

基于稀疏贝叶斯学习的无源雷达高分辨成像

王天云^{①②} 于小飞^① 陈卫东^{*①} 丁丽^① 陈畅^①

^①(中国科学技术大学电磁空间信息重点实验室 合肥 230027)

^②(中国卫星海上测控部 江阴 214431)

摘要: 针对无源雷达压缩感知成像,该文提出一种基于稀疏贝叶斯学习的高分辨成像算法。基于一次快拍模式下的无源雷达回波模型,文中首先考虑目标散射系数的统计特性及其对微波频率的依赖关系,将无源雷达成像转化为MMV(Multiple Measurement Vector)联合稀疏优化问题;然后对目标建立了级联形式的稀疏先验模型,并利用稀疏贝叶斯学习技术进行求解。相比之前基于目标确定性假设的稀疏恢复方法,所提算法更好地利用了目标的统计先验信息,具有能够自适应调整参数(目标模型参数和未知噪声功率)和高分辨反演目标等优点。仿真结果验证了该算法的有效性。

关键词: 无源雷达; 高分辨率成像; 稀疏贝叶斯学习; 联合稀疏优化

中图分类号: TN958.97

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2015)05-1023-08

DOI: 10.11999/JEIT140899

High-resolution Imaging of Passive Radar Based on Sparse Bayesian Learning

Wang Tian-yun^{①②} Yu Xiao-fei^① Chen Wei-dong^① Ding Li^① Chen Chang^①

^①(Key Laboratory of Electromagnetic Space Information, University of Science and Technology of China, Hefei 230027, China)

^②(China Satellite Maritime Tracking and Control Department, Jiangyin 214431, China)

Abstract: This paper presents a high-resolution imaging method based on Sparse Bayesian Learning (SBL) for passive radar compressed sensing imaging. Under the one-snapshot echo model, the proposed method firstly takes account of the frequency-dependent statistics of the target scattering centers, and changes passive radar imaging into a joint Multiple Measurement Vector (MMV) sparse optimization problem. Further, a hierarchical Bayesian framework for sparsity-inducing *priori* of the target is established, then the MMV problem is efficiently solved by utilizing the SBL theory. Unlike the previous sparse recovery algorithms relying on the deterministic assumption of the target, the proposed method makes a better use of the target prior information, and has the advantages of adaptively estimating parameters (including the parameters in the *priori* model of the target, and the unknown noise power) as well as the high-resolution imaging, *etc.*. Simulation results show the effectiveness of the proposed method.

Key words: Passive radar; High-resolution imaging; Sparse Bayesian Learning (SBL); Joint sparse optimization

1 引言

无源雷达是一种利用外辐射源发射电磁波信号对目标进行探测或成像的双/多基地雷达,具有优越的“四抗”性能,一直是雷达界的研究热点。随着通信、导航等新兴技术的发展,存在于空间中的电磁波信号种类越来越丰富,目前被证实可用的外辐射源包括调频广播(FM)^[1],数字地面电视(DVB-T)^[2],中国移动多媒体广播(CMMB)^[3],全球

导航卫星系统(GNSS)^[4]等。

作为传统雷达成像(SAR, ISAR)技术的有益补充,近年来无源雷达成像得到世界各国的普遍重视,已成为雷达成像的重要研究领域^[5-12]。其中,文献[5]利用目标散射系数和接收回波的傅里叶变换关系,提出了极坐标形式下基于单频信号的无源雷达逐点匹配成像方法。文献[6]提出了一种基于单频连续波的无源雷达成像时域算法,利用信号匹配矩阵和回波信号矩阵的Hadamard积在时间维求和实现目标聚焦,避免频域的插值处理。文献[7]从电磁场模型出发,提出了基于滤波反投影思想的多孔径无源雷达成像方法,不需预先知道发射机位置或者波形信息。以上几种方法致力于解决外辐射源带宽较

2014-07-09 收到, 2014-10-17 改回

国家自然科学基金(6117255, 61401140)和国家 863 计划项目(2012AA122903)资助课题

*通信作者: 陈卫东 wdchen@uste.edu.cn

窄时的成像问题, 通常需要较多数目的发射机或者接收机才能获得较好的成像性能。文献[8]开展了利用全球导航卫星系统(GNSS)为照射源、地面站接收的 Space-Surface SAR(SS-SAR)成像技术, 虽然充分利用了带宽信息, 但是为了获得方位维的高分辨, 需要构造大的合成孔径, 因而成像时间较长。文献[9]提出了 P-ISAR 成像方法, 将无源探测结果利用 ISAR 技术实现目标聚焦, 但实测结果表明 P-ISAR 得到的成像分辨率较低。

随着人们对高分辨率雷达图像的需求越来越迫切, 上述以奈奎斯特采样定理为基础的雷达信号处理技术对数据采样及处理速率的要求也越来越高。近年来, 压缩感知(Compressive Sensing, CS)理论利用目标稀疏先验信息, 在远低于奈奎斯特采样速率情形下, 只需少量观测样本即可重构原始信号, 可以有效减少雷达数据量及节省信号带宽, 为一次快拍下的目标成像提供了可能^[13]。目前 CS 已广泛应用于 SAR 成像^[14]、ISAR 成像^[15]、MIMO 雷达成像^[13]以及无源雷达成像^[10-12]等领域。文献[10]将正交匹配追踪(OMP)方法应用于多发多收单频连续波无源成像。文献[11]基于相同的信号模型, 提出了 ESPRIT 的高分辨率无源成像方法, 但在快拍数较少或者 SNR 较低时成像效果往往较差。文献[12]虽然在推导无源雷达稀疏成像模型时考虑了带宽因素, 但文中假定目标散射系数是确定未知, 并未考虑目标 RCS 起伏特性。本文在已有研究^[12]的基础上, 利用目标散射系数在不同频率下的统计特性^[16], 提出了基于 Laplace 先验的稀疏贝叶斯学习成像算法(Laplace-SBL)。文中首先建立了一次快拍下的无源成像模型, 随后考虑散射系数的统计特性及其对微波频率的依赖关系^[16], 选取了级联形式的目标稀疏先验模型, 再基于稀疏贝叶斯学习理论^[17]将无源成像转化为 MMV 联合稀疏优化问题^[18]的求解。与无源雷达 CS 成像已有的稀疏恢复方法^[10-12]不同(针对 SMV 问题, 基于确定性重构技术), Laplace-SBL 引入了统计学习的思想, 能够获得较好的成像效果。

