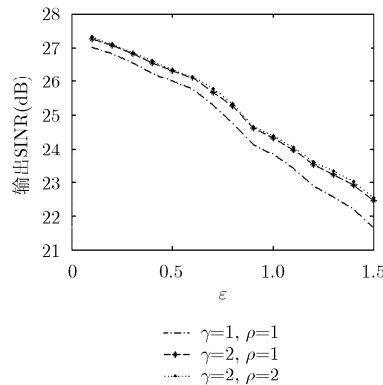


图 5 不同约束条件下所提稳健算法输出 SINR 随  $\varepsilon$  的变化情况

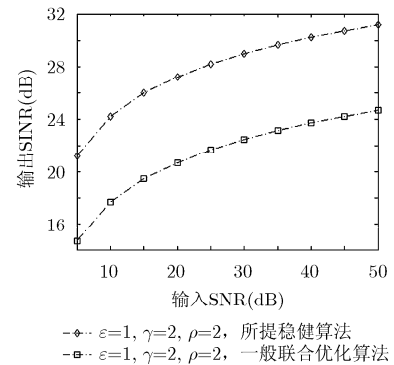


图 6  $\varepsilon = 1$  时，不同算法输出 SINR 随输入 SNR 的变化情况

大发射波形优化自由度, 提高算法收敛速度以及系统输出 SINR。最后通过对不同发射波形约束条件和目标导向矢量误差范围下的联合优化算法性能进行仿真分析, 证明了所提方法的有效性和稳健性。

### 参 考 文 献

- [1] HAIMOVICH A M, BLUM R S, LENARD J, *et al.* MIMO radar with widely separated antennas[J]. *IEEE Signal Processing Magazine*, 2008, 25(1): 116–129. doi: 10.1109/MSP.2008.4408448.
  - [2] LI J and STOICA P. MIMO radar with colocated antennas[J]. *IEEE Signal Processing Magazine*, 2007, 24(5): 106–114. doi: 10.1109/MSP.2007.904812.
  - [3] BEKKERMAN I and TABRIKIAN J. Target detection and localization using MIMO radar and sonars[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2006, 54(10): 116–129. doi: 10.1109/TSP.2006.879267.
  - [4] STOCIA P, LI J, and XIE Yao. On probing signal design for MIMO radar[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2007, 55(8): 4151–4161. doi: 10.1109/TSP.2007.894398.
  - [5] PANDEY N and ROY L P. Convex optimization based transmit beampattern synthesis for MIMO radar[J]. *Electronics Letters*, 2016, 52(2): 150–152. doi: 10.1049/el.2015.1637.
  - [6] GONG P, SHAO Z, TU G, *et al.* Transmit beampattern design based on convex optimization for MIMO radar systems[J]. *Signal Processing*, 2014, 94: 195–201. doi: 10.1016/j.sigpro.2013.06.021.
  - [7] XU H, BLUM R S, WANG J, *et al.* Colocated MIMO radar waveform design for transmit beampattern formation[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2015, 51(2): 1558–1568. doi: 10.1109/TAES.2014.140249.
  - [8] STOCIA P, LI J, and ZHU X. Waveform synthesis for diversity-based transmit beampattern design[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2008, 56(6): 2593–2598. doi: 10.1109/TSP.2007.916139.
  - [9] AHMED S and ALOUINI M S. MIMO radar transmit beampattern design without synthesising the covariance matrix[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2014, 62(9): 2278–2289. doi: 10.1109/TSP.2014.2310435.
  - [10] 黄中瑞, 单凉, 陈明建, 等. 一种新的MIMO雷达发射波形设计方法[J]. *电子与信息学报*, 2016, 38(5): 1026–1033. doi: 10.11999/JEIT150758.  
HUANG Zhongrui, SHAN Liang, CHEN Mingjian, *et al.* A new method for the design of transmit waveform of MIMO radar[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2016, 38(5): 1026–1033. doi: 10.11999/JEIT150758.
  - [11] LIU J, LI H, and HIMED B. Joint optimization of transmit and receive beamforming in active arrays[J]. *IEEE Signal Processing Letters*, 2014, 21(1): 39–42. doi: 10.1109/LSP.2013.2289325.
  - [12] SEYYED M K, MAJTABA R, MOHAMMAD M N, *et al.* Design of multiple-input-multiple-output transmit waveform and receive filter for extended target detection[J]. *IET Radar, Sonar and Navigation*, 2015, 9(9): 1345–1353. doi: 10.1049/iet-rsn.2015.0063.
  - [13] SADJAD I and SEYED A G. Transmit signal and receive filter design in co-located MIMO radar using a transmit weighting matrix[J]. *IEEE Signal Processing Letters*, 2015, 22(10): 1521–1524. doi: 10.1109/LSP.2015.2411676.
  - [14] TANG B and TANG J. Joint design of transmit waveforms and receive filters for MIMO radar space time adaptive processing[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2016, 64(18): 4707–4722. doi: 10.1109/TSP.2016.2569431.
  - [15] CUI G, LI H, and RANGASWAMY M. MIMO radar waveform design with constant modulus and similarity constraints[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2014, 62(2): 343–353. doi: 10.1109/TSP.2013.2288086.
  - [16] DE MAIO A, HUANG Y, PIEZZO M, *et al.* Design of optimized radar codes with a peak to average power ratio constraint[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2011, 59(6): 2683–2697. doi: 10.1109/TSP.2011.2128313.
  - [17] SEYYED M K, AUGUSTO A, ANTONIO D M, *et al.* Robust transmit code and receive filter design for extended targets in clutter[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2015, 63(8): 1965–1976. doi: 10.1109/TSP.2015.2404301.
  - [18] TANG B, LI J, ZHANG Y, *et al.* Design of MIMO radar waveform covariance matrix for clutter and jamming suppression based on space time adaptive processing[J]. *Signal Processing*, 2016, 121: 60–69. doi: 10.1016/j.sigpro.2015.10.033.
  - [19] ZHU W and TANG J. Robust design of transmit waveform and receive filter for colocated MIMO radar[J]. *IEEE Signal Processing Letters*, 2015, 22(11): 2112–2116. doi: 10.1109/LSP.2015.2461460.
  - [20] LUO Z Q, MA W K, SO A C, *et al.* Semidefinite relaxation of quadratic optimization problems[J]. *IEEE Signal Processing Magazine*, 2010, 27(3): 20–34. doi: 10.1109/MSP.2010.936019.
  - [21] CHARNES A and COOPER W W. Programming with linear fractional functionals[J]. *Naval Research Logistics Quarterly*, 1962, 9(3): 181–186. doi: 10.1002/nav.3800090303.
- 王玉玺: 男, 1989年生, 博士生, 研究方向为MIMO雷达及阵列信号处理。  
黄国策: 男, 1962年生, 教授, 博士生导师, 主要研究方为向雷达通信一体化等。  
李伟: 男, 1978年生, 副教授, 主要研究方向为新体制雷达。  
刘剑: 男, 1976年生, 副教授, 主要研究方向为阵列信号处理。