

一种新的时隙式随机多址系统分析方法研究¹

赵东风 李必海 郑苏民

(云南大学信息与电子科学系 昆明 650091)

摘 要 本文采用一种新的平均周期分析方法对时隙式随机多址系统进行了分析,得到了系统的报文分组发送成功的平均长度公式、报文分组发生碰撞的平均长度公式和空闲时隙的平均长度公式,并在讨论了系统的捕获效应特性和冲突分解特性后,给出了系统的吞吐量。最后,还给出了系统的计算机模拟实验结果。

关键词 平均周期方法, 随机多址系统, 捕获效应, 冲突分解

中图分类号 TN914.5

1 引 言

早在 20 世纪 70 年代初, Norman Abramson 就提出了一种新的、有效的随机争用多址通信方式,这就是著名的 ALOHA 系统^[1]。这以后 Roberts 又提出了一种更有效的能使 ALOHA 系统的通信量增加一倍的方法,即 Slotted ALOHA 系统^[2,3]。随着卫星通信系统、无线分组网络和计算机通信网络的迅速发展,随机争用多址接入的传输理论也得到了极大的丰富和发展,其应用也越来越广泛。在时隙式随机多址系统的研究中,吞吐量 (Throughput) 和报文分组延迟 (Packet delay) 是两个重要性能指标,除此之外还有与之相关联的系统稳定性 (Stability)^[4]、捕获效应 (Capture effect)^[5,6]、冲突控制^[7-9] 等特性。

本文对时隙式随机多址系统进行了更深入的研究,提出了一种新的平均周期分析方法,并由此得到了报文分组发送成功的平均长度、报文分组发生碰撞的平均长度和空闲时隙的平均长度,以及一些相关的重要参数。在此基础上,研究了系统的捕获效应特性和冲突分解特性,从系统的角度讨论了时隙式随机多址系统的接入和传输机理。

2 分析方法描述

假定时隙式随机多址系统的时间轴是按单位时间进行划分,而报文分组的长度刚好为一个时隙的宽度。在系统终端用户数不限的情况下,规定任何一个终端用户要发送报文分组信号时,必须在时间轴上的下一个时隙开始时才能发送。这样在系统中传送报文分组信号时就会有三种事件发生,(1)、报文分组信号被成功发送 (U),即在一个时隙期内只有一个终端用户在发送其报文分组信号;(2)、报文分组信号发生碰撞 (B),即在一个时隙期内有一个以上的终端用户在发送报文分组信号;(3)、空闲时隙 (I),即在一个时隙期内没有终端用户发送报文分组信号。这样我们在时间轴上看到的现象就是以上三种事件交错出现的随机过程。

¹ 1996-02-27 收到, 1997-02-20 定稿
国家 863/CIMS 主题资助和云南省教委科学基金资助课题

(1) 现在将碰撞事件与空闲事件复合看成为一种事件, 这样在时间轴上出现的事件就减少成两种事件, 即报文分组被成功发送的事件 (U) 和报文分组发生碰撞与时隙空闲的复合事件 (BI), 并且这两种事件在时间轴上是不断循环发生, 其循环发生的时间变量用 T_U 表示;

(2) 现在对成功事件、碰撞事件和空闲事件进行第二次划分, 将成功事件与空闲事件复合看成为一种事件, 这样在时间轴上出现的就是报文分组发生碰撞事件 (B) 和报文分组发送成功与时隙空闲的复合事件 (UI), 同样这两种事件在时间轴上也是不断循环发生, 其循环发生的时间变量用 T_B 表示;

(3) 最后再进行第三次划分, 将碰撞事件与成功事件复合看成为一种事件, 这样在时间轴上出现的就是时隙空闲的事件 (I) 和报文发生碰撞与报文发送成功的复合事件 (BU), 同样这两种事件在时间轴上也是不断循环发生, 其循环发生的时间变量用 T_I 表示。

3 系统分析

假定系统中的报文分组的到达过程是一 Poisson 分布, 其到达率为 G 。

3.1 U, BI, T_U

在第一种事件划分方式下, 报文分组发送成功事件的概率分布为

$$P(U = k) = (1 - Ge^{-G})(Ge^{-G})^{k-1}, \quad k = 1, 2, \dots; \quad (1)$$

报文分组发送成功的平均长度为

$$E[U] = \sum_{k=1}^{\infty} k(1 - Ge^{-G})(Ge^{-G})^{k-1} = 1/(1 - Ge^{-G}); \quad (2)$$