2 信号模型

本文研究的无源雷达成像模型如图 1 所示, 假定外辐射源阵列、接收雷达阵列与成像区域位于同一平面内。以目标中心所在位置作为坐标原点, 第 i 个外辐射源位置为 (r_i, θ_i) , 其中 $i = 1, 2, \dots, I$, r_i 为第 i 个外辐射源到原点的距离, θ_i 为第 i 个外辐射源与 x 轴正向的夹角。同理, 第 j 个接收雷达位置为 (r_j, θ_j) , 这里 $j = 1, 2, \dots, J$, 另外目标任一散射点位置用极坐标 (r, θ) 表示。

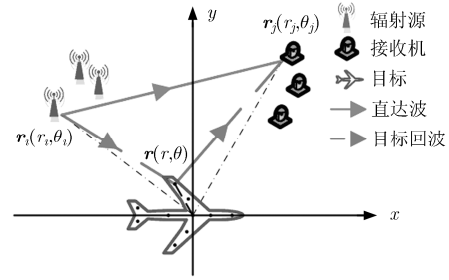


图 1 无源雷达 2 维成像构型

设外辐射源 i 发射信号为

$$s_i(t) = u_i(t) \exp[j(2\pi f_i t + \varphi_i)] \quad (1)$$

其中 $u(t)$ 为信号复包络, B_i 为信号带宽, f_i 为信号载频, φ_i 为初相。

无源雷达的接收机一般设置两个接收天线, 一个用来接收直达波, 一个用来接收目标回波。接收机 j 获取外辐射源 i 的直达波可以表示为

$$s_{ij}^d(t) = u_i(t - \tau_{ij}^d) \exp\{j[2\pi f_i(t - \tau_{ij}^d) + \varphi_i]\} \quad (2)$$

式中 $\tau_{ij}^d = r_{ij}^d/c$ 为直达波信号时延, r_{ij}^d 为外辐射源 i 至接收机 j 的距离, 可通过其他手段预先获得, c 为光速。

同理, 接收机 j 收到外辐射源 i 对目标所有散射点的回波信号为

$$f_{ij}(t) = \iint_S \sigma(x, y) u_i(t - \tau_{ij}) \cdot \exp\{j[2\pi f_i(t - \tau_{ij}) + \varphi_i]\} dx dy \quad (3)$$

其中 $\sigma(x, y)$ 为目标散射系数, $\tau_{ij} = (r_{ik} + r_{kj})/c$ 对应辐射源 i 发射的信号经散射点 k 反射后到达接收机 j 的总时延。 r_{ik} 表示辐射源 i 到散射点 k 的距离, r_{kj} 表示散射点 k 到接收机 j 的距离。

将直达波式(2)与目标回波式(3)分别去载频之后, 再对相应的基带信号进行同步和混频处理, 可得

$$z_{ij}(t) = \iint_S \sigma(x, y) \left\{ u_i(t - \tau_{ij}^d) \exp(-j2\pi f_i \tau_{ij}^d) \right\} \otimes \left\{ u_i(t - \tau_{ij}) \exp(-j2\pi f_i \tau_{ij}) \right\} dx dy \quad (4)$$

式中 \otimes 表示复相关运算, 对 t 进行傅里叶变换, 并记 $U_i(f) = \mathcal{F}\{u_i(t)\}$, $Z_{ij}(f) = \mathcal{F}\{z_{ij}(t)\}$, 式(4)转化为

$$Z_{ij}(f) = \iint_S \sigma(x, y) U_i^*(f) U_i(f) \cdot \exp[-j2\pi(f + f_i)(\tau_{ij} - \tau_{ij}^d)] dx dy \quad (5)$$

这里 $f \in (-B_i/2, B_i/2)$ 。实际成像场景通常满足远场近似条件为

$$r_{ik} \approx r_i - \mathbf{r} \cdot \mathbf{I}_i, \quad r_{kj} \approx r_j - \mathbf{r} \cdot \mathbf{I}_j \quad (6)$$

其中 $\mathbf{r}=(r, \theta)$, $\mathbf{I}_i=\mathbf{r}_i/r_i=(1, \theta_i)$, $\mathbf{I}_j=\mathbf{r}_j/r_j=(1, \theta_j)$ 。

将式(6)代入式(5)经整理后得到

$$\begin{aligned} Z_{ij}(f) = & \iint_S \sigma(x, y) U_i^*(f) U_i(f) \\ & \cdot \exp\left[-j2\pi(f+f_i)(r_i+r_j-r_{ij}^d)/c\right] \\ & \cdot \exp\left\{j2\pi(f_i+f)\left[x(\cos\theta_i+\cos\theta_j)\right.\right. \\ & \left.\left.+y(\sin\theta_i+\sin\theta_j)\right]/c\right\} dx dy \end{aligned} \quad (7)$$

然后设计滤波因子:

$$\begin{aligned} G_{ij}(f) = & U_i^*(f) U_i(f) \\ & \cdot \exp\left[-j2\pi(f+f_i)(r_i+r_j-r_{ij}^d)/c\right] \end{aligned} \quad (8)$$

对式(7)进行频域滤波, 得到相应的回波方程为

$$\begin{aligned} Y_{ij}(f) = & Z_{ij}(f)/G_{ij}(f) = \iint_S \sigma(x, y) \\ & \cdot \exp\left\{j2\pi(f+f_i)\left[x(\cos\theta_i+\cos\theta_j)\right.\right. \\ & \left.\left.+y(\sin\theta_i+\sin\theta_j)\right]/c\right\} dx dy \end{aligned} \quad (9)$$

定义空间谱^[12]:

$$\begin{aligned} k_{ij}^x(f) = & (f+f_i)(\cos\theta_i+\cos\theta_j)/c \\ k_{ij}^y(f) = & (f+f_i)(\sin\theta_i+\sin\theta_j)/c \end{aligned} \quad (10)$$