报文分组发生碰撞与时隙空闲的复合事件的概率分布为

$$P(BI = k) = Ge^{-G}(1 - Ge^{-G})^{k-1}, \quad k = 1, 2, \dots; \quad (3)$$

随机变量 BI 的均值为

$$E[BI] = \sum_{k=1}^{\infty} kGe^{-G}(1 - Ge^{-G})^{k-1} = 1/Ge^{-G}; \quad (4)$$

U, BI 两事件发生的平均循环周期为

$$E[T_U] = E[U] + E[BI] = e^G/[G(1 - Ge^{-G})]. \quad (5)$$

3.2 B, UI, T_B

在第二种事件划分方式下, 报文分组发生碰撞事件的概率分布为

$$P(B = k) = (1 + G)e^{-G}[1 - (1 + G)e^{-G}]^{k-1}, \quad k = 1, 2, \dots; \quad (6)$$

报文分组发生碰撞的平均长度为

$$E[B] = \sum_{k=1}^{\infty} k(1 + G)e^{-G}[1 - (1 + G)e^{-G}]^{k-1} = 1/[(1 + G)e^{-G}]; \quad (7)$$

报文分组发送成功与时隙空闲的复合事件的概率分布为

$$P(UI = k) = (1 - e^{-G} - Ge^{-G})(e^{-G} + Ge^{-G})^{k-1}, \quad k = 1, 2, \dots; \quad (8)$$

随机变量 UI 的均值为

$$E[UI] = \sum_{k=1}^{\infty} k(1 - e^{-G} - Ge^{-G})(e^{-G} + Ge^{-G})^{k-1} = 1/[1 - (1 + G)e^{-G}]; \quad (9)$$

B, UI 两事件发生的平均循环周期为

$$E[T_B] = E[B] + E[UI] = e^G / \{(1 + G)[1 - (1 + G)e^{-G}]\}. \quad (10)$$

3.3 I, BU, T_I

在第三种事件划分方式下, 时隙空闲事件的概率分布为

$$P(I = k) = (1 - e^{-G})(e^{-G})^{k-1}, \quad k = 1, 2, \dots; \quad (11)$$

时隙空闲的平均长度为

$$E[I] = \sum_{k=1}^{\infty} k(1 - e^{-G})(e^{-G})^{k-1} = 1/(1 - e^{-G}); \quad (12)$$

报文分组发生碰撞与报文分组发送成功的复合事件的概率分布为

$$P(BU = k) = e^{-G}(1 - e^{-G})^{k-1}, \quad k = 1, 2, \dots; \quad (13)$$

随机变量 BU 的均值为

$$E[BU] = \sum_{k=1}^{\infty} ke^{-G}(1 - e^{-G})^{k-1} = e^G; \quad (14)$$

I, BU 两事件发生的平均循环周期为

$$E[T_I] = E[I] + E[BU] = e^G/(1 - e^{-G}). \quad (15)$$

4 吞吐量上限值

在 BI 事件中冲突的报文分组所占的时隙数是, 其均值由下式计算:

$$E[B_{BI}] = E[T_U]E[B]/E[T_B] = (e^G - 1 - G)/[G(1 - Ge^{-G})]; \quad (16)$$

在 BI 事件中空闲时隙数是, 其均值由下式计算:

$$E[I_{BI}] = E[T_U]E[I]/E[T_I] = 1/[G(1 - Ge^{-G})]; \quad (17)$$

在一个碰撞时隙中, 碰撞的报文分组数的概率分布为

$$P(N_b = k) = G^k e^{-G} / [(1 - e^{-G} - Ge^{-G})k!], \quad k = 2, 3, \dots; \quad (18)$$

其平均碰撞的报文分组数是

$$E[N_b] = \sum_{k=2}^{\infty} kP(N_b = k) = G(1 - e^{-G}) / (1 - e^{-G} - Ge^{-G}). \quad (19)$$

如果捕获效应的成功概率为 P_c , 则在 BI 事件中实际碰撞失败的平均报文分组数为

$$E[N_{zb}] = (E[N_b] - P_c)E[B_{BI}] = [G(1 - e^{-G}) - P_c(1 - e^{-G} - Ge^{-G})] / [Ge^{-G}(1 - Ge^{-G})]. \quad (20)$$