则发射机 i 和接收机 j 构成的接收通道对应的回波方程最终可写为

$$Y_{ij}(f) = \iint_S \sigma(x, y) \exp\left\{j2\pi\left[xk_{ij}^x(f) + yk_{ij}^y(f)\right]\right\} dx dy \quad (11)$$

从式(11)可知目标散射系数与接收回波之间满足傅里叶变换关系。由于增加了带宽信息, 式(11)是文献[5,7,10]中回波方程的推广。更进一步, 本文拓展已有的研究^[12], 考虑目标散射系数的统计特性及对微波频率的依赖关系^[16], 即 $\sigma(x, y) \rightarrow \sigma(x, y, f)$ 。因此第 i, j 个接收通道对应的回波方程应改写为

$$Y_{ij}(f) = \iint_S \sigma(x, y, f) \exp\left\{j2\pi\left[xk_{ij}^x(f) + yk_{ij}^y(f)\right]\right\} dx dy \quad (12)$$

需要指出式(12)中 f 与 f_i 密切相关。将式(12)作离散化处理, 设每个收发通道的频率采样点数 F_i 相同, 即 $F_i \triangleq F$ 。由于常见的外辐射源信号带宽往往较小, 但不同发射机的载频可以有较大变化。根据雷达目标特性理论, 这里仅需考虑目标散射系数在不同发射机之间是变化的。其中发射机 i 对应的回波矢量为

$$\begin{aligned} \mathbf{y}_i = & [Y_{i1}(f_1), \dots, Y_{iJ}(f_1), Y_{i1}(f_2), \dots, Y_{iJ}(f_2), \\ & Y_{i1}(f_F), \dots, Y_{iJ}(f_F)]_{JF \times 1}^T \end{aligned} \quad (13)$$

接着对成像场景进行网格划分, 尺度为 $U \times V$, 则发射机 i 对应的目标散射系数矢量为

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\sigma}_i = & [\sigma_i(x_1, y_1), \sigma_i(x_1, y_2), \dots, \sigma_i(x_1, y_V), \\ & \sigma_i(x_2, y_1), \dots, \sigma_i(x_2, y_V), \dots, \sigma_i(x_U, y_V)]_{UV \times 1}^T \end{aligned} \quad (14)$$

然后定义:

$$H_{ij}^{uv}(f) = \exp\left\{j2\pi\left[x_u k_{ij}^x(f) + y_v k_{ij}^y(f)\right]\right\} \quad (15)$$

其中 $u=1, 2, \dots, U$, $v=1, 2, \dots, V$, 构造发射机 i 对应的系统观测矩阵为

$$\mathbf{H}_i = \begin{bmatrix} H_{i1}^{11}(f_1) & H_{i1}^{12}(f_1) & \dots & H_{i1}^{UV}(f_1) \\ H_{i2}^{11}(f_1) & H_{i2}^{12}(f_1) & \dots & H_{i2}^{UV}(f_1) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ H_{iJ}^{11}(f_F) & H_{iJ}^{12}(f_F) & \dots & H_{iJ}^{UV}(f_F) \end{bmatrix}_{JF \times UV} \quad (16)$$

基于上述分析, 一次快拍下的无源雷达回波方程式(12)最终应表示为

$$\mathbf{y}_i = \mathbf{H}_i \boldsymbol{\sigma}_i + \mathbf{e}_i \quad (17)$$

其中 \mathbf{e}_i 为观测噪声。由于实际系统的限制(比如发射机位置和发射信号不可控, 接收机数目不能太多等), 目标散射系数在空间谱域的填充往往呈现出稀疏且非均匀的特点^[12], 导致方程式(17)严重欠定, 所以匹配滤波成像结果一般存在主瓣宽、旁瓣高、分辨率低等固有缺点^[10]。考虑对空/海目标成像时, 散射点在空间上通常满足稀疏分布, 因此可以引入CS成像技术获得高分辨率图像。结合式(17), $\boldsymbol{\sigma}_i$ 中非零元素的位置对于不同的 i 是一致的, 于是无源雷达CS成像最终等效为求解MMV联合稀疏优化问题。与已有文献中采用确定性稀疏恢复方法不同, 本文提出了基于Laplace先验的稀疏贝叶斯学习成像算法, 不仅能够提供 $\boldsymbol{\sigma}_i$ 的完整后验概率密度函数估计, 而且能同时获得目标重构结果及噪声功率等相关参数。具体过程见下节所示。

3 基于稀疏贝叶斯学习的无源雷达高分辨成像

3.1 目标参数稀疏贝叶斯模型

假设观测噪声矢量 \mathbf{e}_i 之间独立, 且服从复高斯分布 $\mathbf{CN}(0, \eta \mathbf{I})$ 。其中 η 表示噪声功率, 为未知确定参数。则回波矢量 $\{\mathbf{y}_i\}$ 的条件概率密度函数为

$$\begin{aligned} p(\{\mathbf{y}_i\} | \{\boldsymbol{\sigma}_i\}, \eta) & \\ & = \prod_{i=1}^I f(\mathbf{y}_i | \boldsymbol{\sigma}_i, \eta) \\ & = \prod_{i=1}^I \frac{1}{(\pi\eta)^{JF}} \exp\left(-\frac{1}{\eta} \|\mathbf{y}_i - \mathbf{H}_i \boldsymbol{\sigma}_i\|_2^2\right) \end{aligned} \quad (18)$$

这里 $\|\cdot\|_2$ 表示向量的 l_2 范数。

文献[19]提供了一种级联形式的稀疏贝叶斯先验模型(如图 2 所示), 相比传统稀疏先验模型(如 l_0 , l_p 范数约束), 能得到对 l_0 范数更好的近似度, 具体描述如下:

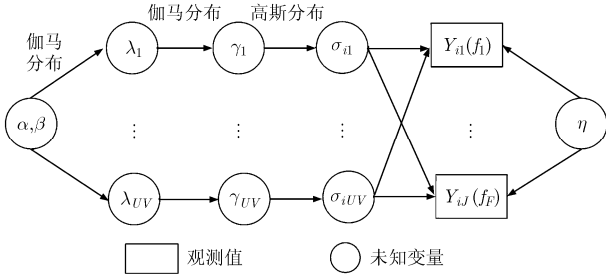


图 2 目标参数稀疏贝叶斯先验模型

首先 σ_i 服从均值为零, 方差为 $\{\gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_{UV}\}$ 的复高斯分布, 定义 $\Psi = \text{diag}\{\gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_{UV}\}$, 则有

$$p(\sigma_i | \{\gamma_n\}) = \frac{1}{\pi^{UV} |\Psi|} \exp(-\sigma_i^H \Psi^{-1} \sigma_i) \quad (19)$$

其次 $\{\gamma_n\}$ 服从伽马(Gamma)分布:

$$\begin{aligned} p(\{\gamma_n\} | \{\lambda_n\}) &= \prod_{n=1}^{UV} p(\gamma_n | \lambda_n) \\ &= \prod_{n=1}^{UV} \Gamma(\gamma_n | 1, \lambda_n^2/2) \\ &= \prod_{n=1}^{UV} \frac{\lambda_n^2}{2} \exp\left(-\frac{\lambda_n^2}{2} \gamma_n\right) \end{aligned} \quad (20)$$

最后 $\{\lambda_n\}$ 服从伽马(Gamma)分布:

$$\begin{aligned} p(\{\lambda_n\} | \alpha, \beta) &= \prod_{n=1}^{UV} \Gamma(\lambda_n | \alpha, \beta) \\ &= \prod_{n=1}^{UV} \frac{\beta^\alpha}{\Gamma(\alpha)} \lambda_n^{\alpha-1} \exp(-\beta \lambda_n) \end{aligned} \quad (21)$$

由式(19)及式(20)可以得到 σ_i 关于 $\{\lambda_n\}$ 满足拉普拉斯(Laplace)分布, 即

$$\begin{aligned} p(\sigma_i | \{\lambda_n\}) &= \prod_{n=1}^{UV} \int p(\sigma_{in} | \gamma_n) p(\gamma_n | \lambda_n) d\gamma_n \\ &= \prod_{n=1}^{UV} \frac{\lambda_n}{2} \exp(-\lambda_n |\sigma_{in}|) \end{aligned} \quad (22)$$

从式(22)可知, 图 2 对应的目标三级稀疏模型可以用式(22), 式(21)两级稀疏模型代替。因此在不影响目标稀疏重构性能的前提下, 为进一步降低运算复杂度, 本文选择了后者用于下面成像算法的推导。

3.2 基于 Laplace 先验的稀疏贝叶斯学习(Laplace-SBL)成像算法

根据式(17), 式(18), 式(21)和式(22), 目标散射系数矢量及噪声功率等系统参数对应的联合概率

密度函数可表示为

$$\begin{aligned} p(\{\mathbf{y}_i\}, \{\lambda_n\}, \beta, \alpha, \eta) \\ = \prod_{i=1}^I p(\{\mathbf{y}_i\} | \{\sigma_i\}, \eta) p(\sigma_i | \{\lambda_n\}) p(\{\lambda_n\} | \alpha, \beta) \end{aligned} \quad (23)$$

下面基于最大后验(Maximum A Posteriori, MAP)准则求解联合概率密度函数的最大值。通过对 $\sigma_i, \lambda_n, \beta, \alpha, \eta$ 交替迭代优化, 最终实现无源雷达高分辨成像。由式(23)及 MAP 方法

$$\begin{aligned} \max_{\sigma_i, \lambda_n, \beta, \alpha, \eta} p(\{\mathbf{y}_i\}, \{\lambda_n\}, \beta, \alpha, \eta) \\ = \max_{\sigma_i, \lambda_n, \beta, \alpha, \eta} \prod_{i=1}^I \left(\frac{1}{(\pi\eta)^{JF}} \exp\left(-\frac{1}{\eta} \|\mathbf{y}_i - \mathbf{H}_i \sigma_i\|_2^2\right) \right. \\ \left. \cdot \prod_{n=1}^{UV} \left[\frac{\lambda_n}{2} \exp(-\lambda_n |\sigma_{in}|) \frac{\beta^\alpha}{\Gamma(\alpha)} \lambda_n^{\alpha-1} \exp(-\beta \lambda_n) \right] \right) \end{aligned} \quad (24)$$

令 $g = -\lg p(\{\mathbf{y}_i\}, \{\lambda_n\}, \alpha, \beta, \eta)$ 。整理并略去常数项, 式(24)对应的代价函数简化为

$$\begin{aligned} \min_{\sigma_i, \lambda_n, \alpha, \beta, \eta} g &= IJF \lg \eta + \sum_{i=1}^I \frac{1}{\eta} \|\mathbf{y}_i - \mathbf{H}_i \sigma_i\|_2^2 \\ &+ \sum_{i=1}^I \sum_{n=1}^{UV} \lambda_n |\sigma_{in}| - IUUV \alpha \lg \beta \\ &+ IUUV \lg \Gamma(\alpha) - I \sum_{n=1}^{UV} \alpha \lg \lambda_n \\ &+ I \sum_{n=1}^{UV} \beta \lambda_n \end{aligned} \quad (25)$$

接着 Laplace-SBL 采用循环最小化(Cyclic Minimization, CM)准则^[18]迭代求解式(25), 具体步骤如下:

步骤 1 初始化相关参数。首先采用匹配滤波方法获得目标散射系数初步估计 $\sigma_{in}^{(0)} = \mathbf{h}_n^* \mathbf{y}_i / \mathbf{h}_n^* \mathbf{h}_n$, 其中 \mathbf{h}_n 是 \mathbf{H}_i 的第 n 列, 其次设置 $\alpha^{(0)} = 0$, $\beta^{(0)} = 0$,

$\eta^{(0)} = \frac{1}{I} \sum_{i=1}^I \|\mathbf{y}_i - \mathbf{H}_i \sigma_i^{(0)}\|_2^2 / JF$ 以及迭代次数 $l = 0$ 。

步骤 2 固定其他参数, 求解目标稀疏反演结果 $\sigma_i^{(l+1)}$ 。假定不同频率下 σ_i 相互独立, 式(25)等价于优化如下函数:

$$G_1(\sigma_i^{(l+1)}) = \frac{1}{\eta^{(l)}} \|\mathbf{y}_i - \mathbf{H}_i \sigma_i^{(l+1)}\|_2^2 + \sum_{n=1}^{UV} \lambda_n^{(l)} |\sigma_{in}^{(l+1)}| \quad (26)$$