在系统稳定状态下, 碰撞失败的报文分组在后继空闲时隙中经过平均 $E[M]$ 次重发传送成功, 则有下式

$$E[M]E[N_{zb}] \leq E[I_{BI}], \quad (21)$$

由于在 T_U 时间内平均成功传送的报文分组数为

$$E[N_U] = E[U] + E[N_b]E[B_{BI}] = e^G / (1 - Ge^{-G}), \quad (22)$$

根据吞吐量 S 的定义, 则由 (21) 式得到下式, 并且系统吞吐量的上限也将由下式计算:

$$E[M][S(1 - e^{-s}) - P_c(1 - e^{-s} - Se^{-s})] \leq e^{-s}. \quad (23)$$

现在取 $P_c = 1, E[M] = 2$ 值^[9], 则可得到 $S_{\max} = 0.768$.

5 理论计算和计算机模拟实验

在以上分析结果的基础上, 我们对时隙式随机多址系统进行了计算机模拟实验, 实验的参数取值与理论计算相同, 并且在计算机模拟过程中选取了 95% 的概率取值的置信区。表 1 中给出了第一种划分时随机变量 U 和 BI 的均值结果; 表 2 中给出了第二种划分时随机变量 B 和 UI 的均值; 表 3 中给出了第三种划分时随机变量 I 和 BU 的均值; 在考虑捕获效应和随机多址系统信道分解冲突报文的能力后, 表 4 中给出了吞吐量。从各表中的结果可以看到, 理论计算与计算机模拟结果相一致。

表 1

G	$E[U]$		$E[BI]$	
	理论值	模拟值	理论值	模拟值
0.10	1.099	1.099 ± 0.001	11.052	11.060 ± 0.032
0.20	1.195	1.195 ± 0.001	6.107	6.105 ± 0.013
0.30	1.285	1.285 ± 0.001	4.500	4.493 ± 0.008
0.40	1.366	1.366 ± 0.001	3.730	3.729 ± 0.006
0.50	1.435	1.435 ± 0.002	3.297	3.299 ± 0.005
0.60	1.491	1.491 ± 0.002	3.037	3.039 ± 0.005
0.70	1.532	1.533 ± 0.002	2.877	2.878 ± 0.005
0.80	1.561	1.561 ± 0.002	2.782	2.785 ± 0.004
0.90	1.577	1.577 ± 0.002	2.733	2.733 ± 0.004
1.00	1.582	1.582 ± 0.002	2.718	2.716 ± 0.004
1.10	1.577	1.578 ± 0.002	2.731	2.731 ± 0.004
1.20	1.566	1.567 ± 0.002	2.767	2.768 ± 0.004

表 2

G	E[B]		E[UI]	
	理论值	模拟值	理论值	模拟值
0.10	1.004	1.004 ± 0.001	213.728	213.216 ± 2.726
0.20	1.017	1.107 ± 0.001	57.068	57.323 ± 0.381
0.30	1.038	1.038 ± 0.001	27.074	27.144 ± 0.124
0.40	1.065	1.064 ± 0.001	16.246	16.282 ± 0.058
0.50	1.099	1.098 ± 0.001	11.086	11.100 ± 0.033
0.60	1.138	1.138 ± 0.001	8.203	8.211 ± 0.021
0.70	1.184	1.184 ± 0.001	6.418	6.419 ± 0.013
0.80	1.236	1.236 ± 0.001	5.230	5.225 ± 0.010
0.90	1.294	1.294 ± 0.001	4.395	4.390 ± 0.007
1.00	1.359	1.359 ± 0.001	3.784	3.781 ± 0.006
1.10	1.430	1.431 ± 0.002	3.321	3.320 ± 0.005
1.20	1.509	1.510 ± 0.002	2.964	2.962 ± 0.004