根据 $\partial G_1 / \partial [\sigma_i^{(l+1)}]^* = 0$ 可得

$$-\frac{\mathbf{H}_i^H}{\eta^{(l)}} (\mathbf{y}_i - \mathbf{H}_i \sigma_i^{(l+1)}) + (\mathbf{W}_i^{(l+1)})^{-1} \sigma_i^{(l+1)} = 0 \quad (27)$$

其中 $\mathbf{W}_i^{(l+1)} = \text{diag}\left(2|\sigma_{i1}^{(l+1)}|/\lambda_1^{(l)}, 2|\sigma_{i2}^{(l+1)}|/\lambda_2^{(l)}, \dots, 2|\sigma_{iUV}^{(l+1)}|/\lambda_{UV}^{(l)}\right)$ 和 $\sigma_i^{(l+1)}$ 有关, 无法得到 $\sigma_i^{(l+1)}$ 的解析表达式。这里采用文献[1]所提的迭代松弛方法求解式

(27)。即每次进行稀疏重构时，再设置一个内部循环。根据式(27)，第 $m+1$ 次内部循环的解为

$$\sigma_i^{(l+1,m+1)} = \left(\mathbf{H}_i^H \mathbf{H}_i + \eta \left(\mathbf{W}_i^{(l+1,m)} \right)^{-1} \right)^{-1} \mathbf{H}_i^H \mathbf{y}_i \quad (28)$$

其中 m 为内部循环迭代次数，当 $m=0$ 时， $\mathbf{W}_i^{(l,0)} = \mathbf{W}_i^{(l)}$ 。由于 \mathbf{H}_i 的行数远小于列数，为降低计算复杂度，利用矩阵求逆引理重写式(28)：

$$\sigma_i^{(l+1,m+1)} = \mathbf{W}_i \mathbf{H}_i^H \left(\mathbf{H}_i \mathbf{W}_i^{(l+1,m)} \mathbf{H}_i^H + \eta \mathbf{I} \right)^{-1} \mathbf{y}_i \quad (29)$$

更进一步，可采用文献[17]中的共轭梯度最小二乘算法加速式(29)的求逆运算，从而实现 $\sigma_i^{(l+1)}$ 的快速收敛。

步骤3 固定其他参数，求解 $\lambda_n^{(l+1)}$ ，其等价于最小化式(30)的代价函数：

$$G_2 \left(\lambda_n^{(l+1)} \right) = \sum_{i=1}^I \sum_{n=1}^{UV} \lambda_n^{(l+1)} \left| \sigma_{im}^{(l)} \right| - I \sum_{n=1}^{UV} \alpha^{(l)} \lg \lambda_n^{(l+1)} + I \sum_{n=1}^{UV} \beta^{(l)} \lambda_n^{(l+1)} \quad (30)$$

令 $\partial G_2 / \partial \lambda_n = 0$ 可得

$$\lambda_n^{(l+1)} = I \alpha^{(l)} / \left(\sum_{i=1}^I \left| \sigma_{im}^{(l)} \right| + I \beta^{(l)} \right) \quad (31)$$

步骤4 固定其他参数，求解 $\alpha^{(l+1)}$ ，其等价于最小化式(32)的代价函数

$$G_3 \left(\alpha^{(l+1)} \right) = -IUV \alpha^{(l+1)} \lg \beta^{(l)} + IUV \lg \Gamma \left(\alpha^{(l+1)} \right) - I \sum_{n=1}^{UV} \alpha^{(l+1)} \lg \lambda_n^{(l)} \quad (32)$$

令 $\partial G_3 / \partial \left(\alpha^{(l+1)} \right) = 0$ 可得

$$\psi \left(\alpha^{(l+1)} \right) = \lg \beta^{(l)} + \sum_{n=1}^{UV} \lg \lambda_n^{(l)} / UV \quad (33)$$

其中 $\psi(x) = \frac{d \lg \Gamma(x)}{dx}$ 。由于方程式(33)没有闭合解析式，一般通过数值求解方法得到 $\alpha^{(l+1)}$ 。

步骤5 固定其他参数，求解 $\beta^{(l+1)}$ ，其等价于最小化式(34)的代价函数：

$$G_4 \left(\beta^{(l+1)} \right) = -IUV \alpha^{(l)} \lg \beta^{(l+1)} + I \sum_{n=1}^{UV} \beta^{(l+1)} \lambda_n^{(l)} \quad (34)$$

令 $\partial G_4 / \partial \left(\beta^{(l+1)} \right) = 0$ 可得

$$\beta^{(l+1)} = UV \alpha^{(l)} / \sum_{n=1}^{UV} \lambda_n^{(l)} \quad (35)$$

步骤6 固定其他参数，求解 $\eta^{(l+1)}$ ，其等价于最小化式(36)的代价函数：

$$G_5 \left(\eta^{(l+1)} \right) = IJF \lg \eta^{(l+1)} + \sum_{i=1}^I \frac{1}{\eta^{(l+1)}} \left\| \mathbf{y}_i - \mathbf{H}_i \sigma_i^{(l)} \right\|_2^2 \quad (36)$$

令 $\partial G_5 / \partial \left(\eta^{(l+1)} \right) = 0$ 可得

$$\eta^{(l+1)} = \frac{1}{IJF} \sum_{i=1}^I \left\| \mathbf{y}_i - \mathbf{H}_i \sigma_i^{(l)} \right\|_2^2 \quad (37)$$

步骤7 判断是否满足程序终止条件：即循环次数达到预先设定的值或者相邻两次目标反演结果不再有较大变化。如满足，输出成像结果 $\hat{\sigma} = \frac{1}{I} \sum_{i=1}^I \sigma_i^{(l+1)}$ 和噪声功率 $\hat{\eta} = \eta^{(l+1)}$ ；如不满足，程序跳转至步骤2。

与文献[18]类似，Laplace-SBL 算法基于 CM 迭代求解，其代价函数 g 随着迭代次数的增加是逐渐减小的。仿真表明当迭代次数达到 15 次时就能取得较好的成像结果。

3.3 与已有方法对比

已有的无源雷达成像方法主要分为两大类，一类是基于奈奎斯特采样定理的成像算法^[5-9]，从本质上讲可归结于匹配滤波方法，在系统受限情形下获取的目标空间分辨率较低；另一类是基于 CS 理论的高分辨成像算法^[10-12]，之前的研究主要集中在确定性稀疏反演方法。本文提出了一种基于稀疏贝叶斯学习的高分辨成像方法，充分利用了目标的统计先验信息，可以获得稳健的成像结果。

注意到本文的回波模型式(17)与宽带信号源的 DOA 估计相似，文献[18]提出了两种基于 MAP 准则的稀疏贝叶斯学习反演算法：WB-SLIM-0/1。通过对比各自的代价函数，可以看出 Laplace-SBL 是 WB-SLIM-0/1 的推广。另外，在目标稀疏反演步骤，WB-SLIM-0/1 是求解关于 $\sigma_i^{(l+1)}$ 的 l_2 范数优化问题；而根据式(26)可知，Laplace-SBL 则是求解关于 $\sigma_i^{(l+1)}$ 的 reweighted l_1 范数优化问题，因而具有更好的稀疏重构效果^[20]。

4 仿真结果与分析

下面通过仿真来验证 Laplace-SBL 算法应用至无源雷达 CS 成像的有效性，并将成像结果和匹配滤波成像方法(MF)、传统 CS 成像方法(FOCUSS^[21]、BCS^[19]、SLIM^[17])以及文献[18]中两种成像方法(WB-SLIM-0/1)进行对比，进而阐述本文算法的优越性。

本文仿真是针对对空或者对海目标(如飞机、导弹等)在一次快拍情形下进行的无源成像。假定无源雷达收发单元与目标成像区域位于同一平面，以成像场景中心为参考点，成像区域大小设为 $20 \text{ m} \times 20 \text{ m}$ ，对应的可分辨单元为 $1 \text{ m} \times 0.5 \text{ m}$ ，故 x 维的网格数 $U=21$ ， y 维的网格数 $V=41$ 。另外选取 4 个发射机和 8 个接收机(即 $I=4$ ， $J=8$)，它们与 x 轴的夹角可任意设置，文中 $\theta_i \in (\pi/10, 2\pi/10, 5\pi/10,$

$6\pi/10$), θ_j 在 $(90\pi/180, 150\pi/180)$ 内均匀分布。这里选用文献[3]中的 CMMB 基站作为外辐射源: 信号带宽为 8 MHz, 调制方式为 OFDM。根据中国电视频道划分和频率配置规定, 4 个发射机的中心频率依次设定为 $f_i \in (546 \text{ MHz}, 706 \text{ MHz}, 498 \text{ MHz}, 474 \text{ MHz})$, 另外每个收发通道的频率采样点数 $F=15$, 此时回波方程式(17)的行数远小于列数, 属于欠定形式。

实验 1 不同信噪比情形下各方法的成像结果对比 假定原始成像目标由 10 个强散射点组成, 且散射点均位于网格点上。另外设目标满足 Swerling I 模型, 其散射系数随频率发生变化且服从复高斯分布 $CN(0,1)^{[16]}$ 。为显示方便, 将各算法获得的 $\hat{\sigma}_i$ 取平均作为成像结果, 记为 $\hat{\sigma}_{\text{est}}$ 。类似地, σ_{ori} 为原始目标取平均的成像结果, 如图 3(b)所示。图 3(c)~3(i) 是 SNR=20 dB 时不同方法的成像对比。由图可见, 图 3(c) MF 方法成像结果最差, 这是因为 MF 基于 Fourier 重构技术, 分辨率受限于空间谱填充大小(如图 3(a)所示, 由于空间谱稀疏且不规则, 导致 MF 具有较高的旁瓣和较宽的主瓣)。图 3(d)~3(f) 是传统 CS 方法的反演结果, 由于它们没有利用目标散

射系数对频率的依赖特性, 反演结果中出现了较多的“虚像”。由 3.3 节可知, 本文方法要优于 WB-SLIM-0/1, 因此相比图 3(g)~3(h), 图 3(i)获得了更好的图像重构效果。图 4 和图 5 分别是 Laplace-SBL 的噪声功率估计值 $\hat{\eta}$ 以及代价函数随迭代次数的变化关系, 可以看出该方法具有较高的参数提取精度和较快的收敛速度。

实验 2 不同方法的成像误差与 SNR 及稀疏度之间的关系 定义成像误差为

$$\sigma_{\text{NMSE}} = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K \frac{\|\hat{\sigma}_{\text{est}} - \sigma_{\text{ori}}\|_2^2}{\|\sigma_{\text{ori}}\|_2^2} \quad (38)$$

其中 K 为蒙特卡洛(Monte Carlo)实验次数, 文中设定 $K=30$ 。为衡量不同稀疏重构方法的反演性能界限, 这里增加 OSR (Oracle Sparse Recovery)^[22]算法, 即预先精确已知目标散射点的位置, 直接利用最小二乘方法求解散射系数。假设 SNR 从 0 dB 至 25 dB 变化, 目标散射点模型与实验 1 一致, 图 6 展示了不同方法的成像误差随 SNR 变化曲线图。可见不同 SNR 下 Laplace-SBL 算法的成像误差均低于其他稀疏反演方法, 其成像性能随着 SNR 增加逐渐