表 3

G	E[I]		E[BU]	
	理论值	模拟值	理论值	模拟值
0.10	10.508	10.514 ± 0.030	1.105	1.105 ± 0.001
0.20	5.516	5.516 ± 0.011	1.221	1.221 ± 0.001
0.30	3.858	3.854 ± 0.007	1.350	1.349 ± 0.001
0.40	3.033	3.033 ± 0.005	1.492	1.491 ± 0.002
0.50	2.541	2.542 ± 0.004	1.649	1.648 ± 0.002
0.60	2.216	2.216 ± 0.003	1.822	1.820 ± 0.002
0.70	1.986	1.987 ± 0.002	2.014	2.013 ± 0.002
0.80	1.816	1.816 ± 0.002	2.226	2.226 ± 0.003
0.90	1.685	1.684 ± 0.002	2.460	2.460 ± 0.003
1.00	1.582	1.580 ± 0.002	2.718	2.720 ± 0.004
1.10	1.499	1.497 ± 0.002	3.004	3.005 ± 0.004
1.20	1.431	1.430 ± 0.002	3.320	3.323 ± 0.005

表 4 吞吐量 ($P_c = 1, E[M] = 2$)

理论值	模拟值	理论值	模拟值
0.1000	0.1001	0.4500	0.4507
0.1250	0.1250	0.4750	0.4750
0.1500	0.1504	0.5000	0.5001
0.1750	0.1751	0.5250	0.5251
0.2000	0.1999	0.5500	0.5502
0.2250	0.2245	0.5750	0.5757
0.2500	0.2497	0.6000	0.6016
0.2750	0.2742	0.6250	0.6259
0.3000	0.2996	0.6500	0.6515
0.3250	0.3246	0.6750	0.6768
0.3500	0.3501	0.7000	0.7017
0.3750	0.3755	0.7250	0.7276
0.4000	0.4004	0.7500	0.7524
0.4250	0.4256	0.7680	0.7670

参 考 文 献

- [1] Abramson N. The ALOHA system—Another alternative for computer communication. AFIPS Conf., Proc. Fall Joint Comput. Conf., Montreal, N. J.: AFIPS Press, 1970, 37: 281-285.

- [2] Roberts L G. ALOHA packet system with and without slots and capture. ARPA Network Inform. Cen., Stanford Res. Inst., Menlo Part, CA, ARPA Satellite Syst. Note 8 (NIC 11290), 1972; reprinted in ACM SIGCOMM Comput. Commun. Rev., 1975, 5: 28-42.
- [3] Roberts L G. Dynamic allocation of satellite capacity through packet reservation. AFIPS Conf. Proc., Nat. Conf., New York: AFIPS Press, 1973, 42: 711-715.
- [4] Kleinrock L. Queueing Systems. Vol.II: Theory. New York: Wiley(Interscience), 1976, 159-393.
- [5] Zhao Dongfeng, Li Bihai, Zheng Sumin. Analysis of a slotted access channel with capture effect. Proceedings of 1996 International Conference on Communication Technology, Beijing, China: May 5-7, 1996, 33.04.1-33.04.4.
- [6] Zdunek Kenneth J, Ucci Donald R, LoCicero Joseph L. Packet radio performance of inhibit sense multiple access with capture. IEEE Trans. on COM, 1977, COM-45(2): 164-168.
- [7] Capetanakis J I. Tree algorithms for packet broadcast channels. IEEE Trans. on IT, 1979, IT-25(5): 505-515.
- [8] 黄建成, 谢海, 徐秉铮. 分解信息包突的随机预测树形协议. 通信学报, 1983, 4(3): 21-28.
- [9] 赵东风, 李必海, 郑苏民. 二叉树形冲突分解算法分析. 电子科技大学学报, 1996, 25(8): 260-264.

STUDY ON A NEW METHOD FOR THE SLOTTED ACCESS CHANNEL

Zhao Dongfeng Li Bihai Zheng Sumin

(Department of Information and Electronic Science, Yunnan University, Kunming 650091)

Abstract In this paper, the mean cycle times of the slotted access channel are analyzed by using the average cycle method. Analytic formulae for mean values of a successful period, a colliding period and an idle period are derived. Also, the upper bounds on the throughput of the system with capture effect and packet conflict resolution are provided. Finally, the simulation results of the slotted access channel are given.

Key words Average cycle method, Slotted access channel, Capture effect, Packet conflict resolution

赵东风: 男, 1957年生, 副教授, 从事计算机网络、一点多址通信、ISDN和CIMS的科研教学。

李必海: 男, 1939年生, 教授, 从事电子电路、计算机网络和通信网的科研教学。

郑苏民: 男, 1933年生, 教授, 从事中文信息处理、计算机网络和图象处理的科研教学。