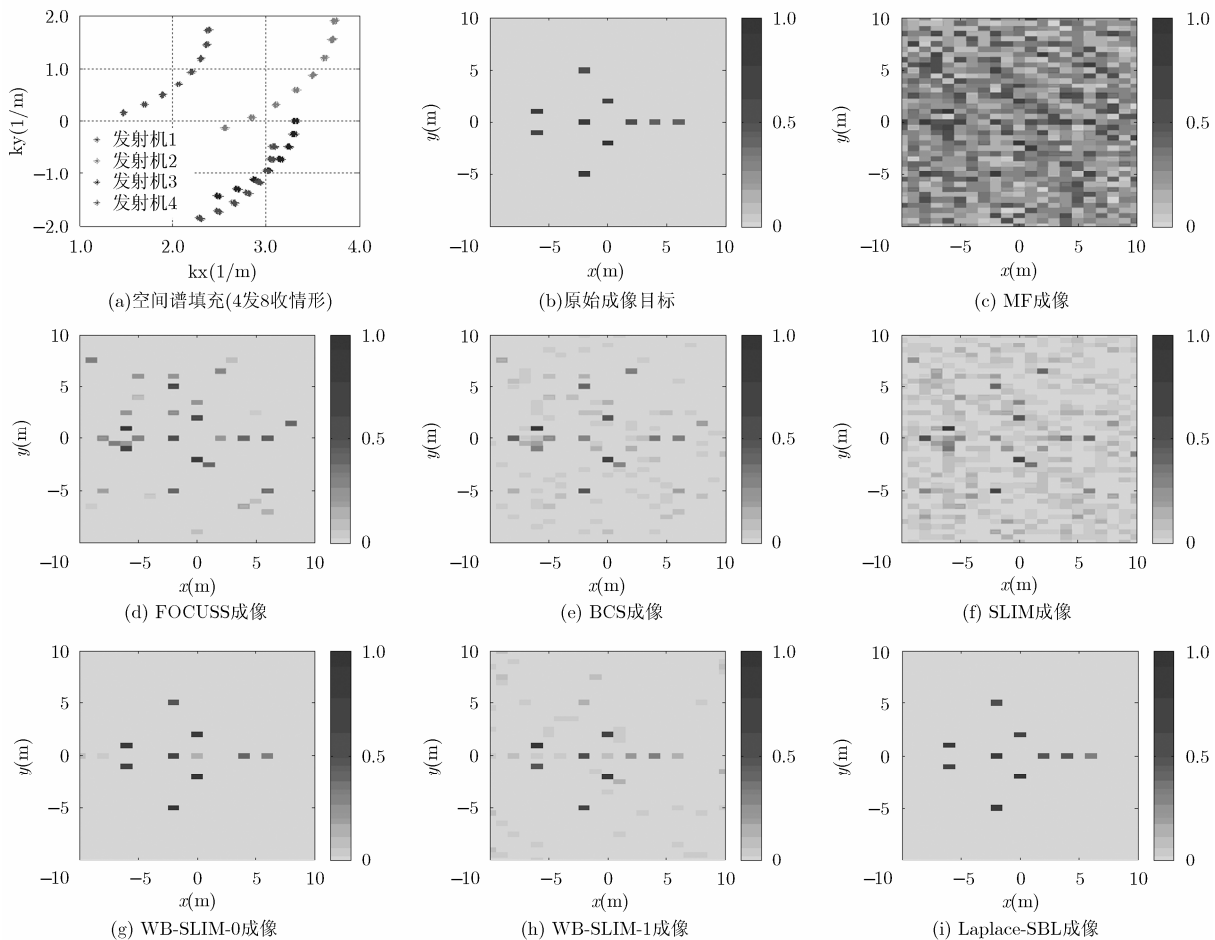


图 3 CMMB 无源雷达空间谱填充及不同方法成像结果(SNR=20 dB)

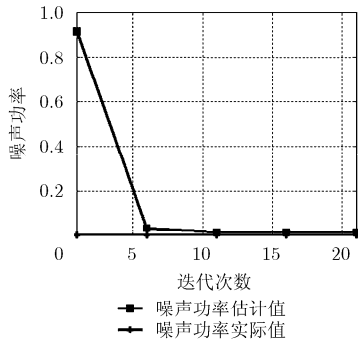


图 4 噪声功率估计随迭代次数变化关系(SNR=20 dB)

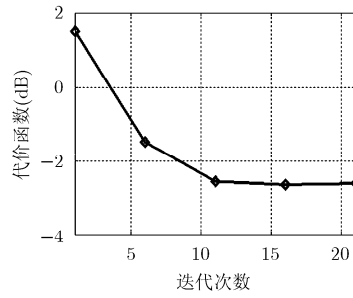


图 5 代价函数随迭代次数变化关系(SNR=20 dB)

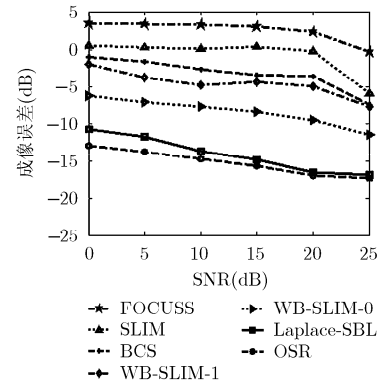


图 6 成像误差随 SNR 变化关系

逼近 OSR, 并在 $SNR > 5$ dB 时具有较好的成像效果。图 7 为不同方法的成像误差随着稀疏度(散射点数目)变化的关系曲线, 这里固定 $SNR = 20$ dB。由图 7 可见, FOCUSS 成像结果一直较差, 与稀疏度的关系不大; 其余方法则随着稀疏度的增大, 在迭代更新寻找散射点位置信息时出错机率都有一定程度的增加, 故成像误差也随之增大。但相比而言, Laplace-SBL 成像误差最小, 且限定在一定的范围之内, 从而验证了该算法的有效性。

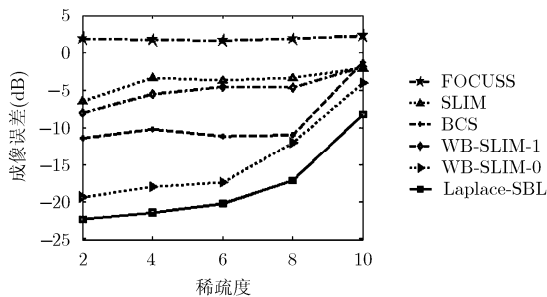


图 7 成像误差随稀疏度变化关系

5 结论

在已有研究^[12]的基础上, 本文考虑了目标散射系数对微波频率的依赖关系, 将无源雷达 CS 成像转换为求解 MMV 联合稀疏优化问题, 并提出一种基于稀疏贝叶斯学习的高分辨率成像算法, 获得了较好的成像效果。本文的信号建模方法及 Laplace-SBL 算法虽然以 2 维成像平面为例, 但容易推广至无源雷达 3 维成像。此外, 文中所提的 Laplace-SBL 算法还可以应用至 ISAR 成像、MIMO 成像等。

参考文献

[1] Liu Chang-chang and Chen Wei-dong. Sparse self-calibration imaging via iterative MAP in FM-based distributed passive radar[J]. *IEEE Geoscience and Remote Sensing Letters*, 2013,

10(3): 538-542.
 [2] Palmer J E, Harms H A, Searle S J, et al. DVB-T passive radar signal processing[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2013, 61(8): 2116-2126.
 [3] 万显荣, 岑博, 程丰, 等. 基于 CMMB 的外辐射源雷达信号模糊函数分析与处理[J]. *电子与信息学报*, 2011, 33(10): 2489-2493.
 Wan Xian-rong, Cen Bo, Cheng Feng, et al. Ambiguity function analysis and processing of CMMB signal based passive radar[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2011, 33(10): 2489-2493.
 [4] Liu F, Antoniou M, Zeng Z, et al. Coherent change detection using passive GNSS-based BSAR: experimental proof of concepts[J]. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 2013, 51(8): 4544-4555.
 [5] 王大海, 王俊. 单发多收模式下无源雷达成像研究[J]. *电子学报*, 2006, 34(6): 1138-1141.
 Wang Da-hai and Wang Jun. Research of passive radar imaging using single external illuminator and multiple receivers[J]. *Acta Electronica Sinica*, 2006, 34(6): 1138-1141.
 [6] 刘玉春, 王俊, 杨杰, 等. 基于单频连续波的无源雷达成像研究[J]. *电子与信息学报*, 2013, 35(5): 1108-1113.
 Liu Yu-chun, Wang Jun, Yang Jie, et al. Research of passive radar imaging based on single-frequency continuous wave[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2013, 35(5): 1108-1113.
 [7] Wang Ling, Yarman C E, and Yazici B. Doppler-hitchhiker: a novel passive synthetic aperture radar using ultranarrowband sources of opportunity[J]. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 2011, 49(10): 3521-3537.
 [8] Antoniou M, Zeng Z, and Liu Fei-feng. Experimental demonstration of passive BSAR imaging using navigation satellites and a fixed receiver[J]. *IEEE Geoscience and Remote Sensing Letters*, 2012, 9(3): 477-481.
 [9] Olivadese D, Giusti E, Petri D, et al. Passive ISAR with

- DVB-T signals[J]. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 2013, 51(8): 4508–4517.
- [10] 徐浩, 尹治平, 刘畅畅, 等. 基于压缩感知的稀疏无源雷达成像[J]. *系统工程与电子技术*, 2011, 33(12): 2623–2630.
Xu Hao, Yin Zhi-pin, Liu Chang-chang, *et al.*. Sparse passive radar imaging based on compressive sensing[J]. *Systems Engineering and Electronics*, 2011, 33(12): 2623–2630.
- [11] 李岩, 王俊, 张守宏. 基于外辐射源的 ESPRIT 超分辨成像算法[J]. *电子与信息学报*, 2009, 31(1): 143–146.
Li Yan, Wang Jun, and Zhang Shou-hong. ESPRIT super-resolution imaging algorithm based on external illuminators [J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2009, 31(1): 143–146.
- [12] Wang Tian-yun, Liu Chang-chang, Lu Hong-chao, *et al.*. Sparse passive radar imaging based on digital video broadcasting satellites using the MUSIC algorithm[C]. *Proceedings of the IEEE 11th International Conference on Signal Processing*, Beijing, 2012: 1925–1930.
- [13] Wang Dang-wei, Ma Xiao-yan, Chen A L, *et al.*. High-resolution imaging using a wideband MIMO radar system with two distributed arrays[J]. *IEEE Transactions on Image Processing*, 2010, 19(5): 1280–1289.
- [14] Yang Jun-guang, Thompson J, Huang Xiao-tao, *et al.*. Segmented reconstruction for compressed sensing SAR imaging[J]. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 2013, 51(7): 4214–4225.
- [15] Liu Hong-chao, Jiu Bo, Liu Hong-wei, *et al.*. Superresolution ISAR imaging based on sparse Bayesian learning[J]. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 2014, 52(8): 5005–5013.
- [16] Gorji A A, Tharmarasa R, and Kirubarajan T. Optimal antenna allocation in MIMO radars with collocated antennas [J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2014, 50(1): 542–558.
- [17] Tan X, Roberts W, Li Jian, *et al.*. Sparse learning via iterative minimization with application to MIMO radar imaging[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2011, 59(3): 1088–1101.
- [18] Xu Lu-zhou, Zhao Ke-xin, Li Jian, *et al.*. Wideband source localization using sparse learning via iterative minimization [J]. *Signal Processing*, 2013, 93(12): 3504–3514.
- [19] Babacan S D, Molina R, and Katsaggelos A K. Bayesian compressive sensing using Laplace priors[J]. *IEEE Transactions on Image Processing*, 2010, 19(1): 53–63.
- [20] Wipf D and Nagarajan S. Iterative reweighted l_1 and l_2 methods for finding sparse solutions[J]. *IEEE Journal of Selected Topics in Signal Processing*, 2010, 4(2): 317–329.
- [21] Gorodnitsky I F and Rao B D. Sparse signal reconstruction from limited data using FOCUSS: a re-weighted minimum norm algorithm[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 1997, 45(3): 600–616.
- [22] Yang Z, Zhang C, and Xie L. Robustly stable signal recovery in compressed sensing with structured matrix perturbation[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2012, 60(9): 4658–4671.
- 王天云: 男, 1986 年生, 博士生, 研究方向为分布式雷达成像、压缩感知。
- 于小飞: 男, 1988 年生, 硕士生, 研究方向为无源雷达信号处理。
- 陈卫东: 男, 1968 年生, 教授, 博士生导师, 研究方向为雷达系统理论与技术、微波与毫米波技术。
- 丁 丽: 女, 1985 年生, 博士生, 研究方向为 MIMO 雷达成像、压缩感知。
- 陈 畅: 男, 1979 年生, 讲师, 研究方向为微波与毫米波技术、无源雷达信号处理。